

SKRIPSI

**PENENTUAN HARGA OPSI ASIA MODEL HULL-WHITE
DENGAN METODE BINOMIAL *CELL AVERAGING***



Karina Anggraeni

NPM: 2015710033

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2019**

FINAL PROJECT

**PRICING ASIAN OPTION WITH HULL-WHITE MODEL
USING CELL AVERAGING BINOMIAL METHOD**



Karina Anggraeni

NPM: 2015710033

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2019**

LEMBAR PENGESAHAN

PENENTUAN HARGA OPSI ASIA MODEL HULL-WHITE DENGAN METODE BINOMIAL *CELL AVERAGING*

Karina Anggraeni

NPM: 2015710033

Bandung, 18 Juli 2019

Menyetujui,

Pembimbing

Dr. Erwinna Chendra

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Dr. Julius Dharma Lesmono

Iwan Sugiarto, M.Si.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

PENENTUAN HARGA OPSI ASIA MODEL HULL-WHITE DENGAN METODE BINOMIAL *CELL AVERAGING*

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 18 Juli 2019

Meterai Rp. 6000

Karina Anggraeni
NPM: 2015710033

ABSTRAK

Opsi adalah salah satu jenis instrumen keuangan yang sangat populer diperdagangkan di pasar modal. Opsi Asia merupakan salah satu jenis opsi eksotis (*exotic option*) yang memiliki keunikan, yaitu nilai *payoff*-nya dihitung dari rata-rata harga aset pada suatu periode waktu tertentu. Opsi Asia cukup digemari karena penggunaan nilai rata-rata harga aset mengakibatkan berkurangnya tingkat volatilitas harga aset pada pasar modal. Harga opsi Asia tidak dapat ditentukan menggunakan formula Black-Scholes-Merton karena rata-rata aritmatika dari peubah acak yang berdistribusi lognormal tidaklah berdistribusi lognormal. Oleh karena itu, akan ditentukan harga opsi Asia berdasarkan model Hull-White menggunakan metode binomial Cox, Ross, dan Rubinstein. Kemudian akan dikombinasikan model Hull-White dengan metode binomial *cell averaging* yang menggunakan rata-rata sel pada setiap titik di pohon binomial sebagai modifikasi dan pembanding dari metode binomial Cox, Ross, dan Rubinstein. Hasil simulasi menunjukkan bahwa model Hull-White dengan metode binomial *cell averaging* memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan model Hull-White dengan metode binomial Cox, Ross, dan Rubinstein karena penggunaan rata-rata sel memperbesar jangkauan nilai rata-rata representatif dari harga aset yang ada.

Kata-kata kunci: opsi Asia, model Hull-White, metode binomial, metode binomial *cell averaging*

ABSTRACT

Stock options are one of the most popular financial instruments traded in the capital market. An Asian option is a kind of exotic option which is unique, that is, the value of its payoff is calculated from average prices of the asset at a certain period of time. Asian options are quite popular because the usage of average prices results in a reduced level of volatility in the capital market. Pricing such an option could not be done by using the Black-Scholes-Merton formula because the arithmetic average of a lognormal random variable is no longer lognormally distributed. Therefore, the Asian option price will be valued with the Hull-White model using Cox, Ross, and Rubinstein binomial method. Then, the Hull-White model will be combined with cell averaging binomial method which uses cell averages at each point in the binomial tree as a modification and comparison of the standard binomial method. Simulation results show that the Hull-White model using cell averaging binomial method gives better results than the standard binomial method because the use of cell averages increases existing asset prices representative average range.

Keywords: Asian option, Hull-White model, binomial method, cell averaging binomial method

Terima kasih kepada diriku, terima kasih telah terus berjuang.

*Teruntuk keluargaku, selalu dalam doa dan hangatnya kata;
terima kasih sudah selalu percaya.*

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur yang amat mendalam penulis panjatkan kepada Tuhan Yesus Kristus atas segala kemudahan dan rahmat berlimpah yang telah penulis terima selama perkuliahan hingga akhirnya skripsi ini dapat selesai tepat waktu. Skripsi yang berjudul "Penentuan Harga Opsi Asia Model Hull-White dengan Metode Binomial *Cell Averaging*" ini ditulis sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana di program studi matematika Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Selama mengenyam pendidikan di bangku kuliah, penulis tertarik dengan mata kuliah matematika keuangan. Khususnya mengenai penentuan harga opsi yang juga merupakan salah satu topik yang menarik dalam bidang keuangan modern. Berpegang pada alasan yang sederhana itu, penulis mengangkat topik tersebut untuk dijadikan topik skripsi.

Selama empat tahun menjalani hari-hari perkuliahan dan merasakan dinamika menjadi seorang mahasiswa, tak terasa segala jerih payah dan usaha kini sudah sampai pada puncaknya. Perjalanan ini tentunya tidak penulis lalui seorang diri. Baik semasa perkuliahan, penulisan skripsi, hingga akhirnya skripsi ini selesai, penulis banyak mendapat bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu pada kesempatan ini, dengan hormat penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Kedua orangtua yang terus memberikan kasih sayang, doa, dukungan, dan penyertaan mereka hingga penulis bisa mencapai titik ini dalam hidup. Adik penulis yang senantiasa menjadikan hari-hari dalam kehidupan penulis menyenangkan dan bermakna.
2. Ibu Dr. Erwinna Chendra selaku dosen pembimbing yang selama kurang lebih satu semester ini telah bersedia meluangkan waktu untuk mengarahkan dan membimbing penulis dengan sabar. Beliau banyak membagikan ilmu, masukan, dan semangat kepada penulis; juga mengajarkan penulis untuk lebih yakin akan kemampuan diri sendiri.
3. Bapak Dr. Julius Dharma Lesmono selaku dosen penguji pertama sekaligus dosen wali atas segala ilmu, masukan, dan panutan yang diberikan selama perkuliahan. Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. selaku dosen penguji kedua atas ilmu, saran, komentar, dan pertanyaan yang bersifat membangun bagi pengembangan skripsi maupun diri penulis. Bapak Liem Chin, M.Si. selaku koordinator skripsi atas ilmu, informasi, waktu, serta masukan yang diberikan selama penulisan skripsi.
4. Bapak dan Ibu dosen program studi matematika yang telah membagikan ilmu yang mereka miliki kepada penulis semasa kuliah. Bapak Agus Sukmana, M.Sc., Bapak Dr. Benny Yong, Bapak Dr. Ferry Jaya Permana, Bapak Taufik Limansyah, S.Si., M.T., Ibu Maria Anastasia, M.Si., M.Act.Sc., dan Bapak Prof. Dr. Wono Setya Budhi.
5. Kepala dan staf Tata Usaha FTIS atas segala bantuan administrasi selama penulis berkuliah. Segenap pekarya FTIS atas bantuan yang diberikan kepada penulis baik secara langsung maupun tidak langsung.
6. Nico Ganes Julianto yang telah menjadi teman dalam hidup; dengan setia melimpahkan doa dan dorongan moral, juga tak lupa mengingatkan penulis akan tanggung jawab dan kewajiban yang harus diselesaikan selama masa perkuliahan dan penulisan skripsi.
7. Keluarga Taekwondo UNPAR yang telah menjadi rumah kedua bagi penulis selama masa perkuliahan; tempat penulis mengembangkan diri sebagai seorang atlet, menjadi seorang

pemimpin, serta belajar berorganisasi dan berproses. Rafael Daniel dan Benny Limuria atas kebersamaan, perjuangan, dan semangat persahabatan. Christy, Ivan, Zen, Romi, dan tak lupa Ghanny yang telah menjadi tempat bagi penulis meluapkan kejenuhan.

8. Teman-teman KTM Sel TKKY; Sandy, Laura, Dius, Lisa, Daniel, Tasya, Mega, dan Jason yang telah menjadi tempat bagi penulis untuk berbagi cerita dan bersama-sama bertumbuh dalam iman.
9. Thomas Agung Santoso yang telah dengan sukarela dan sabar membantu penulis membuat program *Matlab* yang digunakan dalam skripsi ini.
10. Teman-teman seperguruan; Gazza Syahmega yang telah lulus terlebih dahulu dan Kelvin Chandra Sidhi yang telah bersama-sama berjuang menyelesaikan skripsi ini.
11. Teman-teman angkatan 2015 yang telah lulus terlebih dahulu; Edo, Jojo, Maria, Stany, Lydia, dan Fani atas bantuan selama perkuliahan dan teladan yang diberikan dalam belajar sehingga membuat penulis terpacu untuk cepat menyusul kelulusan mereka.
12. Teman-teman angkatan 2015 yang berjuang bersama menyelesaikan skripsi ini; Mega, Vivi, Vania, Retno, Inez, Livia, Nancy, Onto, Dhito, dan Vano.
13. Teman-teman angkatan 2015 lainnya; Charisma, Mona, Aryo, Daud, Raka, Mahe, Desmond, dan Marschel. Terus semangat dan jangan berhenti berjuang. Juga untuk Paulina, Shanti, Elis, Nanda, Alif, Hendra, Bayu, Bian, dan Vincent yang walaupun sebentar, namun telah meninggalkan kenangan yang bermakna bersama matematika 2015.
14. Kakak angkatan 2014 maupun adik angkatan 2016 dan 2017 yang turut memberikan penulis semangat untuk menyelesaikan skripsi.

Penulis sadari betul bahwa skripsi ini jauh dari sempurna dan masih terdapat kekurangan, oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari para pembaca. Bagi pembaca yang ingin menyampaikan kritik dan saran maupun meminta kode program *Matlab* yang digunakan dalam skripsi ini, dapat menghubungi penulis melalui *e-mail*: karina.dibyo@gmail.com. Akhir kata, penulis harap skripsi ini dapat memberikan kontribusi dalam dunia keuangan modern dan bermanfaat bagi para pembaca.

Bandung, Juli 2019

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Opsi	5
2.2 Opsi Asia	6
2.3 Pergerakan Harga Aset	8
2.3.1 Proses Wiener	8
2.3.2 Gerak Brown Geometri	9
2.4 Metode Binomial CRR	11
3 MODIFIKASI METODE BINOMIAL	15
3.1 Modifikasi Metode Binomial CRR	15
3.2 Metode Binomial <i>Cell Averaging</i>	17
3.3 Penentuan Harga Opsi Eropa dengan Modifikasi Metode Binomial CRR dan Metode Binomial <i>Cell Averaging</i>	19
4 PENENTUAN HARGA OPSI ASIA MODEL HULL-WHITE <i>Cell Averaging</i>	25
4.1 Model Hull-White	25
4.2 Penentuan Harga Opsi Asia Model Hull-White dan Hull-White <i>Cell Averaging</i>	27
5 KESIMPULAN DAN SARAN	37
5.1 Kesimpulan	37
5.2 Saran	37
DAFTAR REFERENSI	39

DAFTAR GAMBAR

2.1	Payoff opsi <i>call</i> untuk <i>long position</i> (kiri) dan <i>short position</i> (kanan).	6
2.2	Payoff opsi <i>put</i> untuk <i>long position</i> (kiri) dan <i>short position</i> (kanan).	6
2.3	Pergerakan harga aset menggunakan metode binomial satu langkah.	11
2.4	Pergerakan harga aset menggunakan metode binomial tiga langkah.	12
3.1	Pergerakan nilai logaritma natural harga aset menggunakan modifikasi metode binomial CRR satu langkah.	15
3.2	Pergerakan nilai logaritma natural harga aset menggunakan modifikasi metode binomial CRR tiga langkah.	16
3.3	Pergerakan nilai logaritma natural harga aset menggunakan metode binomial <i>cell averaging</i> satu langkah.	17
3.4	Pergerakan nilai logaritma natural harga aset menggunakan metode binomial <i>cell averaging</i> tiga langkah.	18
3.5	Pergerakan nilai logaritma natural harga saham menggunakan modifikasi metode binomial CRR tiga langkah pada contoh soal pertama.	19
3.6	Penentuan harga opsi <i>call</i> jenis Eropa menggunakan modifikasi metode binomial CRR tiga langkah pada contoh soal pertama.	20
3.7	Pergerakan nilai logaritma natural harga saham menggunakan metode binomial <i>cell averaging</i> tiga langkah pada contoh soal pertama.	20
3.8	Penentuan harga opsi <i>call</i> jenis Eropa menggunakan metode binomial <i>cell averaging</i> tiga langkah pada contoh soal pertama.	21
3.9	Perbandingan konvergensi modifikasi metode binomial CRR (CRR) dan metode binomial <i>cell averaging</i> (CA) terhadap formula Black-Scholes-Merton (BSM) dalam penentuan harga opsi <i>call</i> jenis Eropa (C) berdasarkan banyaknya langkah (M).	22
4.1	Pergerakan harga saham menggunakan metode binomial empat langkah pada contoh soal kedua.	28
4.2	Penentuan harga opsi <i>call</i> Asia jenis Eropa model Hull-White dengan metode binomial CRR pada contoh soal kedua.	29
4.3	Perbandingan harga opsi <i>call</i> Asia jenis Eropa menggunakan model Hull-White (HW) dan Hull-White <i>cell averaging</i> (HW-CA) berdasarkan banyaknya langkah (M) dengan nilai $\omega = 0,05$ dan $\alpha = 0,5$.	32
4.4	Diagram alir untuk menentukan harga opsi Asia model Hull-White dan Hull-White <i>cell averaging</i> .	33

DAFTAR TABEL

2.1	Perbedaan hak dan kewajiban dari <i>long position</i> dan <i>short position</i> pada opsi <i>call</i> dan opsi <i>put</i>	5
2.2	<i>Payoff</i> dari opsi <i>call</i> dan opsi <i>put</i> pada opsi Eropa dan Amerika.	6
2.3	<i>Payoff</i> dari opsi <i>call</i> dan opsi <i>put</i> Asia tipe <i>average-rate</i>	7
2.4	<i>Payoff</i> dari opsi <i>call</i> dan opsi <i>put</i> pada <i>average-strike Asian option</i>	7
3.1	Perbandingan harga opsi <i>call</i> jenis Eropa menggunakan modifikasi metode binomial CRR dan metode binomial <i>cell averaging</i> terhadap formula Black-Scholes-Merton.	22
4.1	Tabel nilai rata-rata maksimum (A_i^{maks}), rata-rata minimum (A_i^{min}), dan m_i dari setiap interval waktu dengan nilai $\omega = 0, 1$ untuk contoh soal kedua.	28
4.2	Tabel himpunan nilai rata-rata representatif (A_i) dari setiap interval waktu dengan nilai $\omega = 0, 1$ untuk contoh soal kedua.	28
4.3	Perbandingan harga opsi <i>call</i> Asia jenis Eropa menggunakan model Hull-White dan Hull-White <i>cell averaging</i> berdasarkan banyaknya langkah (M) dengan nilai $\omega = 0, 05$ dan $\alpha = 0, 5$	32
4.4	Perbandingan harga opsi <i>call</i> Asia model Hull-White dengan Hull-White <i>cell averaging</i> untuk $\omega = 0, 05$, $\alpha = 0, 5$, dan $M = 300$	34
4.5	Perbandingan harga opsi <i>call</i> Asia model Hull-White dengan Hull-White <i>cell averaging</i> untuk $\alpha = 0, 5$ dan $M = 300$ terhadap nilai ω yang berbeda-beda.	34
4.6	Perbandingan harga opsi <i>call</i> Asia model Hull-White dengan Hull-White <i>cell averaging</i> untuk $\omega = 0, 05$ dan $M = 300$ terhadap nilai α yang berbeda-beda.	35

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Seiring dengan perkembangan zaman, tentunya berbagai produk atau instrumen keuangan yang kita temui dalam kehidupan sehari-hari juga semakin beragam. Derivatif, misalnya, merupakan salah satu jenis instrumen keuangan yang populer diperdagangkan dalam dunia keuangan modern [1]. Derivatif sendiri bisa dipandang sebagai suatu kontrak yang mengatur kegiatan jual beli aset yang tertera di dalamnya. Nilai dari derivatif bergantung pada nilai dari aset tertera (*underlying asset*). Aset dalam derivatif dapat berupa saham, nilai tukar mata uang, maupun komoditas yang diperjualbelikan baik melalui bursa (*exchange-traded market*) atau di luar bursa (*over-the-counter market*). Terdapat berbagai macam jenis derivatif, salah satunya adalah opsi [1].

Opsi adalah jenis derivatif yang sangat populer diperdagangkan di pasar modal. Dalam berinvestasi menggunakan opsi, harus ada dua pihak yang terlibat, yaitu pihak pemegang kontrak opsi dan pihak penerbit kontrak opsi. Pada akhir waktu berlakunya opsi atau sering disebut waktu jatuh tempo, pihak pemegang kontrak memiliki hak untuk menjual maupun membeli sejumlah aset sesuai dengan harga kesepakatan. Perlu diingat bahwa pihak pemegang kontrak berhak, namun tidak diwajibkan untuk mengeksekusi kontrak opsi yang ia miliki [1].

Selain digunakan sebagai salah satu alat investasi, opsi digunakan sebagai strategi untuk meminimalisasi risiko kerugian yang dialami oleh pemegang kontrak atau investor akibat fluktuasi harga aset di pasar modal. Harapannya, dengan menggunakan model matematika yang tepat dapat dibuat perkiraan harga opsi yang akurat. Hal ini bertujuan agar pemegang kontrak atau investor dapat memperhitungkan risiko investasi serta memaksimalkan keuntungan yang akan diperoleh [1]. Aset tertera yang umumnya diperjualbelikan dalam kontrak opsi adalah saham.

Opsi Asia merupakan salah satu jenis opsi eksotis (*exotic option*), yang memiliki keunikan, yaitu *payoff*-nya dihitung dari rata-rata harga aset selama periode waktu tertentu. Rata-rata harga aset pada opsi Asia dapat dihitung secara aritmatika maupun geometri. Sudah terdapat solusi analitik untuk menentukan harga opsi Asia dengan rata-rata geometri, sementara dibutuhkan pendekatan numerik untuk menentukan harga opsi Asia dengan rata-rata aritmatika [2]. Opsi Asia cukup digemari dalam kegiatan investasi di pasar modal. Hal ini dikarenakan penggunaan rata-rata harga aset dapat mengurangi tingkat volatilitas sehingga mengurangi fluktuasi dan manipulasi harga aset di pasar modal. Volatilitas yang rendah menyebabkan opsi Asia memiliki harga dan juga *payoff* yang lebih rendah dibandingkan opsi biasa (*opsi plain vanilla*) [3].

Pergerakan harga saham dianggap mengikuti proses stokastik dan memiliki sifat *Markov*, yang berarti harga saham yang akan datang dapat diprediksi dari harga saham saat ini. Pergerakan harga saham dimodelkan mengikuti gerak Brown Geometri dan harga saham diasumsikan berdistribusi lognormal. Oleh karena itu, harga opsi dapat ditentukan dengan menggunakan formula Black-Scholes-Merton [1]. Opsi Asia menggunakan rata-rata harga aset untuk mencari nilai *payoff*-nya, maka formula Black-Scholes-Merton tidak lagi dapat digunakan karena rata-rata aritmatika dari peubah acak yang berdistribusi lognormal tidaklah berdistribusi lognormal [2].

Metode binomial yang diperkenalkan oleh Cox, Ross, dan Rubinstein atau sering disebut metode binomial CRR, merupakan salah satu pendekatan numerik yang dapat digunakan untuk menghitung

harga opsi. Metode binomial CRR memiliki langkah pengerjaan yang cukup sederhana, namun kurang efektif untuk digunakan dalam penentuan harga opsi Asia karena rata-rata harga opsi bertumbuh secara eksponensial seiring dengan bertambah banyaknya aset pada pohon binomial [3]. Oleh karena itu, pada skripsi ini akan dikombinasikan metode binomial *cell averaging* dengan model Hull-White yang menggunakan rata-rata representatif sebagai modifikasi dari metode binomial CRR untuk menentukan harga opsi Asia.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah:

1. Bagaimana cara menentukan harga opsi Asia model Hull-White dengan metode binomial CRR?
2. Bagaimana cara menentukan harga opsi Asia model Hull-White dengan metode binomial *cell averaging*?

1.3 Tujuan

Tujuan penulisan skripsi ini antara lain:

1. Membandingkan harga opsi Asia model Hull-White yang ditentukan dengan metode binomial CRR dan metode binomial *cell averaging*.
2. Menganalisa sensitivitas parameter yang digunakan dalam penentuan harga opsi Asia model Hull-White dengan metode binomial CRR dan metode binomial *cell averaging*.

1.4 Batasan Masalah

Pada skripsi ini, akan ditentukan harga opsi Asia model Hull-White dengan metode binomial CRR dan metode binomial *cell averaging* yang mengasumsikan:

1. Aset yang tertera pada derivatif (*underlying asset*) berupa saham yang tidak memberikan dividen.
2. Tingkat suku bunga bebas risiko dianggap konstan.

1.5 Sistematika Pembahasan

Pembahasan dalam skripsi ini meliputi:

1. BAB 1 Pendahuluan

Pada bab ini akan dipaparkan latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, dan sistematika pembahasan.

2. BAB 2 Landasan Teori

Bab ini meliputi materi-materi yang akan digunakan sebagai teori pendukung dalam pembahasan pada bab-bab selanjutnya. Materi yang akan dibahas pada bab ini antara lain adalah definisi, istilah, manfaat, dan jenis-jenis opsi, model pergerakan harga aset, serta metode binomial CRR untuk menentukan harga opsi.

3. BAB 3 Modifikasi Metode Binomial

Bab ini berisikan pembahasan dan contoh soal penentuan harga opsi Eropa menggunakan modifikasi metode binomial CRR dan metode binomial *cell averaging*.

4. BAB 4 Penentuan Harga Opsi Asia Model Hull-White

Bab ini berisikan pembahasan, contoh soal, dan analisa sensitivitas dari penentuan harga opsi Asia model Hull-White menggunakan metode binomial CRR dan metode binomial *cell averaging*.

5. BAB 5 Kesimpulan dan Saran

Bab terakhir berisikan kesimpulan yang diperoleh dari bab-bab sebelumnya dan saran dari penulis yang dapat digunakan untuk penelitian lebih lanjut yang berkaitan dengan topik ini.