

SKRIPSI

**PENYELESAIAN PROGRAM LINEAR MENGGUNAKAN
METODE FAKTORISASI LU**



Joan Christina

NPM: 2013710006

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2017**

FINAL PROJECT

**SOLVING LINEAR PROGRAMMING WITH LU
FACTORIZATION METHOD**



Joan Christina

NPM: 2013710006

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2017**

LEMBAR PENGESAHAN



**PENYELESAIAN PROGRAM LINEAR MENGGUNAKAN
METODE FAKTORISASI LU**

Joan Christina

NPM: 2013710006

Bandung, 6 Juli 2017

**Menyetujui,
Pembimbing Utama**

Iwan Sugiarto, M Si.

Ketua Tim Penguji

Dr. Benny Yong

Anggota Tim Penguji

Farah Kristiani, M Si.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Julius Dharma Lesmono



PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

PENYELESAIAN PROGRAM LINEAR MENGGUNAKAN METODE FAKTORISASI LU

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 6 Juli 2017



Joan Christina
NPM: 2013710006

ABSTRAK

Masalah kehidupan sehari-hari diterjemahkan ke dalam model matematika, dapat berupa suatu program linear. Program linear adalah suatu model yang melibatkan fungsi objektif linear disertai kendala-kendala. Metode faktorisasi LU merupakan suatu metode dalam menyelesaikan masalah program linear. Metode faktorisasi LU ini memfaktorisasi matriks persegi $n \times n$ menjadi perkalian matriks segitiga bawah dan matriks segitiga atas. Dalam metode ini, akan didapatkan langsung solusinya dengan dua kali iterasi. Metode faktorisasi LU juga memperlihatkan bahwa metode ini lebih baik daripada metode grafik dan metode simpleks.

Kata-kata kunci: *Program Linear, Metode Faktorisasi LU, Matriks Segitiga Atas, Matriks Segitiga Bawah*

ABSTRACT

The problem of daily life can be modelled in mathematical modelling, such as linear programming. A linear program is model involving linear objective function with constrains. The LU factorization method is a method of solving linear programming problems. This LU factorization method factorizes the square matrix of $n \times n$ into the multiplication of the lower triangular matrix and the upper triangular matrix. In this method, we will get the solution directly with two iterations. The LU factorization method also shows that this method is better than graphical methods and simplex methods.

Keywords: *Linear Programming, LU Factorization Method, Upper Triangular Matrix, Lower Triangular Matrix*

*Skripsi ini saya persembahkan kepada kedua orangtua saya dan
koko saya tercinta.*

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yesus atas berkat, kasih sayang, penyertaan dan pertolongan yang tak pernah habis dalam hidup penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan tepat waktu. Skripsi yang berjudul "Penyelesaian Program Linear Menggunakan Metode Faktorisasi LU" disusun sebagai salah satu syarat wajib dipenuhi untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Penulis berharap skripsi ini dapat berguna bagi mahasiswa maupun pembaca lainnya. Selama masa kuliah dan penyusunan skripsi, penulis mendapatkan banyak bantuan dan ilmu dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

- Kedua orangtua yang selalu mendukung penulis dalam segala keadaan dan memberikan bimbingan untuk menyelesaikan skripsi ini.
- Koko saya yang selalu memberi saran dan menemani penulis mengerjakan hingga larut malam.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si selaku dosen pembimbing yang dengan sabar membimbing penulis, meluangkan waktunya untuk diskusi materi, memberikan saran, arahan dan semangat selama masa penyusunan skripsi sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik dan tepat waktu.
- Bapak Dr. Benny Yong selaku dosen wali dan ketua tim penguji dalam sidang skripsi. Terima kasih atas saran, kritik, dan nasihat kepada penulis yang telah Bapak berikan sehingga skripsi ini dapat menjadi lebih baik.
- Ibu Farah Kristiani, M.Si selaku anggota tim penguji dalam sidang skripsi. Terima kasih atas saran, kritik, dan pengetahuan yang telah Ibu berikan sehingga skripsi ini dapat menjadi lebih baik.
- Ibu Maria Anastasia, M.Si selaku koordinator skripsi. Terima kasih atas segala informasi waktu, dan saran yang diberikan kepada penulis dalam penyusunan skripsi.
- Fakultas Teknologi Informasi dan Sains dan Program Studi Matematika atas kesempatan belajar yang diberikan kepada penulis dalam menempuh studi Strata-1.
- Seluruh dosen FTIS terutama dosen Program Studi Matematika. Terima kasih atas segala ilmu dan nasihat yang telah diberikan.
- Seluruh staf Tata Usaha FTIS. Terima kasih telah membantu penulis dalam melengkapi segala hal yang dibutuhkan selama proses perkuliahan.
- Teman-teman gereja yang selalu menyemangati dan mendukung dalam doa dalam pembuatan skripsi ini.
- Michelle Constantia, S.Si yang selalu menemani dalam pembuatan skripsi ini, menemani penulis bimbingan, membantu merapikan skripsi ini, menyemangati penulis dalam pengerjaan skripsi ini sehingga skripsi ini dapat selesai tepat waktu.
- Teman-teman angkatan 2013 yang telah menemani penulis dalam suka dan duka.

- Semua pihak yang telah berjasa kepada penulis selama proses perkuliahan dan penyusunan skripsi.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis menerima dengan tangan terbuka segala kritik dan saran yang membangun agar skripsi ini dapat menjadi lebih baik. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Bandung, Juli 2017

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	3
2.1 Masalah Program Linear	3
2.2 Metode Grafik	5
2.3 Metode Simpleks	6
3 PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR DENGAN FAKTORISASI LU	9
3.1 Faktorisasi LU	9
3.2 Penyelesaian Sistem Persamaan Linear dengan Faktorisasi LU	13
4 METODE FAKTORISASI LU UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH PROGRAM LINEAR	17
4.1 Pendahuluan	17
4.1.1 Kasus I: Jumlah ketaksamaan sama dengan jumlah variabelnya	18
4.1.2 Kasus II: Jumlah ketaksamaan lebih sedikit dibandingkan jumlah variabelnya	20
4.1.3 Kasus III: Jumlah variabel lebih sedikit dibandingkan jumlah ketaksamaan	21
4.1.4 Kasus IV: Terdapat baris nol pada matriks U	24
4.2 Perbandingan Metode Simpleks dan Metode Faktorisasi LU	25
5 KESIMPULAN DAN SARAN	31
5.1 Kesimpulan	31
5.2 Saran	31
DAFTAR REFERENSI	33
A HASIL MAPLE	35

DAFTAR GAMBAR

2.1 Daerah solusi fisibel	5
-------------------------------------	---

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sebuah perusahaan atau organisasi perlu merencanakan strategi yang dapat mengoptimalkan hasil yang ingin dicapai, baik itu berupa keuntungan maksimal atau biaya minimal. Karena adanya keterbatasan yang dimiliki untuk menyelesaikan masalah ini, maka akan dilakukan beberapa cara untuk melakukan optimasi dengan hasil yang ingin dicapai, salah satunya dengan pemograman linear.

Pemograman linear adalah teknik pengambilan keputusan untuk memecahkan masalah sumber daya yang terbatas diantara berbagai kepentingan seoptimal mungkin. Pemograman linear adalah salah satu metode yang memungkinkan untuk mengambil keputusan dengan menggunakan pendekatan analisis kuantitatif.

Seperti yang sudah dikatakan sebelumnya, masalah dalam program linear yaitu, memaksimalkan ataupun meminimumkan fungsi objektif yang bersifat linear beserta dengan kendalanya yang bersifat linear pula. Salah satu metode dalam menyelesaikan masalah program linear adalah metode simpleks yang dikembangkan oleh Prof G. B. Dantzig pada tahun 1947 yang dapat menyelesaikan masalah program linear untuk mendapatkan hasil yang optimal. [1]

Sebelumnya, ada metode lain selain metode simpleks untuk menyelesaikan masalah program linear, yaitu metode grafik. Metode grafik dapat menyelesaikan masalah pemograman linear jika hanya ada 2 variabel. Jika kombinasi lebih dari dua variabel, maka tidak memungkinkan permasalahan pemograman linear terselesaikan. Dalam keadaan ini (variabel lebih dari dua) dibutuhkan metode simpleks.

Metode simpleks merupakan prosedur iterasi yang bergerak bertahap dan berulang. Jumlah variabel pada metode simpleks tidak terbatas. Penyelesaian masalah pemograman linear dengan metode simpleks harus menggunakan bentuk standar.

Seiring berkembangnya waktu, metode simpleks ini tidak dapat menyelesaikan dalam skala yang sangat besar. Pada tahun 1998, metode baru muncul dan dimodifikasi oleh P. Kannappan dan K. Thangavel. Metode ini dapat menyelesaikan masalah pemograman linear dalam skala yang sangat besar. Metode ini dinamakan metode faktorisasi LU. [1]

Metode faktorisasi LU adalah metode yang mengubah matriks persegi menjadi bentuk eselon baris dengan metode eliminasi *Gauss Jordan*. Algoritma metode faktorisasi LU dibuat untuk menyelesaikan sistem persamaan linear, dengan cara memfaktorkan matriks $A = (a_{ij})$ berukuran $n \times n$ menjadi matriks $L = (l_{ij})$ dan matriks $U = (u_{ij})$ dengan ukuran yang sama. Faktorisasi pada dasarnya adalah membentuk suatu matriks persegi sebagai perkalian dua matriks segitiga, dengan matriks yang satu adalah matriks segitiga bawah (*lower triangular matrix*) dan yang lainnya adalah matriks segitiga atas (*upper triangular matrix*). Secara matematis dapat dituliskan $A = LU$. [2]

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah:

1. Bagaimana menyelesaikan masalah program linear dengan metode faktorisasi LU?
2. Bagaimana perbandingan metode simpleks dengan metode faktorisasi LU?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Menyelesaikan masalah program linear dengan metode faktorisasi LU.
2. Membandingkan metode simpleks dengan metode faktorisasi LU

1.4 Batasan Masalah

Untuk menjawab rumusan masalah yang ada, ruang lingkup kajian yang akan dibahas dalam makalah ini adalah setiap variabel nilainya terbatas pada suatu kendala tertentu.

1.5 Sistematika Pembahasan

Sistematika penulisan pada makalah ini terdiri dari 5 bab, yaitu :

BAB 1 : PENDAHULUAN

Bab ini menggambarkan secara umum mengenai keseluruhan isi dari makalah ini. Bab ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, metodologi dan sistematika pembahasan.

BAB 2 : LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan dibahas bagaimana menyelesaikan masalah program linear menggunakan metode grafik dan metode simpleks. Akan dibahas pula kekurangan dan kelebihan dari metode grafik dan metode simpleks.

BAB 3 : PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR DENGAN FAKTORISASI LU

Pada bab ini akan dibahas mengenai penyelesaian masalah program linear menggunakan metode faktorisasi LU.

BAB 4 : METODE FAKTORISASI LU UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH PROGRAM LINEAR

Pada bab ini akan dibahas kasus-kasus yang mungkin ketika menyelesaikan masalah program linear dengan menggunakan faktorisasi LU.

BAB 5 : KESIMPULAN

Bab ini berisi simpulan yang diambil dari pembahasan pada bab-bab sebelumnya.