

**SKRIPSI**

**MODEL PERSEDIAAN YANG MEMPERTIMBANGKAN  
DETERIORASI DENGAN PERMINTAAN DAN BIAYA  
PENYIMPANAN BERGANTUNG WAKTU**



**JESSICA INEZ ICHWANTO**

**NPM: 2015710002**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2019**

**FINAL PROJECT**

**INVENTORY MODEL WITH DETERIORATION,  
TIME-DEPENDENT DEMAND AND TIME-DEPENDENT  
HOLDING COST**



**JESSICA INEZ ICHWANTO**

**NPM: 2015710002**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2019**

# LEMBAR PENGESAHAN

## MODEL PERSEDIAAN YANG MEMPERTIMBANGKAN DETERIORASI DENGAN PERMINTAAN DAN BIAYA PENYIMPANAN BERGANTUNG WAKTU

JESSICA INEZ ICHWANTO

NPM: 2015710002

Bandung, 12 Juni 2019

Menyetujui,

Pembimbing Utama

Pembimbing Pendamping

Dr. Julius Dharma Lesmono

Taufik Limansyah, M.T.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Iwan Sugiarto, M.Si.

Felivia, M.ActSc

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **MODEL PERSEDIAAN YANG MEMPERTIMBANGKAN DETERIORASI DENGAN PERMINTAAN DAN BIAYA PENYIMPANAN BERGANTUNG WAKTU**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 12 Juni 2019

Meterai Rp. 6000
---------------------

JESSICA INEZ ICHWANTO  
NPM: 2015710002

## ABSTRAK

Persediaan adalah barang yang disimpan untuk digunakan atau dijual pada masa atau periode yang akan datang. Model persediaan dibutuhkan untuk menentukan berapa jumlah pesanan yang optimal. Tujuan utamanya adalah menentukan berapa banyak barang yang harus dipesan dan kapan harus memesan sehingga biaya totalnya minimum. Jika memesan terlalu banyak, maka biaya penyimpanan akan meningkat karena barang yang disimpan semakin banyak dan barang-barang tersebut kemungkinan akan mengalami deteriorasi. Jika memesan sedikit, maka kemungkinan terjadi kekurangan barang karena tidak dapat memenuhi permintaan. Dalam skripsi ini akan dikembangkan model persediaan dengan mempertimbangkan permintaan dan biaya penyimpanan yang bergantung waktu, dan faktor deteriorasi. Berdasarkan analisis sensitivitas yang dilakukan, diketahui bahwa biaya total bertambah seiring dengan bertambahnya laju deteriorasi dan laju permintaan. Biaya total yang minimum didapatkan ketika laju deteriorasi menurun dan laju permintaan meningkat.

**Kata-kata kunci:** Persediaan, Permintaan Bergantung Waktu, Biaya Penyimpanan Bergantung Waktu, Deteriorasi

## **ABSTRACT**

Inventory are items that are stocked temporarily before they are used or sold at a later time. Inventory model is required to help the retailer determining the optimal order quantity. The main goal is to determine how many items should be ordered and when to order to minimize the total cost. If they order too much, the holding cost will increase because the items that have to be stored increase and the items will deteriorate. If they order too little, then it's possible that shortages will happen because the inventory couldn't fulfill the demand. In this paper, a mathematical model for inventory with deterioration, time-dependent demand, and time-dependent holding cost will be developed. Sensitivity analysis is performed to see how the change in the model parameters affects the optimal solution. It can be concluded that if the deterioration rate decrease and the demand rate increase, then the total cost will also decrease.

**Keywords:** Inventory, Time-Dependent Demand, Time-Dependent Holding Cost, Deterioration

*Untuk keluarga tercinta...*

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis ucapkan pada Tuhan Yang Maha Esa atas berkat dan penyertaan-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "MODEL PERSEDIAAN YANG MEMPERTIMBANGKAN DETERIORASI DENGAN PERMINTAAN DAN BIAYA PENYIMPANAN BERGANTUNG WAKTU" dengan baik. Pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang telah membantu dalam proses perkuliahan dan proses pembuatan skripsi ini, antara lain:

- Papa, mama, dan Gaby. Terima kasih sebesar-besarnya atas berbagai bentuk dukungan yang diberikan kepada penulis sampai saat ini. Ucapan terima kasih apapun tidak pernah cukup untuk menggambarkan besarnya kasih yang telah penulis terima dari kalian. Hiduplah selamanya dengan penuh kebahagiaan.
- Bapak Dr. Dharma Lesmono selaku dosen pembimbing sekaligus dosen wali yang telah membimbing penulis dengan penuh pengertian dan kesabaran baik selama proses penyelesaian skripsi maupun selama proses perkuliahan.
- Bapak Taufik Limansyah, M.T. selaku dosen pembimbing pendamping. Terima kasih atas bimbingannya baik selama proses penyelesaian skripsi maupun selama proses perkuliahan.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. dan ibu Felivia, M.ActSc selaku dosen penguji. Terima kasih atas kritik dan saran yang diberikan agar skripsi ini bisa menjadi lebih baik.
- Seluruh dosen dan staf FTIS yang telah membantu penulis selama proses perkuliahan berlangsung.
- Si Komo Squad: Retno, Mega, dan Stany. Terima kasih atas bantuan dan hiburan yang telah diberikan baik selama proses perkuliahan maupun saat proses penyelesaian skripsi.
- Teman-teman Matematika 2015 yang telah memberikan semangat dan bantuan baik selama proses perkuliahan maupun saat proses penyelesaian skripsi.
- Sekte Pemuja Melon: Kezia, Ester, Ryan, Oddie, Nielsen, Osten, Yehezkiel, Deyna, dan Joshua, yang selalu memberikan semangat dan hiburan kepada penulis. Terima kasih atas setiap doa dan dukungannya.
- Teman-teman komsel gereja: Ci Desi, Kharisma, Valen, Jeje, Melvina, dan Garnet. Terima kasih atas segala dukungan dalam doa, dan atas bimbingannya sehingga penulis dapat bertumbuh dalam iman dan kasih.

Penulis menyadari bahwa masih banyak terdapat kekurangan pada skripsi ini, jadi penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari pembaca sehingga skripsi ini bisa menjadi lebih baik lagi. Akhir kata semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Bandung, Juni 2019

Penulis

# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xxi</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	1
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Batasan Masalah . . . . .	2
1.5 Sistematika Pembahasan . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>3</b>
2.1 Model EOQ . . . . .	3
2.2 Persamaan Diferensial Linear Orde 1 . . . . .	5
2.3 Maksimum dan Minimum Fungsi Dua Variabel . . . . .	6
2.4 Deret McLaurin . . . . .	6
2.5 Distribusi Weibull . . . . .	7
<b>3 MODEL PERSEDIAAN DENGAN KEKURANGAN BARANG, PERMINTAAN DAN BIAYA PENYIMPANAN BERGANTUNG WAKTU, DAN TERJADINYA DETERIORASI</b>	<b>9</b>
3.1 Latar Belakang . . . . .	9
3.2 Notasi . . . . .	9
3.3 Model 1: Laju Permintaan Kuadratik dan Biaya Penyimpanan Kuadratik . . . . .	10
3.3.1 Formulasi Model . . . . .	10
3.3.2 Prosedur Pencarian Solusi . . . . .	13
3.3.3 Contoh Numerik . . . . .	16
3.4 Model 2: Laju Permintaan Kuadratik dan Biaya Penyimpanan Linear . . . . .	17
3.4.1 Formulasi Model . . . . .	17
3.4.2 Prosedur Pencarian Solusi . . . . .	19
3.4.3 Contoh Numerik . . . . .	22
3.5 Model 3: Laju Permintaan Linear dan Biaya Penyimpanan Kuadratik . . . . .	22
3.5.1 Formulasi Model . . . . .	22
3.5.2 Prosedur Pencarian Solusi . . . . .	24
3.5.3 Contoh Numerik . . . . .	26
3.6 Model 4: Laju Permintaan Linear dan Biaya Penyimpanan Linear . . . . .	26
3.6.1 Formulasi Model . . . . .	26
3.6.2 Prosedur Pencarian Solusi . . . . .	28
3.6.3 Contoh Numerik . . . . .	30

<b>4</b>	<b>ANALISIS SENSITIVITAS MODEL</b>	<b>31</b>
4.1	Pengaruh Perubahan Biaya Pemesanan Per Sekali Pesan ( $A$ ) . . . . .	31
4.2	Pengaruh Perubahan Harga Beli Barang Per Unit ( $c$ ) . . . . .	33
4.3	Pengaruh Perubahan Laju <i>Back Order</i> ( $\delta$ ) . . . . .	33
4.4	Pengaruh Perubahan Potensi Keuntungan yang Hilang Per Unit ( $s$ ) . . . . .	34
4.5	Pengaruh Perubahan Biaya Kekurangan Barang Per Unit Waktu ( $c_2$ ) . . . . .	35
4.6	Pengaruh Perubahan Biaya Penyimpanan Bergantung Waktu ( $h, j$ , dan $\gamma$ ) . . . . .	36
4.7	Pengaruh Perubahan Parameter pada Distribusi Weibull ( $\alpha$ dan $\beta$ ) . . . . .	37
4.8	Pengaruh Perubahan Laju Permintaan Bergantung Waktu ( $a, b$ dan $r$ ) . . . . .	38
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>41</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	41
5.2	Saran . . . . .	41
	<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>43</b>
	<b>A MENGHITUNG TINGKAT PERSEDIAAN</b>	<b>45</b>
	<b>B TABEL ANALISIS SENSITIVITAS UNTUK MODEL 2, MODEL 3, DAN MODEL 4</b>	<b>49</b>

## DAFTAR GAMBAR

2.1	Model EOQ . . . . .	3
2.2	Fungsi kepadatan Weibull untuk $\alpha$ dan $\beta$ yang berbeda. . . . .	8
2.3	Fungsi hazard Weibull untuk $\alpha$ yang berbeda . . . . .	8

## DAFTAR TABEL

4.1 $T$ , $t_1$ , dan $TC$ dari keempat model . . . . .	31
4.2 Pengaruh perubahan parameter $A$ terhadap nilai optimal . . . . .	32
4.3 Perubahan biaya total yang disebabkan oleh perubahan parameter $A$ pada model yang lain . . . . .	32
4.4 Pengaruh perubahan parameter $c$ terhadap nilai optimal . . . . .	33
4.5 Perubahan biaya total yang disebabkan oleh perubahan parameter $c$ pada model yang lain . . . . .	33
4.6 Pengaruh perubahan parameter $\delta$ terhadap nilai optimal . . . . .	34
4.7 Perubahan biaya total yang disebabkan oleh perubahan parameter $\delta$ pada model yang lain . . . . .	34
4.8 Pengaruh perubahan parameter $s$ terhadap nilai optimal . . . . .	35
4.9 Perubahan biaya total yang disebabkan oleh perubahan parameter $s$ pada model yang lain . . . . .	35
4.10 Pengaruh perubahan parameter $c_2$ terhadap nilai optimal . . . . .	35
4.11 Perubahan biaya total yang disebabkan oleh perubahan parameter $c_2$ pada model yang lain . . . . .	36
4.12 Pengaruh perubahan parameter $h$ , dan $\gamma$ terhadap nilai optimal . . . . .	36
4.13 Perubahan biaya total yang disebabkan oleh perubahan parameter $h$ , $j$ , dan $\gamma$ pada model yang lain . . . . .	37
4.14 Pengaruh perubahan parameter $\alpha$ dan $\beta$ terhadap nilai optimal . . . . .	38
4.15 Perubahan biaya total yang disebabkan oleh perubahan parameter $\alpha$ dan $\beta$ pada model yang lain . . . . .	38
4.16 Pengaruh perubahan parameter $a$ , $b$ , dan $r$ terhadap nilai optimal . . . . .	39
4.17 Perubahan biaya total yang disebabkan oleh perubahan parameter $a$ , $b$ dan $r$ pada model yang lain . . . . .	40
B.1 Analisis Sensitivitas untuk Model 2 . . . . .	49
B.2 Analisis Sensitivitas untuk Model 2 . . . . .	50
B.3 Analisis Sensitivitas untuk Model 3 . . . . .	51
B.4 Analisis Sensitivitas untuk Model 3 . . . . .	52
B.5 Analisis Sensitivitas untuk Model 4 . . . . .	52
B.6 Analisis Sensitivitas untuk Model 4 . . . . .	53
B.7 Analisis Sensitivitas untuk Model 4 . . . . .	54

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Persediaan adalah barang yang disimpan untuk digunakan atau dijual pada masa atau periode yang akan datang [1]. Jika sebuah perusahaan memesan sedikit barang, maka persediaan yang ada akan cepat habis. Hal ini menyebabkan biaya pemesanan semakin besar karena pemesanan akan semakin sering dilakukan. Tetapi jika perusahaan tersebut memesan banyak barang, maka semakin besar biaya penyimpanan yang dibutuhkan [2]. Model persediaan dibutuhkan untuk membantu perusahaan tersebut menentukan jumlah barang yang harus dipesan dan kapan harus memesan sehingga biaya yang dikeluarkan minimum dan keuntungan yang didapatkan maksimum.

Pada kenyataannya, banyak hal yang mempengaruhi persediaan. Contohnya adalah kemungkinan terjadi deteriorasi atau penurunan kualitas barang pada persediaan yang dimiliki. Deteriorasi terjadi seiring berjalannya waktu, semakin lama waktu yang berlalu maka kualitas barang semakin menurun. Barang-barang yang akan mengalami deteriorasi contohnya adalah produk makanan atau obat-obatan. Faktor-faktor lain yang mempengaruhi persediaan contohnya adalah tingkat permintaan dan biaya penyimpanan. Semakin banyak waktu yang diberikan, permintaan pun akan semakin banyak. Demikian pula dengan biaya penyimpanan. Semakin banyak waktu yang diberikan, biaya penyimpanan yang dibutuhkan pun akan semakin besar.

Satu siklus akan dibagi menjadi dua bagian, yaitu masa produksi dan masa saat produksi sudah berakhir. Selama masa produksi, persediaan akan bertambah karena adanya penambahan barang. Pada saat yang sama, persediaan akan berkurang oleh permintaan dan deteriorasi. Saat masa produksi berakhir, tidak akan ada lagi penambahan barang, tetapi masih ada permintaan dan deteriorasi. Karena persediaan terus berkurang, pada akhirnya persediaan akan habis dan bisa terjadi kekurangan barang. Saat terjadi kekurangan barang, perusahaan dapat memberikan pilihan untuk melakukan *back order*. *Back order* dilakukan agar konsumen mau menunggu sampai barang tersebut diproduksi kembali. Tetapi tentu saja tidak semua konsumen akan memilih untuk melakukan *back order*. Pasti ada konsumen yang tidak mau menunggu sampai barang diproduksi kembali dan memutuskan untuk mencari perusahaan lain, sehingga dapat menyebabkan potensi keuntungan yang hilang bagi perusahaan. Model dibuat dengan mempertimbangkan seluruh faktor ini.

### 1.2 Rumusan Masalah

Masalah dapat dirumuskan sebagai:

- Bagaimana mengembangkan model persediaan dengan permintaan dan biaya penyimpanan bergantung waktu, dan terjadinya deteriorasi?
- Bagaimana mencari total biaya yang minimum?
- Bagaimana akibat dari perubahan parameter pada model terhadap total biaya?

### 1.3 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai adalah:

- Membuat model persediaan dengan permintaan dan biaya penyimpanan bergantung waktu, dan terjadinya deteriorasi.
- Mencari total biaya minimum dari model.
- Melakukan analisis sensitivitas untuk mengetahui akibat dari perubahan parameter pada model terhadap total biaya.

### 1.4 Batasan Masalah

- Persediaan hanya terdiri oleh satu jenis barang.
- Tidak ada waktu tunggu di antara waktu pengadaan persediaan.

### 1.5 Sistematika Pembahasan

#### **Bab 1: Pendahuluan**

Bab 1 membahas pendahuluan, termasuk di dalamnya adalah rumusan masalah, tujuan, dan batasan masalah.

#### **Bab 2: Landasan Teori**

Latar belakang dari model persediaan yang digunakan dan hal-hal lain yang diperlukan untuk menyelesaikan model persediaan yang diinginkan akan dibahas pada Landasan Teori.

#### **Bab 3: Model Persediaan Dengan Kekurangan Barang, Permintaan Bergantung Waktu, Biaya Penyimpanan Bergantung Waktu, Dan Terjadinya Deteriorasi**

Membahas mengenai model matematika dari model persediaan dengan kekurangan barang, permintaan bergantung waktu, biaya penyimpanan bergantung waktu, dan terjadinya deteriorasi. Selain itu terdapat juga prosedur pencarian solusi untuk mendapatkan total biaya yang minimum dan contoh numerik.

#### **Bab 4: Analisis Sensitivitas Model**

Menganalisis pengaruh perubahan parameter terhadap panjang siklus, panjang waktu produksi, dan biaya total. Keempat model persediaan yang sebelumnya telah dibahas pada Bab 3 juga dibandingkan satu sama lain.

#### **Bab 5: Kesimpulan dan Saran**

Kesimpulan yang diperoleh dari analisis sensitivitas dan saran untuk pengembangan lebih lanjut akan dibahas pada bab 5.