

**SKRIPSI**

**PEMODELAN FUNGSI KETAHANAN HIDUP UNTUK DATA  
TIDAK LENGKAP MENGGUNAKAN METODE  
KAPLAN-MEIER**



**Vina Hati Olivia Sinaga**

**NPM: 2014710019**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2018**



**FINAL PROJECT**

**MODELING SURVIVAL FUNCTION FOR INCOMPLETE  
DATA USING THE KAPLAN-MEIER METHOD**



**Vina Hati Olivia Sinaga**

**NPM: 2014710019**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2018**



# LEMBAR PENGESAHAN

## PEMODELAN FUNGSI KETAHANAN HIDUP UNTUK DATA TIDAK LENGKAP MENGGUNAKAN METODE KAPLAN-MEIER

Vina Hati Olivia Sinaga

NPM: 2014710019

Bandung, 18 Juli 2018

Menyetujui,

Pembimbing

Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Dr. Julius Dharma Lesmono

Livia Owen, M.Si.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Julius Dharma Lesmono



## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **PEMODELAN FUNGSI KETAHANAN HIDUP UNTUK DATA TIDAK LENGKAP MENGGUNAKAN METODE KAPLAN-MEIER**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 18 Juli 2018

Meterai Rp. 6000
---------------------

Vina Hati Olivia Sinaga  
NPM: 2014710019





## ABSTRAK

Data pengamatan tentang jangka waktu terjadinya sebuah peristiwa yang diinginkan dari awal pengamatan hingga peristiwa yang diinginkan terjadi disebut data ketahanan hidup. Pemodelan fungsi ketahanan hidup (*survival*) menjadi topik menarik di bidang penelitian. Peluang bertahan hidup (*survive*) suatu individu atau benda sangat dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah nyata dalam kehidupan sehari-hari, misalkan dalam bidang asuransi, bidang pengobatan/kedokteran, ataupun dalam berbagai bidang industri. Masalah yang sering muncul ketika memodelkan fungsi ketahanan hidup adalah data sampel yang diperoleh berupa data tidak lengkap di mana peristiwa yang diamati tidak terjadi selama selang waktu penelitian sehingga data tidak bisa diamati secara utuh. Skripsi ini membahas pemodelan fungsi ketahanan hidup untuk data tidak lengkap dengan menggunakan metode Kaplan-Meier (*Product Limit*). Data tidak lengkap yang digunakan disebabkan karena terpotong kiri dan tersensor kanan. Pada skripsi ini, metode Kaplan-Meier tersebut akan diaplikasikan untuk data sekelompok penduduk usia pensiun yang menempati suatu daerah. Tujuan dari pemodelan tersebut adalah untuk mengetahui peluang bertahan hidup (*survive*) dari kelompok usia pensiun untuk jenis kelamin wanita dan pria. Dari model yang diperoleh dapat diketahui taksiran titik dan taksiran selang dari besarnya peluang bertahan hidup kelompok pensiun pria dan kelompok pensiun wanita. Dengan menggunakan model yang diperoleh, akan dibandingkan pula besar peluang bertahan hidup antara kelompok pria dan wanita.

**Kata-kata kunci:** fungsi ketahanan hidup, terpotong kiri, tersensor kanan, metode Kaplan-Meier



## **ABSTRACT**

Survival data are defined as the data that arise when the time from a defined time origin until the occurrence of a particular event is measured for each subject. Modeling the survival function becomes an interesting research topic. Knowing the probability of survival is important to solve the problems in various field in our daily life, for example in the field of insurance, medicine, or in other various industries. The most common problem in modeling the survival function is that the obtained sample data are incomplete because the observed events do not occur during the observation period. In this final project we discuss modeling the survival function for incomplete data by using the Kaplan-Meier method, which is also called as the product limit method. The data are incomplete because of they are left truncated and right censored. By using the Kaplan-Meier method we obtained the point estimation and the interval estimation of the survival probability. We apply the Kaplan-Meier method to data of the retired age residents in a particular area. The purpose of this modeling is to know the survival probabilities of the retired group of female and male. We also compare the probability of survival between groups of male and female.

**Keywords:** survival function, left truncated, right censored, Kaplan-Meier method



*Kepada Tuhan, keluarga, dan teman-teman tercinta . . .*



## KATA PENGANTAR

Segala syukur dan puji hanya bagi Tuhan Yesus Kristus, oleh karena anugerah-Nya yang melimpah, kemurahan dan kasih setia yang besar akhirnya penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi dengan judul "Pemodelan Fungsi Ketahanan Hidup untuk Data Tidak Lengkap dengan Menggunakan Metode Kaplan-Meier"

Skripsi ini penulis persembahkan kepada kedua orang tua (Anselmus Mangahit Sinaga dan Rita Dharmawati Sihombing) yang telah tulus ikhlas memberikan kasih sayang, cinta, doa, perhatian, dukungan moral dan materil yang telah diberikan selama ini. Buat kakak-kakakku terkasih Mario Pardamean Sinaga, Lena Agustina Sinaga, Frisca Gita Delima Sinaga, dan adikku terkasih Fransiskus Marulitua Sinaga terima kasih sudah menggandeng tangan saya dalam doa.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, karena itu penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI. Selaku pembimbing yang telah meluangkan waktunya untuk membimbing penulis.
2. Bapak Dr. Dharma Lesmono dan Ibu Livia Owen, M.Si. selaku penguji. Terima kasih atas waktu, masukan dan arahnya.
3. My Best Partner in Spirit Keluarga Masa Depan Cerah (Michael, Andry, Joshua), my faithful friend, yang telah menjadi teman yang luar biasa selama masa-masa kuliah.
4. Untuk Harfiyana Akbar, Diki Faw, Adinda Odel, dan Irvan yang selalu menjadi penyemangat dan teman dalam refreshing, terimakasih atas perhatian yang kalian berikan.
5. Untuk Aldo yang menemani saya dalam pembuatan skripsi.
6. Untuk teman-teman Math Unpar 2014 (Adi, Adit, Akil, Andry, Laras, Amek, Azka, Billy, Citra, Elwin, Enrico, Erlan, Evan, Grace, Indra, Ivan Fa, Ivan Ste, Josh, Kebil, Liman, Mario, Mei, Mek, Neil, Nicholas, Nita, Philip, Ester, Sam, Cindy, Steven, Tasya, Vido, Yemi dan Chris) yang telah menjadi teman selama 4 tahun di masa perkuliahan ini.
7. Dan untuk orang-orang yang saya cintai yang telah mendukung saya.

Kiranya skripsi ini dapat memberikan manfaat dan masukan bagi pembaca. Terima Kasih.

Bandung, Juli 2018

Penulis





# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xxi</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	1
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Batasan Masalah . . . . .	2
1.5 Sistematika Penulisan . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>3</b>
2.1 Dasar Pemodelan Fungsi Ketahanan Hidup . . . . .	3
2.1.1 Fungsi Massa Peluang . . . . .	3
2.1.2 Fungsi Kepadatan Peluang . . . . .	3
2.1.3 Fungsi Ketahanan Hidup . . . . .	4
2.1.4 Fungsi <i>Hazard</i> . . . . .	4
2.2 Analisis Ketahanan Hidup . . . . .	6
2.2.1 Data Tunggal dan Data Berkelompok . . . . .	6
2.2.2 Data Lengkap dan Data Tidak Lengkap . . . . .	6
2.3 Distribusi Empiris . . . . .	8
2.3.1 Data Tunggal Lengkap . . . . .	8
2.3.2 Data Berkelompok Lengkap . . . . .	11
<b>3 PEMODELAN FUNGSI KETAHANAN HIDUP UNTUK DATA TIDAK LENGKAP</b>	<b>15</b>
3.1 Definisi . . . . .	15
3.2 Kaplan-Meier . . . . .	16
3.3 <i>Standard Error</i> Metode Kaplan-Meier . . . . .	21
3.4 Selang Kepercayaan Fungsi Ketahanan Hidup . . . . .	22
<b>4 PENERAPAN METODE KAPLAN-MEIER</b>	<b>25</b>
4.1 Model Fungsi Ketahanan Hidup untuk Kelompok Pensiun . . . . .	25
4.1.1 Model Fungsi Ketahanan Hidup Kelompok Wanita . . . . .	25
4.1.2 Model Fungsi Ketahanan Hidup Kelompok Pria I . . . . .	28
4.1.3 Model Fungsi Ketahanan Hidup Kelompok Pria II . . . . .	30
4.2 Perbandingan Fungsi Ketahanan Hidup terhadap Kelompok Pria I dan Pria II . .	33
4.3 Perbandingan Fungsi Ketahanan Hidup terhadap Kelompok Pria I dan Wanita . .	34
4.4 Perbandingan Fungsi Ketahanan Hidup terhadap Kelompok Pria II dan Wanita . .	35

<b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>37</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>39</b>
<b>A DATA KELOMPOK PENDUDUK PENSIUN</b>	<b>40</b>
<b>B PEMODELAN FUNGSI SURVIVAL UNTUK KELOMPOK WANITA</b>	<b>49</b>
<b>C PEMODELAN FUNGSI SURVIVAL UNTUK KELOMPOK PRIA I</b>	<b>57</b>
<b>D PEMODELAN FUNGSI SURVIVAL UNTUK KELOMPOK PRIA II</b>	<b>61</b>

## DAFTAR GAMBAR

2.1	Skema Penyensoran . . . . .	7
2.2	Skema Pemancangan . . . . .	8
2.3	Grafik Fungsi Peluang Data di Tabel 2.1 . . . . .	9
2.4	Grafik Fungsi Distribusi Kumulatif Data di Tabel 2.1 . . . . .	10
2.5	Grafik Fungsi Ketahanan Hidup Data di Tabel 2.1 . . . . .	10
2.6	Grafik Fungsi <i>Hazard</i> Data di Tabel 2.1 . . . . .	11
2.7	Grafik Fungsi Kumulatif Data di Tabel 2.2 . . . . .	13
2.8	Grafik Fungsi Ketahanan Hidup Data di Tabel 2.2 . . . . .	14
3.1	Grafik Fungsi Ketahanan Hidup Data dari Tabel 3.1 . . . . .	20
3.2	Grafik Fungsi Ketahanan Hidup dengan Selang Kepercayaan 95% Data dari Tabel 3.1 . . . . .	23
4.1	Grafik Fungsi Ketahanan Hidup Kelompok Wanita. . . . .	27
4.2	Grafik Fungsi Ketahanan Hidup Kelompok Wanita dengan Tingkat Kepercayaan 95%. . . . .	28
4.3	Grafik Fungsi Ketahanan Hidup Kelompok Pria. . . . .	29
4.4	Grafik Fungsi Ketahanan Hidup Kelompok Pria dengan Selang Kepercayaan 95%. . . . .	30
4.5	Grafik Fungsi Ketahanan Hidup Kelompok Pria II. . . . .	32
4.6	Grafik Fungsi Ketahanan Hidup Kelompok Pria dengan Selang Kepercayaan 95%. . . . .	33
4.7	Grafik Perbandingan Fungsi Ketahanan Hidup terhadap Kelompok Pria I dan Pria II. . . . .	34
4.8	Grafik Perbandingan Fungsi Ketahanan Hidup terhadap Kelompok Pria I dan Kelompok Wanita. . . . .	34
4.9	Grafik Fungsi Ketahanan Hidup terhadap Kelompok Pria II dan Kelompok Wanita dengan Selang Kepercayaan 95%. . . . .	35



## DAFTAR TABEL

2.1	Data Penjualan Mobil Selama 300 Hari . . . . .	8
2.2	Data Tinggi Badan Atlet . . . . .	12
3.1	Waktu Kematian Seseorang . . . . .	17
3.2	Nilai $d_j$ , $u_j$ , dan $x_j$ Berdasarkan Tabel 3.1 . . . . .	18
3.3	Himpunan Resiko dari Data Tabel 3.1 . . . . .	19
3.4	<i>Standard Error</i> dan Selang Kepercayaan untuk Data pada Tabel 3.1 . . . . .	23
4.1	Fungsi Ketahanan Hidup dari Kelompok Wanita . . . . .	26
4.2	Fungsi Ketahanan Hidup untuk Kelompok Pria . . . . .	29
4.3	Himpunan Resiko untuk Kelompok Pria . . . . .	31
4.4	Fungsi Ketahanan Hidup untuk Kelompok Pria II . . . . .	32
A.1	Data Kelompok Wanita . . . . .	41
A.2	Data Kelompok Pria . . . . .	46
B.1	Nilai $d_j$ , $u_j$ , dan $x_j$ untuk Kelompok Wanita . . . . .	49
B.2	Himpunan Resiko dari Kelompok Wanita . . . . .	52
B.3	<i>Standard Error</i> dan Selang Kepercayaan untuk Kelompok Wanita . . . . .	54
C.1	Nilai $d_j$ , $u_j$ , dan $x_j$ untuk Kelompok Pria . . . . .	57
C.2	Himpunan Resiko untuk Kelompok Pria . . . . .	58
C.3	<i>Standard Error</i> dan Selang Kepercayaan untuk Kelompok Pria . . . . .	59
D.1	Nilai $d_j$ , $u_j$ , dan $x_j$ untuk Kelompok Pria II . . . . .	61
D.2	Himpunan Resiko untuk Kelompok Pria II . . . . .	62
D.3	<i>Standard Error</i> dan Selang Kepercayaan untuk Kelompok Pria II . . . . .	63



# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari manusia tidak bisa lepas dari masalah yang berhubungan dengan waktu ketahanan hidup. Seperti berapa lama seseorang dapat sembuh dari penyakit yang dideritanya, jangka waktu seseorang dapat bertahan hidup dan sebagainya. Waktu pengamatan tersebut adalah faktor-faktor yang mempengaruhi kejadian yang dipandang sebagai variabel *independent*. Data tentang pengamatan di atas disebut sebagai data ketahanan hidup (*survival*).

Jangka waktu dari awal pengamatan sampai terjadinya suatu peristiwa yang diinginkan disebut dengan waktu ketahanan hidup yang biasanya diukur dalam hari, minggu, bulan, tahun atau satuan waktu lainnya. Peristiwa yang diperhatikan dalam analisis ketahanan hidup dapat berupa usia seseorang meninggal, munculnya suatu penyakit, kambuhnya suatu penyakit, umur suatu mesin atau kejadian-kejadian yang lain.

Salah satu tujuan dari analisis ketahanan hidup adalah memodelkan fungsi ketahanan hidup. Contoh-contoh analisis ketahanan hidup antara lain adalah mengetahui respon seseorang terhadap pengobatan yang diberikan, misalnya adalah penelitian tentang berapa lama pasien bertahan hidup setelah menerima transplantasi hati, penelitian tentang umur lampu dan lain sebagainya.

Tujuan mengetahui pemodelan fungsi ketahanan hidup adalah untuk menyelesaikan berbagai masalah yang ada. Contohnya adalah sebuah perusahaan obat influenza harus menyelidiki seberapa besar khasiat obat yang diproduksinya, dengan cara mengamati berapa lama waktu reaksi obat terhadap penderita influenza. Begitu juga perusahaan asuransi yang harus mengetahui fungsi ketahanan hidup agar dapat menentukan besar premi, dan sebagainya.

Salah satu kendala yang sering terjadi pada pengamatan untuk data ketahanan hidup adalah data yang didapatkan tidak lengkap. Data dikatakan tidak lengkap saat peristiwa yang diinginkan tidak terjadi pada selang waktu pengamatan. Hal ini dapat disebabkan oleh 2 kasus, yaitu karena data mengalami pemotongan data dan penyensoran data. Untuk memperoleh fungsi ketahanan hidup dari data yang tidak lengkap, dapat digunakan metode Kaplan-Meier (*Product Limit*).

Keuntungan dari metode Kaplan-Meier adalah hasil yang diperoleh langsung berupa fungsi ketahanan hidup, dan pada setiap selang waktu pengamatan metode ini memiliki nilai pengamatan sehingga kejadian pada pengamatan didefinisikan dengan baik.

Dalam skripsi ini, metode Kaplan-Meier akan diaplikasikan pada pengamatan suatu kelompok penduduk pensiun yang terdiri dari kelompok wanita dan kelompok pria disuatu tempat. Pengamatan dilakukan untuk memodelkan fungsi ketahanan hidup kelompok pensiun wanita dan pria.

### 1.2 Rumusan Masalah

Masalah-masalah yang dibahas pada skripsi ini adalah:

1. Bagaimana menentukan fungsi ketahanan hidup dari data lengkap yang terdiri dari data tunggal atau data berkelompok?

2. Bagaimana menentukan fungsi ketahanan hidup dari data yang tidak lengkap?
3. Bagaimana memodelkan fungsi ketahanan hidup dari data kelompok pensiun di suatu daerah, sehingga dapat diketahui kelompok manakah yang dapat bertahan hidup lebih baik.

### 1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Memodelkan fungsi ketahanan hidup untuk data lengkap dan tidak lengkap.
2. Mengetahui hasil penerapan metode Kaplan-Meier (*Product Limit*) pada kasus data tersensor kanan dan terpotong kiri.
3. Memodelkan dan menganalisa fungsi ketahanan hidup dari kelompok pensiun di suatu daerah.

### 1.4 Batasan Masalah

Terdapat beberapa batasan masalah pada skripsi ini, yaitu:

1. Analisis hanya menggunakan metode Kaplan-Meier untuk mencari fungsi ketahanan hidup dari sebuah data tidak lengkap.
2. Data tidak lengkap yang digunakan hanya disebabkan oleh data tersensor kanan dan data terpotong kiri.

### 1.5 Sistematika Penulisan

Untuk mempermudah dalam memahami makalah akhir ini, maka materi-materi pada makalah ini dikelompokkan menjadi beberapa bab dengan sistematika penulisan sebagai berikut::

#### **BAB 1: PENDAHULUAN**

Bab 1 dibagi menjadi lima subbab, yaitu latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

#### **BAB 2: LANDASAN TEORI**

Bab 2 berisikan teori yang berupa pembahasan mengenai analisis ketahanan hidup untuk data tunggal dan berkelompok.

#### **BAB 3: PEMODELAN UNTUK DATA TAK LENGKAP**

Bab 3 berisi tentang analisis data tidak lengkap menggunakan metode Kaplan-Meier dengan contoh data tersensor kanan dan terpotong kiri

#### **BAB 4: PENERAPAN METODE KAPLAN-MEIER**

Bab 4 berisi penerapan metode Kaplan-Meier untuk mengetahui fungsi ketahanan hidup dari sekelompok penduduk yang telah pensiun.

#### **BAB 5: KESIMPULAN DAN SARAN**

Bab 5 berisikan kesimpulan dan saran dalam mengatasi data tidak lengkap dan penerapan metode Kaplan-Meier.