

SKRIPSI

**ANALISIS PERBANDINGAN BILANGAN REPRODUKSI
DASAR PADA MODEL PENYEBARAN PENYAKIT DENGUE
DI KOTA BANDUNG DENGAN MENGGUNAKAN METODE
JACOBI, METODE MATRIKS GENERASI, DAN METODE
LAJU PERTUMBUHAN INTRINSIK**



Vania Junisha

NPM: 2015710004

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2019**

FINAL PROJECT

**COMPARATIVE ANALYSIS OF BASIC REPRODUCTION
NUMBER ON DENGUE DISEASE TRANSMISSION MODEL
IN BANDUNG USING JACOBI, NEXT GENERATION, AND
INTRINSIC GROWTH RATE METHODS**



Vania Junisha

NPM: 2015710004

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2019**

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS PERBANDINGAN BILANGAN REPRODUKSI DASAR PADA MODEL PENYEBARAN PENYAKIT DENGUE DI KOTA BANDUNG DENGAN MENGGUNAKAN METODE JACOBI, METODE MATRIKS GENERASI, DAN METODE LAJU PERTUMBUHAN INTRINSIK

Vania Junisha

NPM: 2015710004

Bandung, 23 Juli 2019

Menyetujui,

Pembimbing Utama

Pembimbing Pendamping

Farah Kristiani, M.Si.

Dr. Benny Yong

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Taufik Limansyah, M.T.

Maria Anastasia, M.Si.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

**ANALISIS PERBANDINGAN BILANGAN REPRODUKSI DASAR PADA
MODEL PENYEBARAN PENYAKIT DENGUE DI KOTA BANDUNG
DENGAN MENGGUNAKAN METODE JACOBI, METODE MATRIKS
GENERASI, DAN METODE LAJU PERTUMBUHAN INTRINSIK**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 23 Juli 2019

Meterai Rp. 6000

Vania Junisha
NPM: 2015710004

ABSTRAK

Penyakit *Dengue* merupakan masalah kesehatan yang utama di masyarakat Indonesia, khususnya di Jawa Barat. Salah satu wilayah di Jawa Barat yang memiliki kasus *Dengue* yang tinggi adalah di kota Bandung. Pada penyebarannya, terdapat perbedaan tingkat risiko transmisi antara kelompok usia anak dan dewasa. Salah satu strategi pencegahan penyebaran penyakit *Dengue* yang dapat dilakukan adalah dengan melalui pemodelan dari sistem dinamika penyebarannya. Pada skripsi ini akan dibahas model kompartemen penyebaran penyakit *Dengue* di kota Bandung dengan memperhitungkan faktor individu anak dengan kasus simptomatik dan asimtomatik. Setelah itu akan ditentukan sistem persamaan diferensial dan titik kesetimbangannya. Kemudian akan ditentukan bilangan reproduksi dasar dengan menggunakan metode Jacobi, matriks generasi, dan laju pertumbuhan intrinsik. Bilangan ini untuk menunjukkan parameter ambang batas terjadinya penyebaran penyakit *Dengue*. Selanjutnya akan dilakukan simulasi numerik dengan menerapkan nilai setiap parameter dan data banyaknya kasus *Dengue* di kota Bandung pada tahun 2016-2018. Kemudian akan dianalisa hasil yang diperoleh dari masing-masing metode tersebut dan pengaruhnya pada pemodelan transmisi penyakit *Dengue* di kota Bandung. Diperoleh dua titik kesetimbangan, yaitu untuk kasus bebas penyakit dan endemik, kemudian diperoleh dua bentuk bilangan reproduksi dasar yang berbeda dengan masing-masing karakteristiknya. Dengan metode Jacobi dan matriks generasi, bilangan reproduksi dasar yang dihasilkan bergantung pada nilai-nilai parameter. Sedangkan untuk metode laju pertumbuhan intrinsik, nilai bilangan reproduksi dasar bergantung pada data riil pada masing-masing daerah.

Kata-kata kunci: Penyakit *Dengue*, model *SIR-SI*, titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar

ABSTRACT

Dengue is a major public health concern in Indonesia, especially in West Java. Specifically in Bandung as a city in West Java that had a high number of Dengue disease. In its spread, there are differences in the level of risk of transmission between the age group of children and adults. One of the strategies to prevent the spread of Dengue disease is by implementing the modelling of a dynamic system of its spread. In this final project, the compartment model for the spread of Dengue disease in Bandung is discussed by calculating the individual factors of children with symptomatic and asymptomatic cases. Next, the system of differential equations and equilibrium points is determined. Then, the basic reproduction number is determined using the Jacobi, next generation matrix, and Intrinsic Growth Rate methods. This number is to show the threshold for the spread of Dengue Disease. Furthermore, a numerical simulation is carried out by applying the value of each parameter and the number of cases of Dengue disease in Bandung in 2016-2018. It is followed by analyzing the result for each method and the effect on the modeling of Dengue transmission in Bandung. Two equilibrium points, for disease-free and endemic cases, are obtained, and two forms of basic reproduction number with their characteristics are obtained. Basic reproduction number determined by Jacobi and next generation matrix methods depends on parameter values, while one determined by intrinsic growth rate depends on real data in each region.

Keywords: Dengue disease, SIR-SI model, equilibrium state, basic reproduction number

Dipersembahkan untuk Mama, Papa, Akong, dan Kung Kung...

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yesus Kristus atas anugerah, rahmat, dan kasih-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi dengan judul "Analisis Perbandingan Bilangan Reproduksi Dasar pada Model Penyebaran Penyakit Dengue di Kota Bandung dengan Menggunakan Metode Jacobi, Metode Matriks Generasi, dan Metode Laju Pertumbuhan Intrinsik". Skripsi ini disusun sebagai syarat untuk menyelesaikan studi Strata-I Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Penulis berharap skripsi ini dapat berguna bagi mahasiswa maupun pembaca lainnya. Selama masa studi, penulis telah banyak mendapatkan ilmu, pengalaman, dan kebahagiaan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan rasa terimakasih kepada:

- Orang tua dan keluarga besar yang selalu mendukung penulis dalam segala keadaan serta memberikan nasihat.
- Ibu Farah Kristiani selaku Dosen Pembimbing yang telah sabar dalam membimbing, memberikan ilmu, saran, serta semangat sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat waktu.
- Bapak Dr. Benny Yong selaku Dosen Pembimbing serta yang dengan sabar telah membimbing, memberikan ilmu, saran dan arahan kepada penulis selama penyusunan skripsi ini.
- Bapak Taufik Limansyah, M.T. dan Ibu Maria Anestasia, M.Si, M.ActSc selaku Dosen Penguji atas waktu dan saran yang telah diberikan untuk perbaikan skripsi ini.
- Bapak Liem Chin, M.Si selaku Koordinator Skripsi yang telah banyak memberi arahan dan nasihat sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
- Seluruh dosen FTIS yang telah memberikan berbagai ilmu kepada penulis.
- Seluruh staf Tata Usaha FTIS atas segala bantuan administrasi selama masa perkuliahan penulis.
- Jane Lukman sebagai sahabat yang luar biasa, terimakasih karena selalu meluangkan waktu, memberikan nasihat, semangat serta hiburan kepada penulis.
- Angia Natasha sebagai sahabat yang selalu menemani penulis dan selalu memberikan semangat serta hiburan kepada penulis.
- Teman-teman Buaya Darat : Lisa, Fani, Maria, Lydia, Mega, Stany, Raka, Mahe, Jojo, dan Edo. Terimakasih untuk setiap cerita dan pengalaman berharga selama penulis berkuliah di Unpar.
- Teman-teman Rempela : Lisa, Fani, Maria, Lydia, dan Mega. Terimakasih untuk setiap kesan dan pengalaman bersama yang berharga selama perkuliahan di Unpar.
- Teman-teman Matematika Unpar 2015 yang telah menjadi keluarga yang kompak dan selalu membangun satu sama lain.

- Teman-teman angkatan 2014, 2016, 2017, dan 2018 yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, maka penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari para pembaca ...

Bandung, Juli 2019

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	3
1.5 Sistematika Penulisan	3
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Penyakit Dengue	5
2.2 Persamaan Diferensial	6
2.3 Sistem Persamaan Diferensial Linear Orde Satu	7
2.4 Sistem Persamaan Diferensial Tak Linear Orde Satu	8
2.5 Model <i>S-I-R</i>	9
2.6 Bilangan Reproduksi Dasar	10
2.7 Metode-metode Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar	10
2.7.1 Metode Jacobi	10
2.7.2 Matriks Generasi	14
2.7.3 Laju Pertumbuhan Intrinsik	15
2.8 Kriteria Kestabilan <i>Routh-Hurwitz</i>	15
3 MODEL KOMPARTEMEN PENYEBARAN PENYAKIT DENGUE DENGAN MEMPERHITUNGGAN FAKTOR USIA	17
3.1 Model Kompartemen	17
3.2 Pembentukan Model	18
3.3 Titik Keseimbangan	20
3.4 Bilangan Reproduksi Dasar	22
3.4.1 Metode Jacobi	22
3.4.2 Matriks Generasi	25
3.4.3 Laju Pertumbuhan Intrinsik	26
4 SIMULASI NUMERIK	29
4.1 Analisis Kestabilan	29
4.1.1 Titik Keseimbangan Bebas Penyakit	29
4.1.2 Titik Keseimbangan Endemik	31
4.2 Analisa Metode Laju Pertumbuhan Intrinsik	32

4.3 Perbandingan Hasil Metode Jacobi dan Metode Matriks Generasi dengan Metode Laju Pertumbuhan Intrinsik	34
5 KESIMPULAN DAN SARAN	37
5.1 Kesimpulan	37
5.2 Saran	37
DAFTAR REFERENSI	39

DAFTAR GAMBAR

1.1	Banyaknya Penderita Penyakit <i>Dengue</i> di Bandung Tahun 2016 hingga 2018	1
2.1	Siklus <i>Dengue</i>	5
2.2	Kasus <i>Dengue</i> di kota Bandung Tahun 2010-2018	6
2.3	Model <i>S-I-R</i> Umum	9
2.4	Model <i>S-I-R</i>	11
3.1	Model kompartemen untuk penyebaran penyakit <i>Dengue</i>	18
4.1	Grafik penyebaran penyakit <i>Dengue</i> pada kondisi bebas penyakit	31
4.2	Grafik penyebaran penyakit <i>Dengue</i> pada kondisi endemik	32
4.3	Data Kumulatif dari Banyaknya Kasus <i>Dengue</i> di Kota Bandung Tahun 2016-2018	33

DAFTAR TABEL

4.1	Definisi dan Nilai Parameter untuk Kondisi Bebas Penyakit	29
4.2	Nilai E yang Dipilih dan Hasil \mathfrak{R}_0	31
4.3	Definisi dan Nilai Parameter	33
4.4	Nilai r_0 dan Nilai \mathfrak{R}_0	34
4.5	Perbandingan Hasil \mathfrak{R}_0 dengan Data Riil	34

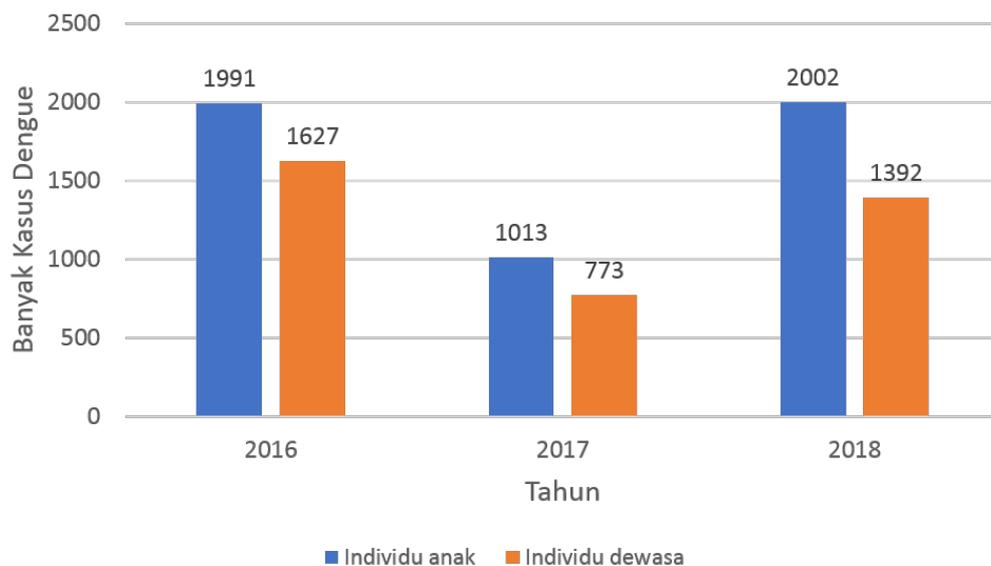
BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penyakit *Dengue* merupakan masalah kesehatan masyarakat yang utama di daerah tropis dan subtropis. Hal ini disebabkan karena nyamuk *Aedes* sebagai vektor penyakit *Dengue* hanya berkembang biak pada daerah yang temperaturnya lebih dari 16°C dan pada ketinggian kurang dari 1.000 meter di atas permukaan air laut. Penyakit *Dengue* merupakan penyakit yang dapat menular dengan cepat, dengan peningkatan kasus 30 kali lipat dalam 50 tahun terakhir. Diperkirakan terdapat sekitar 100 juta kasus *Dengue* setiap tahun dan 500.000 kasus *Dengue* yang memerlukan rawat inap. 90% dari kasus *Dengue* diderita oleh anak dibawah umur 15 tahun dengan tingkat kematian penyakit *Dengue* rata-rata 5% dan sekitar 25.000 kematian setiap tahun[1].

Berdasarkan WHO[2], Indonesia merupakan salah satu negara di Asia Tenggara yang memiliki jumlah kasus *Dengue* tertinggi. Menurut data dari Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Barat, salah satu wilayah di Jawa Barat yang memiliki kasus *Dengue* yang tinggi adalah di kota Bandung. Berdasarkan data dari Dinas Kesehatan kota Bandung seperti pada gambar 1.1, kasus *Dengue* yang diderita oleh anak dibawah umur 15 tahun selalu lebih banyak setiap tahunnya. Oleh karena itu, pada skripsi ini hanya akan diperhatikan individu anak yang rentan terhadap penyakit *Dengue*. Kelompok usia merupakan faktor penting yang harus dipertimbangkan dalam pemodelan pemetaan penyakit. Faktor usia bukan hanya terkait dengan kekebalan tubuh seseorang terhadap penularan suatu penyakit tertentu, tetapi juga untuk pencegahan dan pengobatan tertentu dari suatu penyakit.



Gambar 1.1: Banyaknya Penderita Penyakit *Dengue* di Bandung Tahun 2016 hingga 2018

Salah satu cara yang dapat dilakukan untuk mencegah dan mengontrol penyebaran penyakit *Dengue* adalah dengan membuat pemodelan matematika. Model penyebaran penyakit pertama kali diperkenalkan oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1927, yaitu model *S-I-R*(*susceptible, infected, recovered*)[3]. Dari model tersebut akan diperoleh bilangan reproduksi dasar. Bilangan reproduksi dasar merupakan nilai ambang batas untuk mengetahui apakah suatu penyakit akan menjadi wabah di suatu populasi atau tidak. Dengan bilangan reproduksi dasar, dapat diperoleh strategi untuk mengontrol penyebaran penyakit dengan lebih baik. Pada Heffernan, Smith, dan Wahl.[4], telah dibahas berbagai macam metode untuk menentukan bilangan reproduksi dasar. Beberapa metodenya antara lain metode Jacobi, metode matriks generasi, metode *laju pertumbuhan intrinsik*, dan sebagainya.

Dalam skripsi ini, akan dibahas model matematika dengan berbagai metode untuk menentukan bilangan reproduksi dasar pada kasus penyebaran penyakit *Dengue*. Pada skripsi ini hanya akan diperhatikan individu anak dengan kasus simptomatik dan asimtomatik yang telah dibahas pada jurnal Pongsumpun [5]. Dari model tersebut akan dicari titik kesetimbangan dan bilangan reproduksi dasarnya. Skripsi ini akan menelaah lebih dalam mengenai metode penentuan bilangan reproduksi dasar dengan menggunakan tiga metode yang berbeda, yaitu dengan menggunakan matriks Jacobi, matriks generasi, dan laju pertumbuhan intrinsik. Lalu akan dibandingkan hasil yang diperoleh dari ketiga model yang berbeda tersebut. Setelah itu akan dianalisa simulasi numerik dan strategi untuk mengontrol penyebaran penyakit *Dengue* di Bandung.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah:

1. Bagaimana pembentukan model matematika untuk penyebaran penyakit *Dengue* dengan memperhatikan kasus simptomatik dan asimtomatik?
2. Bagaimana titik kesetimbangan dari model matematika untuk penyebaran penyakit *Dengue* dengan memperhatikan kasus simptomatik dan asimtomatik?
3. Bagaimana cara menentukan bilangan reproduksi dasar dengan menggunakan metode Jacobi, matriks generasi, dan laju pertumbuhan intrinsik?
4. Apa perbedaan hasil bilangan reproduksi dasar yang dihasilkan dari ketiga metode tersebut?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Menentukan pembentukan model matematika untuk penyebaran penyakit *Dengue* dengan memperhatikan kasus simptomatik dan asimtomatik.
2. Menentukan titik kesetimbangan dari model matematika untuk penyebaran penyakit *Dengue* dengan memperhatikan kasus simptomatik dan asimtomatik.
3. Menentukan bilangan reproduksi dasar menggunakan metode Jacobi, matriks generasi, dan laju pertumbuhan intrinsik untuk penyakit *Dengue*.
4. Menganalisa perbedaan hasil bilangan reproduksi dasar yang dihasilkan dari ketiga metode tersebut.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah pada skripsi ini adalah:

1. Jumlah populasi manusia dan vektor konstan.
2. Model akan diterapkan pada kasus *Dengue* di wilayah Bandung.
3. Data yang digunakan adalah data penderita *Dengue* di kota Bandung pada tahun 2016-2018.
4. Individu akan kebal terhadap 1 jenis serotipe yang telah menginfeksi.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada skripsi ini terdiri dari 5 bab, yaitu:

Bab I : Pendahuluan

Pada bab ini akan dibahas latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II : Landasan Teori

Pada bab ini akan dibahas teori pendukung yang digunakan dalam skripsi ini, antara lain mengenai Penyakit *Dengue*, Persamaan Diferensial, Sistem Persamaan Diferensial Orde Satu, Sistem Persamaan Diferensial Tak Linear Orde Satu, Bilangan Reproduksi Dasar, dan Metode-metode Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar.

Bab III : Model Kompartemen Penyebaran Penyakit *Dengue*

Pada bab ini akan dibahas mengenai model kompartemen penyebaran penyakit *Dengue*, titik keseimbangan dan bilangan reproduksi dasar menggunakan metode Jacobi, metode matriks generasi, dan metode laju pertumbuhan intrinsik.

Bab IV : Simulasi Numerik

Pada bab ini akan dibahas mengenai simulasi numerik dari setiap model dengan parameter yang sudah ditentukan.

Bab V : Kesimpulan dan Saran

Bab ini berisi kesimpulan yang diambil pada bab-bab sebelumnya dan saran untuk pengembangan selanjutnya.