

SKRIPSI

**METODE GELOMBANG *K-SPACE* UNTUK MEDIA  
HOMOGEN DAN MEDIA HETEROGEN FOTOAKUSTIK**



Elwin

NPM: 2014710014

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2018**

**FINAL PROJECT**

**WAVE MODEL OF K-SPACE FOR PHOTOACOUSTICALLY  
HOMOGENEOUS AND HETEROGENEOUS MEDIUM**



**Elwin**

**NPM: 2014710014**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2018**

# LEMBAR PENGESAHAN

## METODE GELOMBANG *K-SPACE* UNTUK MEDIA HOMOGEN DAN MEDIA HETEROGEN FOTOAKUSTIK

Elwin

NPM: 2014710014

Bandung, 10 Juli 2018

Menyetujui,

Pembimbing

Prof. M. Wono Setya Budhi, Ph.D.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Farah Kristiani, M.Si.

Taufik Limansyah, M.T.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Julius Dharma Lesmono

## PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **METODE GELOMBANG *K-SPACE* UNTUK MEDIA HOMOGEN DAN MEDIA HETEROGEN FOTOAKUSTIK**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 10 Juli 2018

Meterai Rp. 6000
---------------------

Elwin  
NPM: 2014710014

## ABSTRAK

Gelombang merupakan gejala alam yang dapat ditemui dalam kehidupan sehari-hari. Tidak mudah untuk membuat suatu definisi tentang semua yang mencakup aspek dari kata gelombang. Sebuah getaran dapat didefinisikan sebagai sebuah gerakan bolak-balik di sekitar nilai referensi, namun sebuah getaran belum tentu sebuah gelombang. Secara sederhana kita dapat mendefinisikan gelombang sebagai usikan yang merambat. Pada gelombang, energi dari sebuah getaran berpindah jauh dari sumbernya dalam bentuk sebuah gangguan di sekitar medianya. Perbedaan dalam pengenalan awal karakteristik gelombang tentu terhadap sifat dari media yang terlibat. Secara numerik, persamaan gelombang telah banyak digunakan untuk menghitung waktu tekanan pada satu titik dari sumber yang dihasilkan. Di sini akan membahas metode untuk mencari solusi numerik dari persamaan gelombang. Gelombang yang akan digunakan di sini adalah gelombang fotoakustik, sedangkan media yang akan digunakan adalah media homogen dan media non-homogen atau bisa disebut juga media heterogen. Metode yang digunakan pada pembahasan ini adalah metode  $k$ -space. Metode  $k$ -space adalah metode yang menggunakan transformasi Fourier pada persamaan gelombang untuk menghitung gradien spasial. Dalam metode  $k$ -space, memudahkan pengguna untuk mencari solusi atau memberikan hasil yang lebih akurat dikarenakan metode ini sangat sesuai untuk memodelkan aplikasi akustik frekuensi tinggi. Setelah mentransformasi Fourier persamaan gelombang tersebut, langkah berikutnya hanyalah mencari solusi numerik dengan menggunakan fungsi Green. Fungsi Green ini membantu pengguna untuk menyelesaikan solusi numerik secara khusus. Dalam hal ini, metode  $k$ -space akan digunakan pada kedua media yaitu media homogen dan media heterogen. Hasil solusi numerik yang didapat akan disimulasikan ke dalam suatu perangkat lunak yang disebut MATLAB. Hasil tersebut berupa gambar gelombang yang merambat. Hal ini ingin menunjukkan bagaimana gelombang fotoakustik merambat dari titik sumbernya di sekitar media homogen dan media heterogen. Setelah itu ingin ditunjukkan bahwa apabila diberikan sensor, namun kita tidak mengetahui letak sumber gelombang, maka gelombang tersebut akan tertangkap oleh sensor yang melewatinya dan sensor tersebut akan merambatkan kembali gelombang tersebut sehingga pada akhirnya kita akan mengetahui letak mula-mula sumber gelombang. Hasil dari skripsi ini diharapkan dapat berguna sebagai acuan untuk menyelesaikan berbagai masalah dalam persamaan gelombang.

**Kata-kata kunci:** persamaan gelombang, metode  $k$ -space, transformasi Fourier, fungsi Green.

## ABSTRACT

Waves are natural phenomena that can be encountered in everyday life. It is not easy to make a definition of all that includes aspects of the word wave. A vibration can be defined as an alternating movement around the reference value, but a vibration is not necessarily a wave. Simply we can define the wave as the propagation that propagates. In waves, the energy of a vibration moves away from its source in the form of a disturbance around its medium. The difference in the initial introduction of wave characteristics is certainly to the nature of the medium involved. Numerically, wave equations have been widely used to calculate the pressure time at a point from the generated source. This final project will discuss the method for finding the numerical solution of the wave equation. Waves to be used here are photoacoustic waves, while the medium to be used are homogeneous medium and non-homogeneous medium or it can be called also heterogeneous medium. The method used in this discussion is the  $k$ -space method. The  $k$ -space method is a method that uses Fourier transforms on the wave equation to calculate the spatial gradient. In the  $k$ -space method, it allows users to find solutions or provide more accurate results because this method is very suitable for modeling high-frequency acoustic applications. After transforming Fourier the wave equation, the next step is to find a numerical solution by using the Green function. This Green function helps users to solve specific numerical solutions. In this case, the  $k$ -space method will be used in both media, those are homogeneous medium and heterogeneous medium. The result of numerical solutions obtained will be simulated using a software called MATLAB. The result is a waveform. It wants to show how the photoacoustic waves propagate from their source points around the homogeneous medium and heterogeneous medium. It also wants to show that if the sensor is given but we do not know where the source of the wave is, then the wave will be caught by the sensor and the sensor will reproduce the wave and eventually the location of the wave source can be obtained. The result of this final project is expected to be beneficial as a reference to solve various problems in the wave equation.

**Keywords:** wave equation,  $k$ -space method, Fourier transform, Green function.

*If you keep believing, your dreams will come to life...*

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Esa atas segala rahmat-Nya sehingga makalah yang berjudul "Metode Gelombang  $k$ -space Untuk Media Homogen Dan Media Heterogen Fotoakustik" dapat tersusun hingga selesai. Tidak lupa penulis juga mengucapkan banyak terima kasih atas bantuan dari pihak yang telah berkontribusi dengan memberikan sumbangan baik materi maupun pikirannya, antara lain:

- Orang tua penulis yang selalu mendukung penulis dalam segala keadaan, memberikan nasihat dan bimbingan untuk menyelesaikan skripsi ini.
- Bapak Prof. M.Wono Setya Budhi, Ph.D. selaku dosen pembimbing yang dengan sabar membimbing penulis, meluangkan waktunya untuk mendiskusikan materi, memberikan arahan dan semangat selama proses bimbingan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
- Ibu Farah Kristiani, M.Si. selaku dosen penguji dalam ujian skripsi yang telah memberikan saran agar skripsi ini menjadi lebih baik lagi.
- Bapak Taufik Limansyah, M.T. selaku dosen penguji dalam ujian skripsi yang juga telah memberikan saran agar skripsi ini menjadi lebih baik lagi.
- Seluruh dosen, Kepala Tata Usaha, para staf Tata Usaha dan seluruh karyawan FTIS yang telah memberikan waktu, dukungan, semangat dan bantuan selama penulis menjalankan proses perkuliahan hingga pada akhirnya menjalankan proses ujian skripsi.
- Teman-teman matematika angkatan 2014: Kevin Billianto, Citra, Alvido, Neilshan, Yemima, Philip, Steven, Angel, Billy, Laras, Mario, Cindy, Nita, Meirene, Azka, Michael, Vina, Evan, Alya, Samuel, Adit, Thasya, Yoshua, Ivan Stefanus, Andry, Indra, Ivan Fanthony, Kevin Liman, Enrico, Nicholas, Erlan, Ester, Adinandra, Grace, dan Agquila yang telah menemani penulis selama empat tahun dan sekaligus telah menjadi teman terbaik.
- Teman-teman dari program studi lainnya.
- Arvin Cansius, S.Si yang telah memberikan nasihat dan dukungan kepada penulis selama proses perkuliahan maupun skripsi.
- Semua pihak yang telah berjasa kepada penulis selama proses perkuliahan dan pembuatan skripsi.

Harapan penulis semoga makalah skripsi ini dapat menambah pengetahuan dan pengalaman bagi para pembaca. Untuk kedepannya dapat memperbaiki bentuk maupun menambah isi makalah agar menjadi lebih baik lagi.

Karena keterbatasan pengetahuan maupun pengalaman, penulis yakin masih banyak kekurangan dalam makalah skripsi ini, oleh karena itu penulis sangat mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari pembaca demi kesempurnaan makalah skripsi ini.

Bandung, Juli 2018

Penulis



# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	1
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Batasan Masalah . . . . .	2
1.5 Sistematika Pembahasan . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>3</b>
2.1 Transformasi Fourier . . . . .	3
2.1.1 Sifat-sifat Dasar . . . . .	5
2.1.2 Hubungan Transformasi Fourier Dengan Deret Fourier . . . . .	6
2.1.3 <i>Sampling</i> Dan <i>Aliasing</i> . . . . .	7
2.2 Konvolusi . . . . .	9
2.3 Fungsi Dirac . . . . .	9
2.4 Persamaan Gelombang Fotoakustik . . . . .	10
2.5 Metode <i>k-space</i> . . . . .	11
2.6 Fungsi Green . . . . .	11
<b>3 PEMBAHASAN</b>	<b>15</b>
3.1 Solusi Numerik Model <i>k-space</i> Persamaan Gelombang Pada Media Homogen . . . . .	15
3.2 Solusi Numerik Model <i>k-space</i> Persamaan Gelombang Orde Dua Pada Media Heterogen	16
3.3 Solusi Numerik Model <i>k-space</i> Persamaan Gelombang Orde Satu Media Heterogen	17
<b>4 SIMULASI DARI SOLUSI NUMERIK METODE <i>K-SPACE</i></b>	<b>21</b>
4.1 Gelombang Pada Media Homogen . . . . .	21
4.2 Gelombang Pada Media Heterogen Orde Dua . . . . .	23
4.3 Kondisi Nilai Batas . . . . .	24
4.4 Sensor Pada Media Homogen . . . . .	27
4.5 Sensor Pada Media Heterogen Orde Dua . . . . .	29
<b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>35</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	35
5.2 Saran . . . . .	35
<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>37</b>

## DAFTAR GAMBAR

2.1	Grafik untuk fungsi $p(x)$ dimana $L = 2$ (biru), $L = 4$ (merah) dan $L = 6$ (hijau) . . . .	4
2.2	Hasil transformasi Fourier dari fungsi $p(x)$ yaitu fungsi $\hat{p}(k)$ . . . . .	4
2.3	Fungsi kasar dan fungsi mulus . . . . .	5
2.4	Hasil FFT fungsi kasar dan fungsi mulus . . . . .	6
2.5	Grafik fungsi dirac, <i>square wave</i> dan <i>hat function</i> . . . . .	7
2.6	Aliasing dengan frekuensi sebesar 1800 Hz dan sample sebesar 2000 Hz . . . . .	8
2.7	Grafik fungsi Gaussian . . . . .	11
3.1	Gelombang dengan $\alpha = 0$ . . . . .	18
4.1	Gelombang pada media homogen . . . . .	22
4.2	Hasil sensor gelombang pada media homogen . . . . .	22
4.3	Gelombang pada media heterogen . . . . .	23
4.4	Hasil sensor gelombang pada media heterogen . . . . .	24
4.5	Gelombang yang tidak memiliki kondisi nilai batas . . . . .	25
4.6	Gelombang dengan memiliki kondisi nilai batas . . . . .	26
4.7	Gelombang homogen yang melewati sensor . . . . .	27
4.8	Tekanan oleh sensor-1 (kiri), tekanan oleh sensor-2 (kanan) . . . . .	28
4.9	Gelombang homogen yang dipancarkan melalui sensor . . . . .	29
4.10	Sumber gelombang mula-mula dan hasil prediksi letak sumber gelombang pada media homogen . . . . .	29
4.11	Gelombang heterogen orde dua yang melewati sensor . . . . .	30
4.12	Tekanan oleh sensor-1 (kiri), tekanan oleh sensor-2 (kanan) . . . . .	31
4.13	Gelombang heterogen orde dua yang dipancarkan melalui sensor . . . . .	32
4.14	Sumber gelombang mula-mula dan hasil prediksi letak sumber gelombang pada media heterogen . . . . .	32

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Salah satu topik matematika yang banyak diterapkan di bidang sains adalah persamaan diferensial biasa (PDB) atau persamaan diferensial parsial (PDP). Salah satu penerapan yang dapat dilakukan dalam bidang persamaan diferensial adalah gelombang.

Gelombang merupakan gejala alam atau gejala fisika yang dapat ditemui dalam kehidupan sehari-hari. Secara sederhana kita dapat mendefinisikan gelombang sebagai usikan yang merambat. Salah satu contoh bahwa gelombang ada di sekitar kita adalah ketika kita berbicara, ada suara atau bunyi yang dikeluarkan. Sebenarnya suara merupakan gelombang yang dirambatkan melalui udara. Tidak hanya itu, masih ada banyak contoh lain yang menyatakan bahwa gelombang itu ada. Salah satu hal dari gelombang yang menarik untuk dipelajari yaitu fotoakustik, karena fotoakustik merupakan pengembangan dari gelombang suara (akustik). Penerapan fotoakustik yang dapat digunakan adalah di bidang kedokteran yaitu penggunaan transduser untuk memeriksa bayi di dalam kandungan.

Fotoakustik adalah gejala timbulnya gelombang suara pada suatu cuplikan (*sample*) apabila cuplikan tersebut dikenai radiasi yang dimodulasi pada frekuensi audio[1]. Penelitian lebih lanjut dari fotoakustik adalah algoritma rekonstruksi gambar berbasis model untuk gelombang. Setiap model akan mempengaruhi pola perambatan dari gelombang fotoakustik. Perambatan gelombang fotoakustik akan mempertimbangkan media uji untuk memprediksi medan kecepatan ketika gelombang merambat. Media uji dapat bersifat homogen maupun non-homogen (heterogen).

Secara numerik, persamaan gelombang telah banyak digunakan untuk menghitung waktu tekanan pada satu titik dari sumber yang dihasilkan secara fotoakustik di media homogen. Sampai saat ini metode beda hingga dan metode beda elemen telah disajikan sebagai teknik pemodelan fotoakustik di media heterogen.

Skripsi ini berkaitan dengan gelombang yang ditinjau berdasarkan penggunaan metode *k-space* yang dapat mencapai keakuratan yang sama seperti metode yang disebutkan di atas. Oleh karena itu metode *k-space* itu efisien secara komputasi dan ideal sebagai solusi dalam algoritma rekonstruksi gambar berbasis model untuk gelombang. Di sini akan meninjau dua model *k-space* lebih lanjut yaitu pada model persamaan gelombang homogen dan model persamaan gelombang heterogen.

### 1.2 Rumusan Masalah

Masalah-masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah:

1. Bagaimana solusi numerik model *k-space* untuk persamaan gelombang pada media homogen?
2. Bagaimana solusi numerik model *k-space* orde dua untuk persamaan gelombang pada media heterogen?
3. Bagaimana solusi numerik model *k-space* orde satu untuk persamaan gelombang pada media heterogen?

4. Bagaimana hasil gambar gelombang dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB?
5. Apakah yang akan terjadi apabila ditambahkan sensor pada simulasi?
6. Apakah dengan adanya penambahan sensor akan dapat mengetahui letak sumber gelombang?

### 1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah menunjukkan penggunaan metode *k-space* untuk dapat mencari solusi numerik dari model gelombang fotoakustik secara akurat dengan mengambil langkah waktu yang besar tanpa menyebabkan kesalahan, mempermudah komputasi, dan memperlihatkan hasil dari simulasi model *k-space* untuk media homogen dan media heterogen.

### 1.4 Batasan Masalah

Pada skripsi ini, pembahasan metode *k-space* hanya digunakan pada persamaan gelombang fotoakustik melalui transformasi Fourier. Metode *k-space* yang dipakai hanya untuk pencarian solusi media homogen, media heterogen orde dua dan media heterogen orde satu.

### 1.5 Sistematika Pembahasan

Sistematika penulisan pada skripsi ini terdiri dari lima bab, yaitu:

Bab 1: Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah dan sistematika pembahasan.

Bab 2: Landasan Teori

Bab ini membahas tentang teori dasar dari transformasi Fourier, konvolusi, fungsi dirac, persamaan gelombang fotoakustik, metode *k-space* dan fungsi Green.

Bab 3: Pembahasan

Bab ini membahas tentang model *k-space* untuk persamaan gelombang pada media homogen, heterogen orde dua dan heterogen orde satu.

Bab 4: Simulasi

Bab ini menunjukkan berbagai percobaan atau simulasi dari model *k-space* yang telah dibahas pada bab 3.

Bab 5: Kesimpulan Dan Saran

Bab ini membahas tentang kesimpulan dari menggunakan metode *k-space* dan saran yang dapat diajukan untuk penggunaan metode *k-space*.