

SKRIPSI

**ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA UNTUK
PENYAKIT HEPATITIS C**



STELLA ANGELINE TANDI

NPM: 2013710017

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2018**

FINAL PROJECT

**STABILITY ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODEL OF
HEPATITIS C**



STELLA ANGELINE TANDI

NPM: 2013710017

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2018**

LEMBAR PENGESAHAN



**ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA UNTUK
PENYAKIT HEPATITIS C**

STELLA ANGELINE TANDI

NPM: 2013710017

Bandung, 27 Juli 2018

**Menyetujui,
Pembimbing Utama**

A handwritten signature in black ink, appearing to be "Iwan Sugiarto", written over a horizontal line.

Iwan Sugiarto, M.Si.

Ketua Tim Penguji

A handwritten signature in blue ink, appearing to be "Julius Dharma Lesmono", written over a horizontal line.

Dr. Julius Dharma Lesmono

Anggota Tim Penguji

A handwritten signature in black ink, appearing to be "Benny Yong", written over a horizontal line.

Dr. Benny Yong

Mengetahui,

Ketua Program Studi

A handwritten signature in blue ink, appearing to be "Julius Dharma Lesmono", written over a horizontal line.

Dr. Julius Dharma Lesmono



PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA UNTUK PENYAKIT HEPATITIS C

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 27 Juli 2018



STELLA ANGELINE TANDI
NPM: 2013710017

ABSTRAK

Hepatitis C merupakan penyakit hati yang disebabkan oleh virus hepatitis C. Virus hepatitis C dapat ditularkan melalui darah. Virus hepatitis C biasanya ditularkan melalui penggunaan jarum suntik secara bergantian, penggunaan kembali atau sterilisasi peralatan medis yang tidak memadai, dan transfusi darah. Virus hepatitis C dapat menyebabkan hepatitis akut dan kronis. Langkah yang dapat dilakukan untuk mengobati hepatitis C adalah dengan mengonsumsi obat-obatan ataupun terapi. Namun, banyak pula kasus dimana penderita hepatitis C tidak perlu melakukan pengobatan karena adanya sistem imun yang akan membersihkan sel hati yang terinfeksi dan juga dapat menahan perkembangan virus untuk orang yang terinfeksi hepatitis C kronis. Skripsi ini akan membahas sebuah model matematika hepatitis C. Model ini akan memperlihatkan dinamika yang terjadi pada infeksi hepatitis C dengan melibatkan respon sistem imun ketika adanya virus hepatitis C dalam tubuh. Model matematika yang digunakan akan memuat sel hati yang sehat, sel hati yang terinfeksi, virus hepatitis C, dan sel T CD8+ sebagai sel yang dihasilkan sistem imun tersebut. Model ini mengasumsikan semua individu dapat mati secara alami. Pada model ini akan diperoleh dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Analisis kestabilan dari titik kesetimbangan akan dilakukan dengan mencari nilai eigen yang diperoleh dan juga menggunakan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz. Hasil dari analisis kestabilan menunjukkan bahwa semua titik kesetimbangan stabil asimtotik dengan memanfaatkan bilangan reproduksi dasar yang diperoleh.

Kata-kata kunci: *Hepatitis C, sel T CD8+, bilangan reproduksi dasar, kriteria kestabilan Routh-Hurwitz.*

ABSTRACT

Hepatitis C is a liver disease caused by the hepatitis C virus. Hepatitis C virus is a bloodborne virus. It is usually transmitted through sharing of syringe, reuse or sterilization of inadequate medical equipment, and blood transfusion. Hepatitis C virus can cause both acute and chronic hepatitis. Some steps that can be done to treat hepatitis C is by consuming drugs or doing therapy. However, there are many cases where hepatitis C's patients do not require treatment because of the immune system will clean the infected cells and also can withstand the development of the virus for people infected with chronic hepatitis C. This final project will discuss a mathematical model of hepatitis C. This model will show the dynamics that occur in hepatitis C infection by involving the immune system response when the presence of hepatitis C virus is in the body. The mathematical model used will contain healthy liver cells, infected liver cells, hepatitis C virus, and CD8+ T cells as the cells produced by the immune system. This model assumes all individuals can die naturally. In this model, there are two points of equilibrium, i.e. the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point. The stability analysis of the equilibrium point will be made by finding the obtained eigenvalues and the Routh-Hurwitz stability criteria. The results of the stability analysis show that all equilibrium points is asymptotic stability by utilizing the basic reproduction numbers obtained.

Keywords: *Hepatitis C, CD8+ T cells, basic reproduction number, Routh-Hurwitz stability criteria.*

*This final project is dedicated to Pho-Pho, Papa, Mama,
Kelvin, and Winner.*

Thank you for being so supportive.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur sebesar-besarnya kepada Tuhan Yesus Kristus atas penyertaan-Nya akhirnya penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini sebagai syarat untuk menyelesaikan studi Strata-I di Universitas Katolik Parahyangan, Program Studi Matematika. Penulis berharap skripsi ini dapat berguna bagi mahasiswa maupun pembaca lainnya.

Selama masa studi, khususnya dalam masa pengerjaan skripsi ini, penulis telah banyak menerima bantuan, bimbingan, serta dukungan yang diberikan oleh berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis dengan senang hati ingin menyampaikan rasa terima kasih kepada:

- Pho-pho, Papa, dan Mama yang selalu memberi semangat, dukungan, dan mendoakan penulis, juga Kelvin dan Winner yang selalu memberikan nasihat-nasihat untuk penulis agar tetap semangat menyelesaikan skripsi ini.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si, selaku koordinator skripsi dan juga dosen pembimbing yang selalu mengingatkan penulis untuk semangat menyelesaikan skripsi, meluangkan waktunya untuk diskusi materi, memberi arahan dan didikan yang bermanfaat bagi penulis sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
- Bapak Taufik Limansyah, M.T., selaku dosen wali yang selalu memberikan arahan, khususnya saat penulis menjalani masa-masa FRS dan PRS. Terima kasih untuk semua nasihat, ajaran, serta masukan yang diberikan bagi penulis.
- Bapak Dr. J. Dharma Lesmono dan Bapak Benny Yong, M.Si., selaku dosen penguji skripsi yang telah memberi masukan-masukan berharga bagi penulis. Terima kasih.
- Seluruh dosen FTIS, terutama dosen Program Studi Matematika, yang telah mengajar dan menyalurkan ilmunya kepada penulis selama meniti pendidikan di UNPAR. Terima kasih atas semua ajaran, bimbingan, dan pengalaman yang telah diberikan.
- Seluruh staff Tata Usaha FTIS yang memberikan pertolongan dan memudahkan penulis dalam memperoleh kelengkapan administratif dan informasi lain yang dibutuhkan selama proses perkuliahan. Terima kasih.
- Seluruh pekarya FTIS yang membantu penulis saat memerlukan tenaga logistik dan juga karyawan kebersihan FTIS yang membuat ruangan kuliah tetap rapi, bersih, dan nyaman. Terima kasih.
- Fakultas Teknologi Informasi dan Sains Universitas Katolik Parahyangan atas kesempatan belajar serta fasilitas yang diberikan kepada penulis dalam menempuh studi Strata-I.
- Michelle dan Joan yang telah menemani, menyemangati, serta membantu penulis selama masa penulisan skripsi ini. Terima kasih telah meluangkan waktu di sela-sela kesibukan untuk penulis.
- Teman-teman Matematika 2013 yang telah menemani penulis dalam suka dan duka selama masa studinya.

- Allen yang telah menjadi penyemangat dan menemani penulis hingga subuh saat penulis tengah mengejar deadline tugas dan skripsi. Terima kasih.
- Scarlet dan Audrey yang telah menjadi tempat berbagi cerita, penyemangat, dan juga teman bergosip. Hehehe. Terima kasih!
- Semua pihak yang telah berjasa kepada penulis selama proses perkuliahan dan penyusunan skripsi. Terima kasih.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, masukan berupa kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan.

Akhir kata, penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca dan semua pihak.

Bandung, Juli 2018

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	3
2.1 Hepatitis C	3
2.2 Persamaan Diferensial	4
2.3 Sistem Persamaan Diferensial	4
2.4 Titik Keseimbangan	5
2.5 Kestabilan Titik Keseimbangan	5
2.6 Bilangan Reproduksi Dasar	6
2.7 Kriteria Routh-Hurwitz	6
3 ANALISIS MODEL MATEMATIKA HEPATITIS C	9
3.1 Model Matematika	9
3.2 Titik Keseimbangan	12
3.3 Kestabilan Asimtotik dari Titik Keseimbangan	15
3.3.1 Kestabilan asimtotik untuk titik keseimbangan I_0	15
3.3.2 Kestabilan asimtotik untuk titik keseimbangan I_1	17
4 HASIL SIMULASI NUMERIK	25
4.1 Pergerakan Sistem terhadap Waktu	25
4.2 Analisis Sensitivitas	27
5 KESIMPULAN DAN SARAN	31
5.1 Kesimpulan	31
5.2 Saran	31
DAFTAR REFERENSI	33

DAFTAR GAMBAR

3.1	Diagram kompartemen model matematika hepatitis C	10
4.1	Hasil simulasi numerik bebas penyakit terhadap waktu	26
4.2	Hasil simulasi numerik endemik terhadap waktu	27
4.3	Hasil simulasi numerik dengan perubahan parameter β_s	28
4.4	Hasil simulasi numerik dengan perubahan parameter μ_i	29
4.5	Hasil simulasi numerik dengan perubahan parameter k	30

DAFTAR TABEL

4.1	Tabel nilai parameter model matematika dinamika hepatitis C	25
4.2	Kondisi awal sistem	25

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dewasa ini, penyakit merupakan salah satu masalah serius yang tak terelakkan bagi manusia. Penyakit yang terjadi pada manusia dapat disebabkan oleh berbagai macam faktor, salah satunya adalah virus. Banyak dari penyakit tersebut yang berbahaya hingga dapat berujung pada kematian. Hepatitis merupakan salah satu contoh dari penyakit berbahaya tersebut.

Hepatitis adalah infeksi hati yang menular melalui darah dan disebabkan oleh virus. Selain itu, hepatitis dapat dipicu oleh zat beracun seperti alkohol atau obat-obatan tertentu dan dapat menyebar melalui hubungan seksual dan dari ibu yang terinfeksi ke bayi melalui proses mengandung, persalinan, atau menyusui. Adapun lima jenis virus yang biasanya menyerang hati, yaitu virus hepatitis A, B, C, D, dan E. Kelima virus tersebut menghasilkan lima jenis penyakit hepatitis sesuai dengan tipe virusnya. Kasus hepatitis cukup banyak ditemukan di Indonesia. Salah satu yang paling sering terjadi adalah hepatitis C.

Organisasi Kesehatan Dunia (WHO) memperkirakan ada 71 juta orang di dunia yang terinfeksi hepatitis C kronis. Wilayah yang paling banyak terinfeksi oleh hepatitis C adalah Mediterania Timur dan wilayah Eropa dengan prevalensi 2,3% dan 1,5%. Prevalensi pada wilayah lainnya bervariasi, mulai dari 0,5%-1,0%. Prevalensi pada wilayah Asia Tenggara, termasuk Indonesia, adalah 0,5%. WHO juga memperkirakan ada sekitar 399.000 orang di dunia yang meninggal karena hepatitis C setiap tahunnya.[5] Menurut data yang diterbitkan oleh Kementerian Kesehatan Republik Indonesia pada Riset Kesehatan Dasar (Riskesdas) 2013, prevalensi masyarakat Indonesia yang terinfeksi hepatitis adalah 1,2%. Nilai ini dua kali lebih tinggi dibandingkan dengan nilai pada tahun 2007. Prevalensi dari penyakit hepatitis C sendiri adalah 2,5%.[3]

Langkah yang dapat dilakukan untuk mengobati hepatitis C adalah dengan mengonsumsi obat-obatan ataupun terapi. Namun, banyak pula kasus dimana penderita hepatitis C memiliki sistem imun yang kuat sehingga tidak memerlukan melakukan pengobatan untuk membersihkan sel hati yang terinfeksi. Sistem imun juga dapat menahan perkembangan virus untuk orang yang terinfeksi hepatitis C kronis.[1]

Pada skripsi ini akan disajikan suatu model matematika penyakit hepatitis C dengan memasukkan faktor sistem imun, yaitu sel T CD8+. Model tersebut akan melibatkan banyaknya sel hati yang sehat (H_s), banyaknya sel hati yang terinfeksi (H_i), banyaknya virus (V), dan juga banyaknya sel T CD8+ (T). Dari model tersebut akan dilihat bagaimana dinamika yang terjadi pada penyakit hepatitis C dan analisis kestabilannya serta simulasi numerik.

1.2 Rumusan Masalah

Beberapa masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah:

1. Bagaimana titik kesetimbangan dari model matematika hepatitis C?
2. Bagaimana analisis kestabilan dari titik kesetimbangan untuk model matematika hepatitis C?

3. Bagaimana pergerakan sistem untuk model matematika hepatitis C ketika parameter mengalami perubahan?

1.3 Tujuan

Tujuan penulisan skripsi ini adalah:

1. Menganalisis titik kesetimbangan dari model matematika hepatitis C.
2. Menganalisis kestabilan dari titik kesetimbangan untuk model matematika hepatitis C.
3. Menginterpretasi pergerakan sistem untuk model matematika hepatitis C yang terjadi ketika parameter mengalami perubahan.

1.4 Batasan Masalah

Batasan yang digunakan dalam skripsi ini adalah model hanya memuat interaksi antara sel hati, virus, dan sel T CD8+ sebagai respon kekebalan tubuh terhadap virus.

1.5 Sistematika Pembahasan

Sistematika penulisan pada skripsi ini terdiri dari 5 bab, yaitu:

BAB 1 : PENDAHULUAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

BAB 2 : LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan membahas teori pendukung yang digunakan dalam model matematika hepatitis C, antara lain hepatitis C, persamaan diferensial, sistem persamaan diferensial, titik kesetimbangan sistem, kestabilan titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, dan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz.

BAB 3 : ANALISIS MODEL MATEMATIKA HEPATITIS C

Pada bab ini akan membahas pembentukan model, titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, kestabilan dari titik kesetimbangan model hepatitis C.

BAB 4 : HASIL SIMULASI NUMERIK

Pada bab ini akan dilakukan simulasi numerik dan analisis sensitivitas untuk melihat pengaruh perubahan parameter terhadap model hepatitis C.

BAB 5 : KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini berisi beberapa kesimpulan yang diambil dari pembahasan pada bab sebelumnya dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.