

**SKRIPSI**

**ANALISIS SENSITIVITAS MODEL PENYEBARAN  
PENYAKIT DEMAM BERDARAH**



**Martius Setiadi**

**NPM: 2011710009**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2018**

**FINAL PROJECT**

**SENSITIVITY ANALYSIS IN A DENGUE DISEASE MODEL**



**Martius Setiadi**

**NPM: 2011710009**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2018**

**LEMBAR PENGESAHAN**



**ANALISIS SENSITIVITAS MODEL PENYEBARAN PENYAKIT  
DEMAM BERDARAH**

**Martius Setiadi**

**NPM: 2011710009**

**Bandung, 5 Juli 2018**

**Menyetujui,**

**Pembimbing Utama**

**Pembimbing Pendamping**

**Dr. Benny Yong**

**Iwan Sugiarto, M.Si.**

**Ketua Tim Penguji**

**Anggota Tim Penguji**

**Liem Chin, M.Si.**

**Taufik Limansyah, M.T.**

**Mengetahui,**

**Ketua Program Studi**

**Dr. Julius Dharma Lesmono**



## PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **ANALISIS SENSITIVITAS MODEL PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 5 Juli 2018

METERAI  
TEMPEL  
TEL  
0F338A7F0A 868927  
6000  
E-BANKIRIBUMI  
Martius Setiadi  
NPM: 2011710009

## ABSTRAK

Salah satu penyakit menular yang memiliki angka kematian tertinggi adalah penyakit demam berdarah. Demam berdarah adalah penyakit yang disebabkan oleh virus *dengue* yang dibawa oleh nyamuk betina *aedes aegypti*. Penyebaran penyakit demam berdarah terjadi akibat adanya kontak antara manusia dan nyamuk atau sebaliknya. Dalam skripsi ini, akan disajikan suatu model epidemik untuk penyakit demam berdarah. Model epidemik yang digunakan memuat kompartemen manusia dan kompartemen nyamuk. Pada kompartemen manusia terbagi menjadi 3 populasi, yaitu populasi manusia rentan, populasi manusia terinfeksi, dan populasi manusia kebal. Pada kompartemen nyamuk terbagi menjadi 3 populasi, yaitu populasi nyamuk pada fase akuatik, populasi nyamuk yang dapat terinfeksi virus *dengue*, dan populasi nyamuk yang menularkan virus *dengue*. Pada model ini diperoleh 3 titik kesetimbangan, yaitu 2 titik kesetimbangan bebas penyakit dan 1 titik kesetimbangan endemik. Hasil analisis kestabilan menunjukkan bahwa titik kesetimbangan akan stabil asimtotik untuk kondisi tertentu. Nilai bilangan reproduksi dasar yang dihasilkan dari model penyebaran penyakit demam berdarah menunjukkan bahwa jika bilangan ini bernilai lebih dari 1 maka populasi manusia menjadi endemik penyakit demam berdarah, sedangkan jika nilai bilangan ini bernilai kurang dari 1, penyebaran penyakit demam berdarah akan hilang seiring berjalannya waktu. Selanjutnya, hasil analisis sensitivitas menunjukkan bahwa rata-rata gigitan nyamuk per hari merupakan parameter yang paling sensitif secara positif sedangkan laju kelahiran/kematian dari nyamuk dewasa per hari merupakan parameter paling sensitif secara negatif. Analisis ini digunakan untuk menentukan seberapa besar pengaruh dari parameter model terhadap penyebaran penyakit.

**Kata-kata kunci:** penyakit demam berdarah, model epidemik, titik kesetimbangan, kestabilan, analisis sensitivitas



## ABSTRACT

One of the infectious diseases that have the highest mortality rate is a dengue fever. Dengue fever is a disease caused by dengue virus carried by the female *Aedes aegypti* mosquito. The spread of dengue fever occurs due to the contact between humans and mosquitoes or vice versa. In this final project, it will be presented a dengue epidemiological model. The epidemic model using two compartments, human and mosquito. On the human compartment, it is divided into three sub-population; susceptible human, infected human, and resistant human. On the mosquito compartment, it is divided into three sub-population; aquatic mosquito, susceptible mosquito, and infected mosquito. This model will obtain three equilibrium points; two disease-free equilibrium points and one endemic equilibrium point. The results of stability analysis show that the equilibrium points would be asymptotically stable with certain conditions. The value of the basic reproduction number generated from the model show that if this number greater than one, the human population will be endemic of dengue disease, whereas if this number less than one, then the spread of the dengue disease will disappear over time. Furthermore, the results of the sensitivity analysis show that the average daily biting per day is the most positively sensitive parameter, while the average lifespan of adult mosquitoes per day is the most negatively sensitive parameter. This analysis is used to determine the extent of the influence of parameters model against the spread of the disease.

**Keywords:** dengue disease, epidemic model, equilibrium point, stability, sensitivity analysis



*Dipersembahkan kepada kedua orang tua saya*



## KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yesus Kristus atas berkatNya yang melimpah, untuk kasih sayang, penyertaan, perlindungan, dan pertolongan yang tak pernah habis dalam hidup penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan tepat waktu. Skripsi yang berjudul "Analisis Sensitivitas Model Penyebaran Penyakit Demam Berdarah" disusun sebagai salah satu syarat wajib untuk menyelesaikan studi Strata-1, Jurusan Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains (FTIS), Universitas Katolik Parahyangan (UNPAR), Bandung. Penulis berharap skripsi ini dapat berguna bagi mahasiswa maupun pembaca lainnya.

Selama masa kuliah, penulis mendapat banyak pelajaran dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

- Papa, mama, dan adik perempuan yang selalu mendukung penulis dalam segala keadaan, memberikan nasihat, ide-ide dan bimbingan untuk menyelesaikan skripsi ini, juga kepada segenap keluarga besar dari papa dan mama yang mendoakan serta dana yang diberikan kepada penulis.
- Bapak Dr. Benny Yong, selaku Dosen pembimbing dan Koordinator Seminar yang telah sabar menghadapi penulis, memberikan ilmu, arahan, saran, semangat dan didikan yang bermanfaat sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si, selaku Dosen Pembimbing Serta dan Koordinator Skripsi yang telah sabar menghadapi penulis, memberikan ilmu, arahan, saran, semangat kepada penulis dan didikan untuk menjadi lebih baik.
- Bapak Liem Chin, M.Si, dan Bapak Taufik Limansyah, M.Si, selaku Dosen Penguji. Terima kasih telah meluangkan waktu dan memberi saran untuk perbaikan skripsi.
- Bapak Dr. Ferry Jaya Permana selaku Dosen Wali yang memberikan nasihat, ajaran, didikan yang bermanfaat bagi penulis.
- Ibu Livia Owen, M.Si selaku Dosen Wali semester 4-10 dan Dosen Pembimbing Serta semester 8-10 yang telah memberikan pengetahuan tentang program Maple, membantu penulis dalam penyusunan seminar, saran, arahan dan didikan bagi penulis.
- Ibu Ivonne Martin, M.Sc selaku Dosen Wali semester 1-3 yang memberikan arahan, ajaran serta masukan bagi penulis.
- Seluruh Dosen FTIS untuk semua ilmu dan didikan yang telah diberikan kepada penulis.
- Seluruh Staf Tata Usaha FTIS. Terima kasih telah membantu penulis dalam proses kelengkapan data selama kuliah dan proses kelengkapan wisuda.
- Seluruh Pekarya FTIS. Terima kasih atas bantuan ketika penulis membutuhkan logistik, serta membuat ruang perkuliahan nyaman, rapi, dan bersih.
- Ibu Pdt. Caleb Tong, Pdt. Hanna, Ibu In Hong, Dkn. Wong Gut Lin yang mendoakan dan memberi dukungan kepada penulis.

- Citra yang telah memberikan template skripsi, Azka yang telah membantu abstrak bahasa inggris dan latex.
- Teman-teman 2011: Marsha, Febi, Elvina, Caroline, Irene, Feli, Ami, Yetha, Maria, Wisye, Muthia, Anja, Andris, Ginting, Mega, Aldo, dan Chris. Terima kasih atas kebersamaan, hiburan dan pengalamam hidup selama penulis menempuh studi di UNPAR.
- Teman-teman Matematika 2012,2013,2014, 2015, 2016, dan 2017 yang tidak dapat disebutkan satu persatu.
- Teman-teman lain yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Bandung, Juli 2018

Penulis

# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xxi</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	1
1.3 Tujuan Penulisan . . . . .	2
1.4 Batasan Masalah . . . . .	2
1.5 Sistematika Pembahasan . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>3</b>
2.1 Demam Berdarah . . . . .	3
2.2 Persamaan Diferensial . . . . .	4
2.2.1 Orde dan Derajat . . . . .	4
2.2.2 Solusi Persamaan Diferensial . . . . .	4
2.3 Sistem Persamaan Diferensial . . . . .	5
2.4 Titik Kritis dan Kestabilan . . . . .	5
<b>3 MODEL PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH</b>	<b>9</b>
3.1 Asumsi dan Parameter . . . . .	9
3.1.1 Kompartemen pada Manusia . . . . .	10
3.1.2 Kompartemen pada Nyamuk . . . . .	11
3.2 Titik Keseimbangan dan Kestabilan . . . . .	12
3.2.1 Titik Keseimbangan I . . . . .	13
3.2.2 Kestabilan Titik Keseimbangan I . . . . .	14
3.2.3 Titik Keseimbangan II . . . . .	15
3.2.4 Kestabilan Titik Keseimbangan II . . . . .	17
3.2.5 Titik Keseimbangan III . . . . .	19
<b>4 SIMULASI NUMERIK DAN ANALISIS SENSITIVITAS</b>	<b>23</b>
4.1 Simulasi Numerik . . . . .	23
4.2 Analisis Sensitivitas . . . . .	25
<b>5 SIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>33</b>
<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>35</b>



## DAFTAR GAMBAR

2.1	Diagram Kestabilan . . . . .	8
3.1	Model Kompartemen pada Manusia . . . . .	10
3.2	Model Kompartemen pada Nyamuk . . . . .	11
4.1	Dinamika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah pada Manusia . . . . .	24
4.2	Dinamika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah pada Nyamuk . . . . .	24
4.3	Pengaruh Perubahan Nilai Parameter $B$ terhadap $I_h$ . . . . .	28
4.4	Pengaruh Perubahan Nilai Parameter $B_{hm}$ terhadap $I_h$ . . . . .	29
4.5	Pengaruh Perubahan Nilai Parameter $B_{mh}$ terhadap $I_h$ . . . . .	29
4.6	Pengaruh Perubahan Nilai Parameter $\eta_h$ terhadap $I_h$ . . . . .	30
4.7	Pengaruh Perubahan Nilai Parameter $\eta_A$ terhadap $I_h$ . . . . .	30
4.8	Pengaruh Perubahan Nilai Parameter $k$ terhadap $I_h$ . . . . .	31
4.9	Pengaruh Perubahan Nilai Parameter $\mu_m$ terhadap $I_h$ . . . . .	31
4.10	Pengaruh Perubahan Semua Nilai Parameter terhadap $I_h$ . . . . .	32



## DAFTAR TABEL

2.1	Jenis-jenis kestabilan . . . . .	6
3.1	Parameter dari Model Penyebaran Penyakit Demam Berdarah . . . . .	9
4.1	Nilai Awal . . . . .	23
4.2	Nilai Parameter . . . . .	23
4.3	Indeks Sensitivitas . . . . .	28



# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Salah satu penyakit yang menjadi wabah di Indonesia adalah penyakit Demam Berdarah atau dikenal di dunia kesehatan sebagai Demam Berdarah *Dengue* (DBD). Penyebaran penyakit ini disebabkan oleh gigitan nyamuk betina yang dikenal dengan *aedes aegypti* yang telah membawa virus *dengue*. Perkembangan nyamuk *aedes aegypti* dipengaruhi banyak faktor, antara lain kesehatan lingkungan, perubahan cuaca, dan perubahan iklim yang sangat ekstrim [1].

Wabah DBD yang tinggi di Indonesia membuktikan betapa rentannya kondisi kesehatan lingkungan di Indonesia. Hal ini terjadi karena lemahnya pemberantasan nyamuk penyakit demam berdarah, kurangnya sosialisasi pemberantasan penyebaran DBD, dan penggunaan lahan tanpa memperhatikan kondisi lingkungan. Adapun penanganan DBD yang dilakukan antara lain penyemprotan yang dilakukan Dinas Kesehatan Kota atau Kabupaten setempat, membersihkan tempat yang sering dijadikan tempat penampungan air, menutup rapat-rapat tempat penampungan air, serta memanfaatkan atau mendaur ulang barang bekas yang memiliki potensi perkembangbiakan nyamuk demam berdarah, serta tindakan-tindakan lainnya yang dapat memutus perkembangbiakan nyamuk demam berdarah. Hal tersebut dilakukan untuk mengurangi populasi dari nyamuk *aedes aegypti* [2].

Penyebaran penyakit demam berdarah terjadi akibat adanya kontak antara manusia dan nyamuk atau sebaliknya, sehingga akan terdapat 2 buah kompartemen, yaitu kompartemen manusia dan kompartemen nyamuk. Kompartemen pada manusia akan dibagi 3 populasi, yaitu populasi manusia rentan terhadap penyakit, populasi manusia terinfeksi penyakit, dan populasi manusia kebal. Model kompartemen pada nyamuk akan dibagi menjadi 3 populasi, yaitu populasi nyamuk akuatik (populasi nyamuk yang terdiri atas telur, larva, dan pupa), populasi nyamuk yang dapat terinfeksi virus *dengue*, dan populasi nyamuk yang menularkan virus *dengue* [3]. Dalam skripsi ini, akan dibahas tentang analisis sensitivitas model penyebaran penyakit demam berdarah. Analisis ini digunakan untuk menentukan seberapa besar pengaruh dari parameter model terhadap penyebaran penyakit. Dari model akan dianalisa bagaimana penyebaran penyakit demam berdarah, perubahan populasi terhadap waktu serta ambang batas penularan suatu penyakit yang disebut dengan bilangan reproduksi dasar.

### 1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah :

1. Bagaimana model kompartemen populasi manusia dan nyamuk pada model penyebaran penyakit demam berdarah?
2. Bagaimana titik kesetimbangan dan analisis kestabilan dari model penyebaran penyakit demam berdarah?
3. Bagaimana dinamika penyebaran penyakit demam berdarah pada populasi manusia dan nyamuk?

4. Parameter apa yang paling berpengaruh terhadap penyebaran penyakit demam berdarah?

### 1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah :

1. Menyajikan model kompartemen populasi manusia dan nyamuk pada model penyebaran penyakit demam berdarah.
2. Menentukan titik kesetimbangan dan analisis kestabilan dari model penyebaran penyakit demam berdarah.
3. Melakukan simulasi numerik pada model penyebaran penyakit demam berdarah untuk melihat dinamika penyebaran penyakit tersebut pada kompartemen manusia dan nyamuk.
4. Melakukan analisa sensitivitas pada model penyebaran penyakit demam berdarah untuk melihat parameter mana yang paling berpengaruh terhadap model.

### 1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah pada skripsi ini adalah populasi manusia hanya terinfeksi oleh satu serotipe saja.

### 1.5 Sistematika Pembahasan

Sistematika penulisan pada skripsi ini terdiri dari 5 bab, yaitu :

**Bab 1 : Pendahuluan**

Bab ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

**Bab 2 : Landasan Teori**

Bab ini membahas tentang teori-teori yang mendukung dalam pengerjaan skripsi ini.

**Bab 3 : Model Penyebaran Penyakit Demam Berdarah**

Bab ini menyajikan model penyebaran penyakit demam berdarah pada kompartemen manusia dan nyamuk. Titik kesetimbangan dan analisis kestabilan dibahas pada bab ini.

**Bab 4 : Simulasi Numerik dan Analisis Sensitivitas**

Bab ini memperlihatkan simulasi numerik dan analisis sensitivitas dari model penyebaran penyakit demam berdarah.

**Bab 5 : Simpulan dan Saran**

Bab ini berisi kesimpulan dan saran.