

SKRIPSI

ANALISIS KESTABILAN MODEL LESLIE-GOWER
PREDATOR-PREY SATU PEMANGSA DENGAN
TAMBAHAN MAKANAN DAN MODEL *PREDATOR-PREY*
DUA PEMANGSA



Lydia Caroline Tantosa

NPM: 2015710022

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2018

FINAL PROJECT

**STABILITY ANALYSIS OF LESLIE-GOWER PREDATOR
PREY MODEL FOR ONE PREDATOR WITH ADDITIONAL
FOOD AND PREDATOR PREY MODEL FOR TWO
PREDATORS**



Lydia Caroline Tantosa

NPM: 2015710022

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2018**

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS KESTABILAN MODEL LESLIE-GOWER *PREDATOR-PREY* SATU PEMANGSA DENGAN TAMBAHAN MAKANAN DAN MODEL *PREDATOR-PREY* DUA PEMANGSA

Lydia Caroline Tantosa

NPM: 2015710022

Bandung, 9 Desember 2018

Menyetujui,
Pembimbing

Dr. Benny Yong

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Dr. Julius Dharma Lesmono

Felivia Kusnadi, M.Act.Sc.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

**ANALISIS KESTABILAN MODEL LESLIE-GOWER *PREDATOR-PREY*
SATU PEMANGSA DENGAN TAMBAHAN MAKANAN DAN MODEL
PREDATOR-PREY DUA PEMANGSA**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 9 Desember 2018

Meterai Rp. 6000

Lydia Caroline Tantosa
NPM: 2015710022

ABSTRAK

Salah satu interaksi antar makhluk hidup adalah predasi. Predasi adalah hubungan antar pemangsa dan mangsa. Pemangsa akan memakan mangsanya untuk bertahan hidup. Dalam skripsi ini, akan dibahas model matematika untuk interaksi antara mangsa dan pemangsa. Model matematika yang digunakan yaitu, model Leslie-Gower *Predator-Prey*, model Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan tambahan makanan untuk pemangsa, dan model *Predator-Prey* dengan dua pemangsa. Dari ketiga model tersebut, akan dicari titik kesetimbangan dan juga titik kestabilan dari masing-masing model. Untuk model Leslie-Gower *Predator-Prey* dan model Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan tambahan makanan untuk pemangsa terdapat empat titik kesetimbangan yaitu titik kepunahan mangsa dan pemangsa, titik kepunahan mangsa, titik kepunahan pemangsa, dan titik bertahan hidup mangsa dan pemangsa. Sedangkan untuk model *Predator-Prey* dengan dua pemangsa terdapat 5 titik kesetimbangan yaitu, titik kepunahan mangsa, pemangsa jenis I, dan pemangsa jenis II; titik kepunahan pemangsa jenis I; titik kepunahan pemangsa jenis II; titik bertahan hidup mangsa; dan titik bertahan hidup mangsa, pemangsa jenis I, dan pemangsa jenis II. Kemudian, akan dilihat juga perbandingan kestabilan antara model Leslie-Gower *Predator-Prey* dan model Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan tambahan makanan untuk pemangsa dari hasil numeriknya.

Kata-kata kunci: model mangsa-pemangsa, Leslie-Gower, tambahan makanan, titik kesetimbangan, kestabilan

ABSTRACT

One of the interaction between organisms is predation. Predation is the relationship between predator and prey. The predators would eat their prey to survive. This final project will examine the mathematical models for interaction between predator and prey. The mathematical models are Leslie-Gower Predator-Prey model, Leslie-Gower Predator-Prey model with additional food for predator, and Predator-Prey model with two predators. From these three models, it will be determined the equilibrium points and stability points for each model. For Leslie-Gower Predator-Prey model and Leslie-Gower Predator-Prey model with additional food for predator, there are four equilibrium points, i.e., the extinction of both prey and predator point, the extinction of prey point, the extinction of predator, and the survival of both prey and predator point. While for the Predator-Prey model with two predators, there are five equilibrium points, i.e., the extinction of prey, predator type I, and predator type II point; the extinction of predator type I point; the extinction of predator type II point; the survival of prey point; and the survival of prey, predator type I, and predator type II point. Then, the equilibrium points of Leslie-Gower Predator-Prey model and Leslie-Gower Predator-Prey model with additional food for predator will be compared from their numerical results.

Keywords: Predator-Prey model, Leslie-Gower, additional food, equilibrium points, stability

Dipersembahkan untuk keluarga dan teman-teman

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan yang Maha Esa atas segala berkat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan tepat waktu. Skripsi yang berjudul "Analisis Kestabilan Model Leslie-Gower *Predator-Prey* Satu Pemangsa dengan Tambahan Makanan dan Model *Predator-Prey* Dua Pemangsa" disusun sebagai syarat untuk menyelesaikan studi Strata-I Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Penulis berharap, skripsi ini dapat berguna bagi setiap orang yang membacanya. Selama masa studi, penulis telah banyak mendapatkan ilmu, pelajaran, dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terimakasih kepada:

- Kedua orangtua, kakak perempuan, dan seluruh keluarga besar yang selalu mendukung penulis dalam segala keadaan dan mendoakan penulis.
- Bapak Dr. Benny Yong selaku dosen pembimbing yang telah sabar membimbing penulis, memberikan ilmu, arahan, dan saran yang bermanfaat sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat waktu.
- Bapak Dr. J. Dharma Lesmono dan Ibu Felivia Kusnadi, M.Act.Sc. selaku Dosen Penguji, serta Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. selaku Koordinator Skripsi. Terima kasih telah meluangkan waktu dan memberi saran untuk perbaikan dan pengembangan skripsi ini.
- Seluruh dosen FTIS yang telah memberikan berbagai ilmu kepada penulis.
- Seluruh staf Tata Usaha FTIS. Terima kasih telah membantu penulis dalam mengumpulkan syarat kelengkapan wisuda dan semua proses kelengkapan data dalam perkuliahan penulis.
- Natasha Stefanie dan Sandy Christofer yang sudah menemani, membantu dan memberikan hiburan kepada penulis selama pengerjaan skripsi.
- Buaya Darat yang selalu menemani dan memberikan hiburan kepada penulis selama menempuh perkuliahan ini.
- Rina, Vania, dan Ayu yang selalu ada dan memberikan semangat kepada penulis dalam keadaan apapun.
- Teman-teman angkatan 2015 yang telah memberikan pengalaman, hiburan, dan dukungan kepada penulis selama menempuh perkuliahan.
- Teman-teman angkatan 2013, 2014, dan 2016 yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Bandung, Desember 2018

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Persamaan Diferensial Tak Linear	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial Tak Linear Orde Satu	5
2.3 Titik Kritis dan Kestabilan	6
2.4 Metode Cardano	9
2.5 Kriteria Kestabilan Routh-Hurwitz	11
3 MODEL MANGSA-PEMANGSA (<i>PREDATOR-PREY</i>)	13
3.1 Model Leslie-Gower Mangsa-Pemangsa (<i>Predator-Prey</i>)	13
3.1.1 Titik Kesetimbangan Model Leslie-Gower Mangsa-Pemangsa (<i>Predator-Prey</i>)	13
3.1.2 Kestabilan dari Titik Kesetimbangan Model Leslie-Gower Mangsa-Pemangsa (<i>Predator-Prey</i>)	15
3.2 Model Leslie-Gower Mangsa-Pemangsa (<i>Predator-Prey</i>) dengan Tambahan Makanan untuk Pemangsa	17
3.2.1 Titik Kesetimbangan Model Leslie-Gower Mangsa-Pemangsa (<i>Predator-Prey</i>) dengan Tambahan Makanan untuk Pemangsa	17
3.2.2 Kestabilan dari Titik Kesetimbangan Model Leslie-Gower Mangsa-Pemangsa (<i>Predator-Prey</i>) dengan Tambahan Makanan untuk Pemangsa	19
3.3 Model Mangsa-Pemangsa (<i>Predator-Prey</i>) dengan Dua Pemangsa	21
3.3.1 Titik Kesetimbangan Model Mangsa-Pemangsa (<i>Predator-Prey</i>) dengan Dua Pemangsa	22
3.3.2 Kestabilan dari Titik Kesetimbangan Model Mangsa-Pemangsa (<i>Predator-Prey</i>) dengan Dua Pemangsa	24
4 SIMULASI NUMERIK	29
4.1 Simulasi Model Leslie-Gower Mangsa-Pemangsa (<i>Predator-Prey</i>)	29
4.2 Simulasi Model Leslie-Gower Mangsa-Pemangsa (<i>Predator-Prey</i>) dengan Tambahan Makanan untuk Predator	30

4.3 Simulasi Model Mangsa-Pemangsa (<i>Predator-Prey</i>) dengan Dua Pemangsa	32
5 SIMPULAN DAN SARAN	35
5.1 Simpulan	35
5.2 Saran	35
DAFTAR REFERENSI	37

DAFTAR GAMBAR

2.1	Tipe titik kesetimbangan	8
4.1	Potret fase model Leslie-Gower <i>Predator-Prey</i>	29
4.2	Potret fase model Leslie-Gower <i>Predator-Prey</i> dengan tambahan makanan saat $n = 0.3$	30
4.3	Potret fase model Leslie-Gower <i>Predator-Prey</i> dengan tambahan makanan saat $n = 0.8$	31
4.4	Potret fase model <i>Predator-Prey</i> dengan dua pemangsa	32

DAFTAR TABEL

2.1	Tabel hubungan nilai eigen dengan jenis kestabilan	7
3.1	Parameter Model Leslie-Gower <i>Predator-Prey</i>	13
3.2	Parameter Model Leslie-Gower <i>Predator-Prey</i> dengan Tambahan Makanan untuk Pemangsa	17
3.3	Parameter Model <i>Predator-Prey</i> dengan Dua Pemangsa	22
3.4	Titik kesetimbangan dan kestabilan dari model 1 (Leslie-Gower <i>Predator Prey</i>), model 2 (Leslie-Gower <i>Predator Prey</i> dengan tambahan makanan untuk pemangsa), model 3 (<i>Predator Prey</i> dengan dua pemangsa)	27
4.1	Parameter dan nilai awal untuk model Leslie-Gower <i>Predator Prey</i> [8]	29
4.2	Parameter dan nilai awal untuk model Leslie-Gower <i>Predator Prey</i> dengan tambahan makanan untuk pemangsa [8]	30
4.3	Parameter dan nilai awal untuk model <i>Predator Prey</i> dua pemangsa [6]	32

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Semua makhluk hidup tidak dapat hidup sendiri. Makhluk hidup akan selalu bergantung pada makhluk hidup lainnya. Setiap individu akan berinteraksi dengan individu lainnya dalam satu spesies maupun spesies lainnya. Salah satu interaksi antar makhluk hidup adalah predasi. Predasi merupakan hubungan antara pemangsa (*predator*) dan mangsa (*prey*). Pemangsa akan memakan mangsanya untuk kelangsungan hidup spesiesnya. Apabila hubungan interaksi tersebut tidak ada akan mengakibatkan pertumbuhan populasi mangsa yang tak terbatas, sedangkan pemangsaan yang berlebihan akan mengakibatkan kepunahan pada mangsa.

Hubungan antara pemangsa dan mangsa tersebut dapat dibuat dalam model matematika. Pemodelan ini dibuat untuk mengamati keseimbangan jumlah populasi mangsa dan pemangsa dalam suatu lingkungan agar tidak terjadi kepunahan. Model interaksi antara pemangsa dan mangsa dalam suatu lingkungan ini diperkenalkan oleh Alfred Lotka dan Vito Volterra yang dikenal dengan model Lotka-Volterra [1]. Model Lotka-Volterra memiliki asumsi bahwa setiap populasi mengalami pertumbuhan secara eksponensial. Kenyataannya, suatu populasi tidak dapat bertambah secara terus menerus karena faktor-faktor yang menghambat pertumbuhan populasi. Kemudian model Lotka-Volterra dimodifikasi oleh Leslie-Gower dengan mengasumsikan pertumbuhan secara logistik. Pada model ini, diasumsikan bahwa *carrying capacity* (daya pendukung) pemangsa sebanding dengan banyaknya populasi mangsa. Alaoui dan Aziz mengkaji model Leslie-Gower dengan mengasumsikan fungsi respon yang menyatakan besarnya pemangsaan *predator* terhadap *prey* mengikuti fungsi respon Holling tipe II. Fungsi respon ini memperhatikan waktu predator dalam mencerna mangsa [9].

Pemangsa dapat menargetkan lebih dari satu mangsa atau mengganti sumber makanannya dengan makanan lain. Dengan populasi mangsa yang terbatas maka pemangsa membutuhkan tambahan makanan lain. Srinivasu telah melakukan penelitian model Lotka-Volterra *predator-prey* dengan penambahan makanan untuk pemangsa. Kemudian Sen mengembangkan penelitian Srinivasu dengan menambahkan waktu penanganan dan nilai nutrisi dari penambahan makanan tersebut. Menurut Srinivasu, tambahan makanan yang diberikan pada pemangsa mengurangi pemangsaan terhadap mangsanya, sehingga membantu populasi mangsa untuk bertahan hidup tanpa mengganggu tingkat pertumbuhan pemangsa [8].

Oleh sebab itu, akan dibandingkan model matematika untuk interaksi antara mangsa dan pemangsa, model interaksi antara mangsa dan pemangsa dengan tambahan makanan yang diberikan kepada pemangsa, dan model interaksi antara mangsa dan dua pemangsa. Dari model tersebut akan dilihat pengaruh tambahan makanan untuk pemangsa agar tidak terjadi kepunahan pada populasi mangsa dan juga melihat pengaruh kestabilan mangsa dan pemangsa dari adanya dua pemangsa.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas adalah:

1. Bagaimana pembentukan model Leslie-Gower *Predator-Prey*, model Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan tambahan makanan untuk pemangsa, dan model *Predator-Prey* dengan dua predator?
2. Bagaimana titik kesetimbangan dari model Leslie-Gower *Predator-Prey*, model Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan tambahan makanan untuk pemangsa, dan model *Predator-Prey* dengan dua predator?
3. Bagaimana kestabilan dari titik kesetimbangan untuk model Leslie-Gower *Predator-Prey*, model Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan tambahan makanan untuk pemangsa, dan model *Predator-Prey* dengan dua predator?
4. Bagaimana perbandingan kestabilan antara model Leslie-Gower *Predator-Prey* dan model Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan tambahan makanan untuk pemangsa?

1.3 Tujuan

Tujuan penulisan ini adalah:

1. Menentukan model Leslie-Gower *Predator-Prey*, model Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan tambahan makanan untuk pemangsa, dan model *Predator-Prey* dengan dua predator
2. Menentukan titik kesetimbangan dari model Leslie-Gower *Predator-Prey*, model Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan tambahan makanan untuk pemangsa, dan model *Predator-Prey* dengan dua predator
3. Menentukan kestabilan dari titik kesetimbangan untuk model Leslie-Gower *Predator-Prey*, model Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan tambahan makanan untuk pemangsa, dan model *Predator-Prey* dengan dua predator
4. Membandingkan kestabilan antara model Leslie-Gower *Predator-Prey* dan model Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan tambahan makanan untuk pemangsa

1.4 Batasan Masalah

Batasan yang digunakan adalah penambahan cadangan makanan hanya digunakan untuk model Leslie-Gower dan untuk model *predator-prey* dengan dua predator hanya akan dilihat analisis kestabilannya.

1.5 Sistematika Pembahasan

Sistematika penulisan ini terdiri dari 4 bab, yakni :

BAB 1 : Pendahuluan

Pada bab ini akan dibahas latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

BAB 2 : Landasan Teori

Bab ini akan membahas teori pendukung yang digunakan dalam model Leslie-Gower *Predator-Prey*, model Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan tambahan makanan untuk pemangsa, dan model *Predator-Prey* dengan dua predator, antara lain persamaan diferensial tak linear, sistem persamaan diferensial tak linear orde satu, titik kritis dan kestabilan, metode Cardano, dan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz.

BAB 3 : Model Leslie-Gower *Predator-Prey*, Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan Tambahan Makanan untuk Pemangsa, dan *Predator-Prey* dengan Dua *Predator*

Pada bab ini akan dibahas kompartemen model, titik kesetimbangan, dan kestabilan dari ik kesetimbangan model Leslie-Gower *Predator-Prey*, Leslie-Gower *Predator-Prey* dengan tambahan makanan untuk pemangsa, dan *Predator-Prey* dengan dua *predator*.

BAB 4 : Simulasi Numerik

Bab ini memperlihatkan simulasi numerik dari setiap modelnya dengan parameter yang telah ditentukan.

BAB 5 : Simpulan dan Saran

Pada bab ini akan berisi simpulan dari pembahasan di bab sebelumnya dan saran.

