

SKRIPSI

**ESTIMASI DAN PREDIKSI TABEL MORTALITA INDONESIA
MENGUNAKAN METODE DETERMINISTIK LESLIE DAN
METODE STOKASTIK LEE-CARTER**



Lisa Saputri Singgih

NPM: 2015710010

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2018**

FINAL PROJECT

**ESTIMATION AND PREDICTION OF INDONESIA
MORTALITY TABLE USING LESLIE DETERMINISTIC AND
LEE-CARTER STOCHASTIC METHODS**



Lisa Saputri Singgih

NPM: 2015710010

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2018**

LEMBAR PENGESAHAN

ESTIMASI DAN PREDIKSI TABEL MORTALITA INDONESIA MENGUNAKAN METODE DETERMINISTIK LESLIE DAN METODE STOKASTIK LEE-CARTER

Lisa Saputri Singgih

NPM: 2015710010

Bandung, 18 Desember 2018

Menyetujui,

Pembimbing

Farah Kristiani, M.Si.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Iwan Sugiarto, M.Si.

Felivia Kusnadi, M.Act.Sci.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

**ESTIMASI DAN PREDIKSI TABEL MORTALITA INDONESIA
MENGUNAKAN METODE DETERMINISTIK LESLIE DAN METODE
STOKASTIK LEE-CARTER**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 18 Desember 2018

Meterai Rp. 6000

Lisa Saputri Singgih
NPM: 2015710010

ABSTRAK

Pada skripsi ini akan dibahas estimasi dan prediksi dari Tabel Mortalita Indonesia menggunakan metode deterministik dan stokastik yang kemudian akan dibandingkan hasil dari keduanya. Untuk metode deterministik digunakan Model Leslie, dan untuk metode stokastik digunakan Model Lee-Carter. Model Leslie dapat digunakan untuk menentukan distribusi usia stabil yang kemudian dapat digunakan untuk mengestimasi Tabel Mortalita Indonesia. Dalam Model Lee-Carter, parameter-parameter yang ada dapat diperoleh dengan menggunakan Dekomposisi Nilai Singular. Setelah nilai estimasi Tabel Mortalita Indonesia dari kedua model diperoleh, dilakukan perhitungan nilai *Mean Square Error*. Berdasarkan hasil estimasi dan nilai *Mean Square Error* yang diperoleh, Model Lee-Carter lebih baik digunakan untuk mengestimasi Tabel Mortalita Indonesia. Langkah selanjutnya, dilakukan prediksi Tabel Mortalita Indonesia tahun 2019 dengan menggunakan Model Leslie dan Model Lee-Carter. Berdasarkan hasil prediksi, Model Leslie lebih baik diterapkan untuk memprediksi Tabel Mortalita Indonesia tahun 2019.

Kata-kata kunci: Tabel Mortalita Indonesia, Deterministik, Stokastik, Model Leslie, Model Lee-Carter, Estimasi, Prediksi.

ABSTRACT

In this final project will be discussed the comparison between the results of deterministic and stochastic method to estimate and predict the Indonesia Mortality Table. The Leslie model is used for the deterministic method and the Lee-Carter model is used for the stochastic method. The Leslie model is used to determine the stable age distribution which can be used to estimate the parameters of Indonesia Mortality Table. On the other hand, the Lee-Carter model obtain the parameters of the life table using Singular Value Decomposition (SVD). After the estimation of the Indonesia Mortality Table is achieved, the results from both model are compared to the real data using the Mean Square Error test. Based on the estimation and the Mean Square Error test results, the Lee-Carter model show a better estimation for Indonesia Mortality Table. Next, the Leslie and Lee-Carter models are used to predict the Indonesia Mortality Table in 2019. Based on the prediction results, the Leslie model is the better predictor for Indonesia Mortality Table in 2019.

Keywords: Mortality Table of Indonesia, Deterministic, Stochastic, Leslie model, Lee-Carter model, Estimate, Predict

Untuk papa, adik dan Alm. mama tercinta

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yesus atas berkat, penyertaan, perlindungan dan kasih yang tak pernah habis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini tepat waktu. Skripsi yang berjudul "Estimasi dan Prediksi Tabel Mortalita Indonesia Menggunakan Metode Deterministik Leslie dan Metode Stokastik Lee-Carter" disusun sebagai salah satu syarat wajib untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Penulis berharap skripsi ini dapat berguna untuk setiap orang yang membacanya.

Selama masa studi dan penyusunan skripsi, penulis telah mendapatkan banyak ilmu dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

- Kedua orang tua serta adik penulis yang selalu mendukung dan mendoakan penulis dalam segala situasi dan kondisi terutama dalam menyelesaikan skripsi ini.
- Ibu Farah Kristiani, M.Si selaku dosen pembimbing yang dengan sabar membimbing penulis, meluangkan waktunya untuk berdiskusi, memberi arahan, saran, serta selalu memberi semangat sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik dan tepat waktu.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si selaku dosen penguji serta koordinator skripsi, juga Ibu Felivia, M.Act.Sci selaku dosen penguji. Terima kasih atas saran, kritik serta ilmu yang diberikan sehingga skripsi ini dapat menjadi lebih baik.
- Seluruh dosen FTIS terutama dosen Program Studi Matematika, terima kasih atas segala ilmu yang telah diberikan.
- Seluruh staf Tata Usaha FTIS. Terima kasih telah membantu penulis dalam melengkapi segala hal yang dibutuhkan selama proses perkuliahan.
- Seluruh karyawan FTIS. Terima kasih telah menjadikan ruang perkuliahan rapi dan bersih.
- Maria Gabriella Hadinata yang selalu sabar dalam membantu serta memberi nasihat untuk penulis selama masa perkuliahan.
- Christian Arifin, S.Si yang selalu memberi nasihat dan masukan di saat bimbang.
- Salman dan Claresta yang telah menjadi teman curhat yang selalu memberi semangat, kebahagiaan, serta *quotes* yang memotivasi.
- Susanti Sudianto yang selalu memberi semangat dan doa dalam segala hal, selamat berjuang juga di Taiwan.
- Edo sebagai teman seperjuangan yang selalu memberi masukan, saran dan menemani selama proses pengerjaan skripsi.
- Teman-teman Buaya Darat : Maria, Mega, Raka, Edo, Vania, Lydia, Fani, Stany, Jojo, Mahe, yang selalu menemani selama perkuliahan serta selalu memberikan kebahagiaan dan dukungan.

- Teman-teman Matematika 2015 : Thomas, Inez, Dhito, Dius, Nancy, Laura, Desmond, Chandra, Mona, Charisma, Sandy, Daud, Vivi, Livia, Vano, Karina, Retno, Onto, Aryo, Marschel yang selalu menemani dan berjuang bersama, selamat berjuang juga dalam menyelesaikan studi.
- Teman-teman Sel TKKY : Sandy, Laura, Dius, Karina, Mega, Tasya dan Daniel yang selalu memberikan dukungan rohani kepada penulis.
- Teman-teman Program Studi Matematika angkatan 2016, 2017, 2018 yang tak dapat disebutkan satu persatu.
- Semua pihak yang telah berjasa kepada penulis selama proses perkuliahan dan penyusunan skripsi.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu penulis menerima dengan tangan terbuka segala kritik dan saran yang membangun agar skripsi ini dapat menjadi lebih baik. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Bandung, Desember 2018

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Penulisan	2
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Fungsi Survival	5
2.2 Sisa Usia	5
2.3 Tabel Mortalita	6
2.4 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	7
2.5 <i>Rank</i> Matriks	8
2.6 Dekomposisi Nilai Singular	9
2.7 <i>Mean Square Error</i>	10
3 METODE ESTIMASI TABEL MORTALITA	11
3.1 Model Deterministik Leslie	11
3.1.1 Definisi Model Leslie	11
3.1.2 Estimasi Parameter	14
3.1.3 Nilai Eigen Dominan	15
3.1.4 Distribusi Usia Stabil	15
3.2 Model Stokastik Lee Carter	18
3.2.1 Model Lee-Carter	18
3.2.2 Estimasi Parameter Menggunakan Dekomposisi Nilai Singular	18
3.2.3 Model ARIMA	21
4 ANALISIS HASIL ESTIMASI DAN PREDIKSI TABEL MORTALITA INDONESIA	25
4.1 Data untuk Model Leslie	25
4.2 Estimasi Tabel Mortalita berdasarkan Model Leslie	27
4.2.1 Estimasi Tabel Mortalita II berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia I	27
4.2.2 Estimasi Tabel Mortalita Indonesia III berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia II	32
4.3 Data untuk Model Lee-Carter	37
4.4 Estimasi Tabel Mortalita berdasarkan Model Lee-Carter	37

4.4.1	Estimasi Tabel Mortalita Indonesia	38
4.5	Analisis Estimasi Tabel Mortalita Indonesia	43
4.6	Prediksi Tabel Mortalita	44
4.6.1	Prediksi Tabel Mortalita Indonesia Tahun 2019 Menggunakan Model Leslie	44
4.6.2	Prediksi Tabel Mortalita Indonesia Tahun 2019 Menggunakan Model Lee-Carter	46
5	KESIMPULAN	51
5.1	Kesimpulan	51
5.2	Saran	51
	DAFTAR REFERENSI	53
A	TABEL MORTALITA INDONESIA	55

DAFTAR GAMBAR

2.1	Diagonal Utama dari Matriks berukuran 4×7	9
2.2	Diagonal Utama dari Matriks berukuran 7×4	9

DAFTAR TABEL

2.1	Ilustrasi Tabel Mortalita	6
4.1	<i>Children Ever Born</i>	25
4.2	Parameter F_i untuk Matriks Leslie	26
4.3	Ilustrasi q_x dari Tabel Mortalita Indonesia	27
4.4	S_i dari Tabel Mortalita Indonesia	28
4.5	Perbandingan \hat{q}_i dengan q_i dari TMI II	32
4.6	Perbandingan \hat{q}_i dengan q_i dari TMI III	36
4.7	Ilustrasi $m_{x,t}$ dari Tabel Mortalita Indonesia	37
4.8	Ilustrasi $\ln(m_{x,t})$ dari Tabel Mortalita Indonesia	38
4.9	Ilustrasi Parameter \hat{a}_x dan \hat{b}_x dari TMI	39
4.10	Parameter \hat{k}_t dari TMI	39
4.11	Ilustrasi Penyesuaian Parameter \hat{a}_x^* dan \hat{b}_x^* , dari Tabel Mortalita Indonesia	40
4.12	Penyesuaian parameter \hat{k}_t^* dari TMI	40
4.13	Perbandingan \hat{q}_x dengan q_x dari TMI	40
4.14	Nilai <i>Mean Square Error</i> dari Model Leslie	43
4.15	Nilai <i>Mean Square Error</i> dari Model Lee-Carter	44
4.16	\hat{q}_i Hasil Prediksi dari Tabel Mortalita Indonesia Tahun 2019	45
4.17	Hasil Estimasi Parameter \hat{k}_t untuk Tahun 2019	46
4.18	\hat{q}_x TMI Tahun 2019	46
A.1	q_x dari Tabel Mortalita Indonesia	55

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Tabel mortalita untuk manusia adalah salah satu tabel probabilitas yang digunakan dalam perhitungan fungsi-fungsi aktuaria. Tabel mortalita untuk manusia sangat berguna di berbagai bidang ilmu sains antara lain untuk memproyeksikan populasi di masa yang akan datang, menentukan rata-rata harapan hidup, dan dari hasil penentuan rata-rata harapan hidup tersebut, perusahaan asuransi dapat terbantu untuk menetapkan premi yang harus dibayar setiap orang. Meskipun sangat penting, banyak kendala yang ada untuk membuat tabel mortalita. Sebagian besar negara maju memang mempunyai data-data historis tentang kelahiran dan kematian yang banyak dan dapat digunakan untuk jangka waktu yang panjang. Namun berbeda halnya dengan negara berkembang. Berdasarkan [1], data yang ada di negara berkembang seringkali tidak tercatat (tidak ada) karena sistem registrasi data yang tidak baik, atau data yang ada tidak bisa digunakan karena tidak lengkap. Data historis atau pendukung yang bermasalah ini menyebabkan hasil prediksi yang dilakukan dengan data pendukung tersebut kurang dapat dipercaya.

Data yang tidak lengkap dapat menyebabkan hasil prediksi yang kurang baik. Negara Indonesia hanya memiliki tiga tabel mortalita, yaitu Tabel Mortalita Indonesia I, Tabel Mortalita Indonesia II, dan Tabel Mortalita Indonesia III. Jarak tahun pembuatan dari ketiga Tabel Mortalita Indonesia sangat berjauhan, Tabel Mortalita Indonesia I dibuat pada tahun 1993, Tabel Mortalita Indonesia II dibuat pada tahun 1999, sedangkan Tabel Mortalita Indonesia III dibuat pada tahun 2011, dan hingga tahun 2018 ini, belum ada lagi Tabel Mortalita Indonesia yang baru. Oleh karena itu, akan dikaji metode estimasi tabel mortalita secara deterministik dan stokastik. Untuk metode penentuan pembuatan tabel mortalita secara deterministik akan digunakan Model Leslie. Berdasarkan [2], telah dilakukan estimasi tabel mortalita Ghana menggunakan Model Leslie dan kemudian dicari prediksi dari tabel mortalita Ghana untuk tahun kedepannya. Negara Indonesia sama halnya dengan negara Ghana, keduanya adalah negara berkembang [3]. Jika berdasarkan [2] data tabel mortalita yang telah ada di negara Ghana sedikit, sama halnya dengan negara Indonesia.

Selanjutnya, untuk metode penentuan pembuatan tabel mortalita secara stokastik akan digunakan model Lee-Carter [4]. Model ini adalah model stokastik yang paling sederhana karena hanya menggunakan tiga parameter yang harus dicari terlebih dahulu nilainya. Salah satu parameter yang terdapat di model ini adalah parameter tingkat kematian. Model ini telah berhasil digunakan untuk menentukan tingkat kematian dari beberapa negara berbeda seperti Belgium, Jepang, China dan Taiwan. Dalam pembahasan kali ini, akan digunakan metode Dekomposisi Nilai Singular atau *Singular Value Decomposition* untuk mengestimasi parameter-parameternya.

Dalam skripsi ini akan dikaji beberapa estimasi untuk memeriksa apakah Model Leslie dan Model Lee-Carter cocok diterapkan di Indonesia, selanjutnya dilakukan prediksi untuk tahun-tahun ke depan menggunakan kedua model yang telah dibahas. Dengan menggunakan Model Leslie, akan diestimasi Tabel Mortalita Indonesia II dengan data pendukung Tabel Mortalita Indonesia I, lalu

dicari nilai dari *Mean Square Error (MSE)* antara hasil estimasi dengan data asli Tabel Mortalita Indonesia II. Berikutnya, akan dilakukan estimasi Tabel Mortalita Indonesia III dengan data pendukungnya adalah Tabel Mortalita Indonesia II, kemudian dicari nilai dari *MSE* antara hasil estimasi dengan data asli dari Tabel Mortalita Indonesia III. Selanjutnya, untuk estimasi yang dilakukan dengan Model Lee-Carter yaitu estimasi Tabel Mortalita Indonesia I, II, dan III dengan data pendukung dari Tabel Mortalita Indonesia I, II, dan III itu sendiri. Setelah ditemukan hasil estimasinya, akan dicari nilai *Mean Square Error* antara hasil estimasi tiap Tabel Mortalita Indonesia dengan data aslinya. Setelah dilakukan estimasi pada Tabel Mortalita Indonesia menggunakan Model Leslie dan Model Lee-Carter, dilakukan prediksi Tabel Mortalita Indonesia untuk tahun 2019, menggunakan kedua model yang telah dibahas.

1.2 Rumusan Masalah

Dari topik ini, rumusan masalah yang akan dikaji adalah :

1. Bagaimana metode estimasi Tabel Mortalita Indonesia secara deterministik menggunakan Model Leslie?
2. Bagaimana metode estimasi Tabel Mortalita Indonesia secara stokastik menggunakan Model Lee-Carter?
3. Bagaimana prediksi Tabel Mortalita Indonesia untuk tahun 2019?

1.3 Tujuan

Dari topik ini tujuan yang ingin dicapai adalah :

1. Menerapkan metode untuk mengestimasi Tabel Mortalita Indonesia secara deterministik yaitu dengan menggunakan Model Leslie.
2. Menerapkan metode untuk mengestimasi Tabel Mortalita Indonesia secara stokastik yaitu dengan menggunakan Model Lee-Carter.
3. Memprediksi Tabel Mortalita Indonesia tahun 2019 dengan pendekatan deterministik dan stokastik.

1.4 Batasan Masalah

Dalam topik kali ini, terdapat beberapa batasan masalah, yaitu :

1. Pada model Leslie, diasumsikan hanya wanita yang memiliki tingkat kesuburan.
2. Pada model Lee-Carter, diasumsikan prediksi tingkat mortalita tahun berikutnya menggunakan model $ARIMA(0,1,0)$.
3. Pada model Lee-Carter, diasumsikan nilai *central death rates* linear.

1.5 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan skripsi ini adalah :

- BAB I PENDAHULUAN
Bab ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, serta sistematika penulisan.

-
- **BAB II LANDASAN TEORI**
Dalam bab ini dibahas teori-teori matematika aktuaria dan dasar-dasar perhitungan yang akan digunakan untuk perhitungan skripsi ini.
 - **BAB III METODE ESTIMASI TABEL MORTALITA**
Bab ini berisi tentang gambaran estimasi tabel mortalita secara deterministik dan stokastik. Secara deterministik digunakan Model Leslie dan secara stokastik digunakan Model Lee-Carter.
 - **BAB IV ANALISIS HASIL ESTIMASI DAN PREDIKSI TABEL MORTALITA INDONESIA**
Bab ini berisi perhitungan hasil estimasi dari Tabel Mortalita Indonesia dengan menggunakan Model Leslie dan Model Lee-Carter, kemudian dilakukan prediksi Tabel Mortalita Indonesia untuk masa yang akan datang dengan menggunakan Model Leslie dan Model Lee-Carter, serta analisa dari hasil yang diperoleh.
 - **BAB V KESIMPULAN DAN SARAN**
Bab ini berisi kesimpulan analisis model yang telah dilakukan, sekaligus menjawab tujuan dari penulisan skripsi ini dan saran untuk pembahasan lebih lanjut mengenai topik ini.

