

ISBN: 978-979-97606-7-8



THE 2ND INDONESIAN STRUCTURAL ENGINEERING AND MATERIALS SYMPOSIUM

PROCEEDINGS



Department of Civil Engineering
Parahyangan Catholic University

DAFTAR ISI

Kata Pengantar.....	i
Daftar Isi	iii

Keynote Papers

KAYU REKAYASA SEBAGAI MASA DEPAN STRUKTUR KAYU INDONESIA –Bambang Suryoatmono.....	K01-1
PENERAPAN PRINSIP SUSTAINABILITAS PADA KONSTRUKSI BETON – Iswandi Imran.....	K02-1
TANTANGAN KE DEPAN PENGGUNAAN KONTROL VIBRASI PADA STRUKTUR BANGUNAN SIPIL DI INDONESIA –Herlien D. Setio & Sangriyadi Setio.....	K03-1
STATE OF PRACTICE OF SEISMIC DESIGN AND CONSTRUCTION IN INDONESIA – Davy Sukamta.....	K04-1

Technical Papers

THE EFFECT OF AGGREGATE SHAPE AND CONFIGURATION TO THE CONCRETE BEHAVIOR – Yanuar Setiawan, Han Ay Lie, & Ilham Nurhuda	T01-1
UTILIZATION OF BAMBOO AS REINFORCEMENT IN PLASTERED BAMBOO MAT PANEL – Andriati Amir Husin, Fanji Sanjaya & Achmad Hidayat Effendi.....	T02-1
STUDI EKSPERIMENTAL APLIKASI MATERIAL NANO FLY ASH TERHADAP KUAT TEKAN MORTAR BETON – Purwanto, Arif Hidayat, Heri Sutanto, Endo Fathias, & Arini W.....	T03-1
MECHANICAL PROPERTIES OF CONCRETE USING COARSE AND FINE RECYCLED CONCRETE AGGREGATES – Buen Sian, Johannes Adhijoso Tjondro, & Sisi Nova Rizkiani.....	T04-1
SHEAR STRENGTH OF CNLT-SHEARWALL CONNECTIONS – Johannes Adhijoso Tjondro & Dina Rubiana Widarda.....	T05-1
BEHAVIOUR OF LOW-RISE CROSS NAIL-LAMINATED TIMBER SHEARWALL WITH OPENINGS UNDER EARTHQUAKE LOADING – Dina Rubiana Widarda, Johannes Adhijoso Tjondro & Sumiawaty Purnama.....	T06-1
PENGARUH TONJOLAN PADA TULANGAN BAMBU TERHADAP KUAT LENTUR BALOK BETON BERTULANGAN BAMBU GOMBONG – Herry Suryadi & Eigya Bassita Bangun.....	T07-1
QUICK CONNECT MOMENT-ROTATION OF TIMBER BEAM-COLUMN JOINT USING LAG-SCREW BETWEEN BLOCK-SLEEVES AND MEMBERS – Pricillia Sofyan Tanuwijaya & Johannes Adhijoso Tjondro.....	T08-1
EFEK STYROFOAM BEKAS KOTAK MAKANAN SEBAGAI AGREGAT BETON – Cecilia G.S. Lauw & Laura A.N. Timotius.....	T09-1
TESTING OF SHELL FINITE ELEMENTS USING CHALLENGING BENCHMARK PROBLEMS – F.T. Wong.....	T10-1

ANALISIS NUMERIK: PERILAKU HUBUNGAN PELAT-KOLOM DENGAN DETAIL TULANGAN GESER BARU TERHADAP KOMBINASI BEBAN LATERAL SIKLIK DAN BEBAN GRAVITASI – Riawan Gunadi, Bambang Budiono, Iswandi Imran & Ananta Sofwan	T11-1
KAJIAN NUMERIK HUBUNGAN BALOK-KOLOM EKSTERIOR MENGGUNAKAN BETON BUBUK REAKTIF DI BAWAH BEBAN LATERAL SIKLIK – Pio Ranap Tua Naibaho, Bambang Budiono, Awal Surono & Ivindra Pane	T12-1
ELEMEN KUNCI DALAM DESAIN JEMBATAN PELENGKUNG BENTANG PANJANG – Lanneke Tristanto & Redrik Irawan.....	T13-1
TINJAUAN BALOK PERANGKAI KHUSUS (RC LINK BEAM) DENGAN GAYA GESER TINGGI PADA DINDING OUTRIGGER GEDUNG 50 LANTAI – Suryani Mettawana.....	T14-1
DESAIN SUB-STRUCTURE PADA BANGUNAN GEDUNG DENGAN BESMEN DALAM YANG KOMPLEKS – Jessica N. Handoko	T15-1
PRying ACTION IN SLIP-CRITICAL CONNECTIONS UNDER COMBINED SHEAR AND TENSION FORCES – Andrian H. Limongan & Bambang Suryoatmono.....	T16-1
DIAGONAL STIFFENER EFFECT ON LATERAL-TORSIONAL BUCKLING OF STEEL BEAM: A NUMERICAL STUDY – Helmy H. Tjahjanto, Paulus Karta Wijaya & Victor H.L. Sibuea.....	T17-1
ELASTIC LATERAL TORSIONAL BUCKLING OF CANTILEVER I-BEAM – Paulus Karta Wijaya	T18-1
TEKUK TORSI LATERAL ELASTIS BALOK NON PRISMATIS DENGAN METODA BEDA HINGGA – Nenny Samudra.....	T19-1
ANALISIS RESONANSI PADA JEMBATAN KERETA API BERKECEPATAN TINGGI – Dina R. Widarda, Irwan Setiadi, & Undagi Kausar A.	T20-1
SIMULASI NUMERIK RESPON STRUKTUR GEDUNG BETON BERTULANG AKIBAT BEBAN LEDAKAN BOM – Elvira	T21-1
EVALUASI KINERJA JEMBATAN PELENGKUNG BETON BERTULANG TERHADAP BEBAN GEMPA – Ida I Dewa G. Wijaya, Ariella Claresta, & Cinthya Ciptodewi	T22-1
VERIFICATION OF IMPACT FACTOR FOR INDONESIAN HIGHWAY BRIDGE CODE – Abrar Husen & Krishna Mochtar	T23-1
EKSPERIMEN STRUKTUR BETON UNTUK PENGEMBANGAN METODE PERENCANAAN TULANGAN GESER PADA BALOK LENTUR DENGAN BUKAAN - Antoni Halim	T24-1

Unpresented Papers

STUDI PENEMPATAN DINDING GESER PADA GEDUNG TINGGI – Lidya Fransisca Tjong & Noegraha Laksana.....	U01-1
SAMBUNGAN KAKU BALOK-KOLOM UNTUK GEDUNG BAJA STRUKTURAL TAHAN GEMPA MENURUT SNI 1729-20xx – Suradjin Sutjipto	U02-1

TEKUK TORSI LATERAL ELASTIS BALOK NON PRISMATIS DENGAN METODA BEDA HINGGA

Nenny Samudra

Dosen Teknik Sipil Universitas Katolik Parahyangan

ABSTRAK

Dalam suatu balok baja untuk menghitung momen kritis elastis, seringkali dibuat balok non prismatis untuk meminimalkan berat struktur agar struktur lebih efisien. Bilamana balok tersebut tidak mempunyai tumpuan lateral, maka balok tersebut akan mengalami tekuk torsi lateral. Untuk balok prismatis, di AISC telah tersedia penyelesaian untuk mendapatkan momen kritis, tetapi untuk balok non prismatis belum didapat suatu persamaan untuk menghitung besarnya momen kritis tersebut. Penelitian ini merupakan studi untuk menghitung besarnya momen kritis tekuk torsi lateral pada suatu balok baja non prismatis. Momen kritis dihitung berdasarkan variasi panjang balok dan ketidakprismatisan balok, dimana ketidakprismatisan yang ditinjau adalah tinggi web yang berubah secara linier, sementara tebal web, tebal maupun lebar flens konstan. Untuk itu digunakan metoda beda hingga untuk menghitung momen kritis untuk berbagai pola pembebanan (yaitu beban berupa momen ujung yang bervariasi secara linier, beban terpusat di tengah bentang dan beban merata sepanjang bentang balok). Selain itu juga dihitung perbandingan momen kritis balok non prismatis terhadap momen kritis balok prismatis. Dari hasil analisa dapat disimpulkan bahwa nilai momen kritis pada balok non prismatis, diperoleh lebih kecil dari nilai momen kritis balok prismatis dimana ketinggian web balok prismatis sama dengan tinggi web terbesar dari balok non prismatis. Besarnya momen kritis balok non prismatis dipengaruhi oleh kemiringan balok non prismatis dan pola pembebanan, tetapi tidak dipengaruhi oleh panjang balok. Selain itu didapatkan persamaan praktis untuk mendapatkan besarnya momen kritis balok non prismatis.

Kata kunci: balok non prismatis, beda hingga, tekuk torsi lateral elastis, momen kritis

1. Pendahuluan

Balok non prismatis adalah balok yang ideal untuk menahan momen lentur yang bervariasi besarnya, oleh sebab itu kemampuan balok non prismatis dalam menerima beban dapat dimanfaatkan sepenuhnya jika ada metode desain yang akurat dan praktis digunakan.

Dalam hal ini digunakan balok baja profil IWF sayap lebar. Pada balok baja profil sayap lebar yang dibebani sehingga melentur pada sumbu kuat dapat terjadi beberapa kasus kegagalan. Salah satu kegagalan yang terjadi pada balok baja profil sayap lebar dengan penampang kompak adalah tekuk torsi lateral (*lateral torsional buckling*= *LTB*) dimana balok melentur pada bidang lentur yang dilalui sumbu kuat, menekuk (pada bidang tegak lurus bidang lentur) pada sumbu lemah dan terpuntir. Hal ini terjadi apabila momen lentur yang terjadi akibat beban-beban yang bekerja melebihi momen kritis tekuk torsi lateral.

Oleh karena itu perlu diketahui kapan balok akan mengalami tekuk torsi lateral. Momen tersebut disebut momen kritis tekuk torsi lateral. Untuk menentukan besarnya momen kritis, diambil sebagai suatu patokan dasar yaitu momen konstan sepanjang bentang balok (momen seragam) diantara dua tumpuan lateral balok. Persamaan untuk mencari momen kritis tersebut dapat diturunkan secara matematis untuk kasus momen konstan sepanjang bentang balok (momen seragam).

Untuk menentukan besarnya momen kritis untuk kasus momen lentur tidak konstan, seperti akibat beban merata sepanjang balok, beban terpusat, momen ujung dengan distribusi momen lentur yang bervariasi secara linier, diperlukan suatu faktor yang disebut faktor momen ekuivalen C_b yang dikalikan dengan besarnya momen kritis akibat momen konstan (seragam) sepanjang balok. Hal ini dilakukan untuk mempermudah analisis perhitungan.

Perhitungan untuk mencari koefisien C_b diperlukan untuk mencari besarnya momen kritis balok dengan momen tidak seragam untuk balok prismatis, untuk perhitungan momen kritis balok dengan momen tidak seragam untuk balok non prismatis, diperlukan suatu koefisien C_p yang dikalikan dengan besarnya momen kritis akibat momen tidak konstan /seragam dari balok prismatis.

Persamaan untuk mencari momen kritis akibat momen konstan / seragam pada balok prismatik bisa didapatkan melalui penurunan rumus matematis, untuk balok non prismatis belum ada penurunan rumus matematisnya, sehingga diperlukan metode pendekatan yang efisien untuk menghitung nilai M_{cr} .

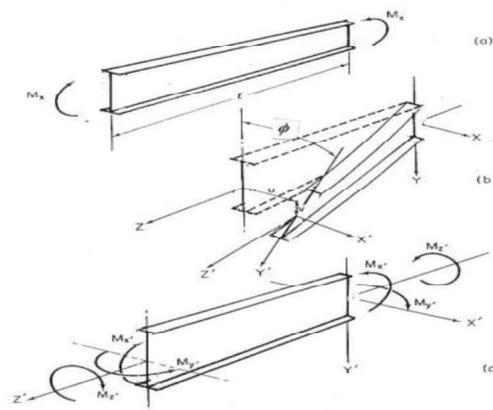
Dalam penelitian ini untuk analisis tekuk torsi lateral digunakan metode beda hingga untuk menghitung besarnya momen kritis M_{cr} dari balok non prismatis.

Dalam banyak literatur maupun peraturan ada pembahasan untuk memperoleh besarnya momen kritis tekuk torsi lateral elastis untuk balok prismatis dengan berbagai kondisi pembebanan. Pada balok non prismatis rumus momen kritis yang diperoleh dari perhitungan balok prismatis tidak berlaku. Oleh karena itu perlu dikembangkan metode yang efisien untuk menghitung nilai momen kritis (M_{cr}) untuk balok yang nonprismatis. Dalam penelitian ini, akan dihitung nilai momen kritis untuk balok nonprismatis dengan menggunakan metode beda hingga, dengan beban yang diberikan berupa momen ujung, dengan distribusi momen lentur berasal dari berbagai pembebanan antara lain, momen konstan, momen yang bervariasi secara linier, momen akibat beban terpusat dan momen lentur akibat beban merata.

2. Persamaan Differensial untuk tekuk torsi lateral

Pada analisis tekuk torsi lateral ini ditinjau balok sederhana dengan penampang I dengan beban berupa momen konstan $M_x = M_0$ (Gambar 1.a). Diasumsikan material mengikuti hukum Hooke, deformasi tetap kecil dan geometri penampang tidak berubah selama tekuk, material baja yang digunakan dianggap bersifat elastis, isotropis dan homogen pada saat tekuk torsi lateral terjadi. Rotasi puntir pada tumpuan ditahan tetapi warping pada tumpuan tidak ditahan, di antara kedua tumpuan rotasi puntir tidak ditahan. (Chajes page 222). Beban kritis diambil nilai terkecil pada saat terjadi keseimbangan netral. Keseimbangan pada konfigurasi terdeformasi, dipenuhi melalui persamaan differensial.

Sumbu koordinat positif x, y, z dan x', y', z' yang merupakan sumbu koordinat balok terdeformasi dapat dilihat pada Gambar 1.b. Arah sumbu x', y' berimpit dengan sumbu-sumbu utama penampang dan arah sumbu z' merupakan garis singgung terhadap sumbu pusat balok. Deformasi balok di sembarang penampang diuraikan menjadi tiga gerak yang berbeda, peralihan lateral u pada arah x , peralihan vertikal v pada arah y dan rotasi ϕ pada arah z . Rotasi ϕ positif jika searah jarum jam dan u serta v positif jika searah dengan arah positif sumbu x serta y . Arah positif peralihan diperlihatkan pada Gambar 1.b. Arah positif dari momen M_x', M_y' dan M_z' yang bekerja pada elemen dari balok terdeformasi diperlihatkan pada Gambar 1.c



Gambar 1. Tekuk Torsi Lateral balok sederhana penampang I kondisi lentur Murni (Chajes, 1974)

Persamaan diferensial yang harus diselesaikan (Chajes,1974):

$$EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} + M_x = 0 \quad (1)$$

$$EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} + M_x \phi = 0 \quad (2)$$

$$GJ \frac{d^2 \phi}{dz^2} - EC_w \frac{d^4 \phi}{dz^4} - M_{x(z)} \frac{d\phi}{dz} = 0 \quad (3)$$

Persamaan (1) hanya mengandung variabel v , yang menjelaskan lentur pada bidang vertikal dan diselesaikan terpisah dari dua persamaan lainnya (2) dan (3). Persamaan (2) dan (3) menjelaskan lentur lateral dan *twisting* 'puntir', kedua persamaan ini harus diselesaikan secara simultan.

Persamaan ke tiga diturunkan satu kali terhadap z , diperoleh:

$$GJ \frac{d^2 \phi}{dz^2} - EC_w \frac{d^4 \phi}{dz^4} + \frac{M_{x(z)} \phi}{EI_y} = 0 \quad (4)$$

Dimana E adalah modulus elastisitas, G adalah modulus geser, C_w adalah konstanta pilin, J adalah konstanta torsi, I_y adalah modulus inersia terhadap sumbu lemah dan ϕ adalah sudut rotasi. Dengan mensubstitusi kondisi batas untuk kedua ujung balok dimana tumpuan ditahan terhadap rotasi tetapi bebas mengalami pilin/warping:

$\phi = 0$ pada $z = 0$ dan $\phi = -\frac{d^2 \phi}{dz^2} = 0$ pada $z = 0, L$ maka nilai momen kritis terkecil yang memenuhi persamaan (4) adalah:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L_b} \sqrt{EI_y \left(GJ + \frac{EC_w \pi^2}{L_b} \right)} \quad (5)$$

Perhitungan untuk mencari koefisien C_b diperlukan untuk mencari besarnya momen kritis balok dengan momen tidak seragam untuk balok prismatic, dimana C_b bernilai lebih besar dari 1.0.

Faktor momen ekuivalen telah dirumuskan oleh AISC 2005 sebagai berikut:

$$C_b = \frac{12,5M_{max}}{2,5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad (6)$$

M_{max} = nilai absolut momen lentur maksimum dalam *unbraced segment*

M_A = nilai absolut momen lentur pada seperempat bentang *unbraced segment*

M_B = nilai absolut momen lentur pada tengah bentang *unbraced segment*

M_C = nilai absolut momen lentur pada tiga perempat bentang *unbraced segment*

3. Formulasi beda hingga

Dasar dari persamaan beda hingga mengikuti dasar perhitungan Calculus. Ditinjau sebuah balok yang dibagi menjadi n segmen, dimana panjang masing-masing segmen adalah $z = \frac{L}{n}$

Turunan kedua dari *central difference* pada titik diskrit \mathbf{x}_i adalah:

$$\left(\frac{d^2 \mathbf{y}}{d\mathbf{x}^2}\right)_i = \frac{d}{d\mathbf{x}} \left(\frac{d\mathbf{y}}{d\mathbf{x}}\right)_i = \frac{1}{2\Delta z^2} (\mathbf{y}'_{i+1} - \mathbf{y}'_{i-1}) = \frac{1}{\Delta z^2} (\mathbf{y}_{i+1} - 2\mathbf{y}_i + \mathbf{y}_{i-1}) \quad (7)$$

Turunan keempat dari *central difference* pada titik diskrit x_i adalah:

$$\left(\frac{d^4 \mathbf{y}}{d\mathbf{x}^4}\right)_i = \frac{1}{\Delta z^4} (\mathbf{y}_{i+2} - 4\mathbf{y}_{i+1} + 6\mathbf{y}_i - 4\mathbf{y}_{i-1} + \mathbf{y}_{i-2})$$

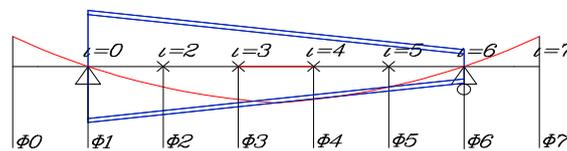
4. Penyelesaian Beda Hingga untuk Tekuk Torsi Lateral

Untuk menguji pendekatan beda hingga dalam solusi persamaan diferensial orde ke-empat, balok yang sedang dianalisa, dibagi menjadi sejumlah titik diskrit yang berjarak sama.

Dengan mengganti notasi y dengan notasi ϕ , maka pendekatan *central difference* untuk orde turunan yang lebih tinggi menjadi:

$$\phi_i'' = \frac{1}{\Delta z^2} (\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}) \quad (8)$$

$$\phi_i^{iv} = \frac{1}{\Delta z^4} (\phi_{i+2} - 4\phi_{i+1} + 6\phi_i - 4\phi_{i-1} + \phi_{i-2})$$



Gambar 2. Contoh pembagian balok non prismatis 5 segmen dengan pendekatan beda hingga

Untuk balok non prismatis persamaan (4) menjadi:

$$\mathbf{GJ}_{(z)} \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \mathbf{EC}_{w(z)} \frac{d^4 \phi}{dz^4} + \frac{\mathbf{M}_{x(z)} \phi}{\mathbf{EI}_{y(z)}} = 0 \quad (9)$$

$$\text{Dimisalkan : } \lambda_1 = \frac{\mathbf{GJ}_{(z)}}{\mathbf{EC}_{w(z)}} \quad \lambda_2 = \frac{\mathbf{M}_0^2}{\mathbf{E}^2 \mathbf{C}_{w(z)} \mathbf{I}_{y(z)}} \quad (10)$$

Persamaan disederhanakan menjadi:

$$\frac{d^4 \phi}{dz^4} - \lambda_1 \frac{d^2 \phi}{dz^2} - \lambda_2 \phi = 0 \quad (11)$$

Dengan menerapkan persamaan beda hingga pada setiap titik diskrit, maka akan didapat persamaan sebagai berikut:

$$[\mathbf{A} - \lambda_2 \mathbf{B}]\{\boldsymbol{\varphi}\} = 0 \quad (12)$$

Adapun nilai besaran penampang maupun momen, diambil besaran penampang maupun momen pada titik diskrit yang bersangkutan.

5. Hasil Analisis

Dengan menggunakan metoda yang telah diuraikan di atas, dilakukan analisis sampai konvergen.

Tabel 1. Nilai koefisien Cb akibat beban terpusat

Profil	L (m)	M _{cr} -konstan Balok,pris. FDM (kg-cm) (a)	M _{cr} terpusat Balok,pris. FDM (kg-cm) (b)	Cb (b)/(a)
800-800x200x11x17	8	3778773.069	5148575.595	1.362
1000-1000x200x11x17	12	2341335.171	3188729.229	1.362

Tabel 2. Perbandingan nilai Cb FDM dengan Cb AISC 2005 untuk kondisi Beban Terpusat profil IWF 800X200X11X17

Mmax (dlm PL)	MA (dlm PL)	MB (dlm PL)	MC (dlm PL)	Cb AISC 2005	Cb FDM	% beda
0.25	0.125	0.25	0.125	1.3160	1.362	3.495

Tabel 3. Perbandingan nilai Cb FDM dengan Cb AISC 2005 untuk kondisi Beban Terpusat profil IWF 1000X200X11X17

Mmax (dlm PL)	MA (dlm PL)	MB (dlm PL)	MC (dlm PL)	Cb AISC 2005	Cb FDM	% beda
0.25	0.125	0.25	0.125	1.3160	1.362	3.495

Tabel 4. Nilai koefisien Cp akibat Beban Terpusat di tengah bentang balok, tan α =0.0375

Profil	L (m)	M _{cr} terpusat Balok,pris. FDM (kg-cm) (b)	M _{cr'} terpusat Balok non Pris FDM (kg-cm) (c)	Cp (c)/(b)
800-200x200x11x17	8	5148575.595	3923422.0460	0.762
1000-100x200x11x17	12	3188729.229	2403780.7430	0.754

Tabel 5. Nilai koefisien C_p akibat Beban Terpusat di tengah bentang balok, $\tan\alpha=0.0250$

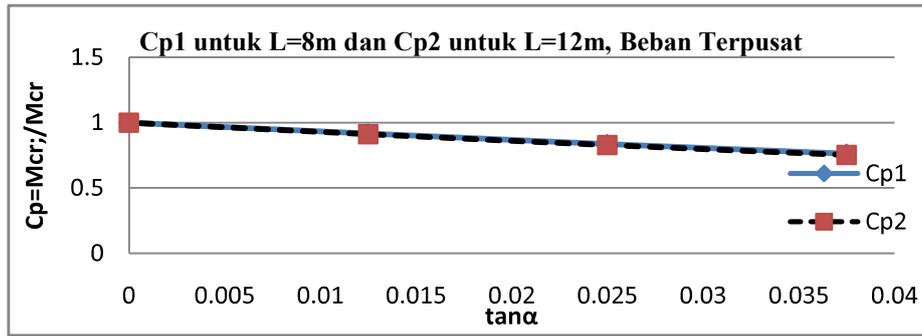
Profil	L (m)	Mcr terpusat Balok,pris. <i>FDM</i> (kg-cm) (b)	Mcr' terpusat Balok non Pris <i>FDM</i> (kg-cm) (c)	Cp (c)/(b)
800-400x200x11x17	8	5148575.595	4306598.78400	0.836
1000-400x200x11x17	12	3188729.229	2643907.51300	0.829

Tabel 6. Nilai koefisien C_p akibat Beban Terpusat di tengah bentang balok $\tan\alpha=0.125$

Profil	L (m)	Mcr terpusat Balok,pris. <i>FDM</i> (kg-cm) (b)	Mcr' terpusat Balok non Pris <i>FDM</i> (kg-cm) (c)	Cp (c)/(b)
800-600x200x11x17	8	5148575.595	4720047.342	0.917
1000-700x200x11x17	12	3188729.229	2909187.492	0.912

Tabel 7. Hubungan kemiringan Balok $\tan\alpha$ dengan $C_p (=M_{cr}'/M_{cr})$ akibat beban terpusat di tengah bentang

Profil	Bentang (m)	$\tan\alpha$	Cp1
800-200x200x11x17	8	0.0375	0.762
800-400x200x11x17	8	0.025	0.836
800-600x200x11x17	8	0.0125	0.917
800-800x200x11x17	8	0	1.000
Profil	Bentang (m)	$\tan\alpha$	Cp2
1000-100x200x11x17	12	0.0375	0.754
1000-400x200x11x17	12	0.025	0.829
1000-700x200x11x17	12	0.0125	0.912
1000-1000x200x11x17	12	0	1.000



Gambar 3. Grafik rasio $C_p (=M_{cr}/M_{cr})$ dengan kemiringan balok $\tan \alpha$ akibat beban terpusat; $L=8m$ dan $L=12m$

Tabel 8. Hubungan rasio C_p rata-rata dengan kemiringan balok $\tan \alpha$ balok non prismatis dengan beban terpusat di tengah bentang

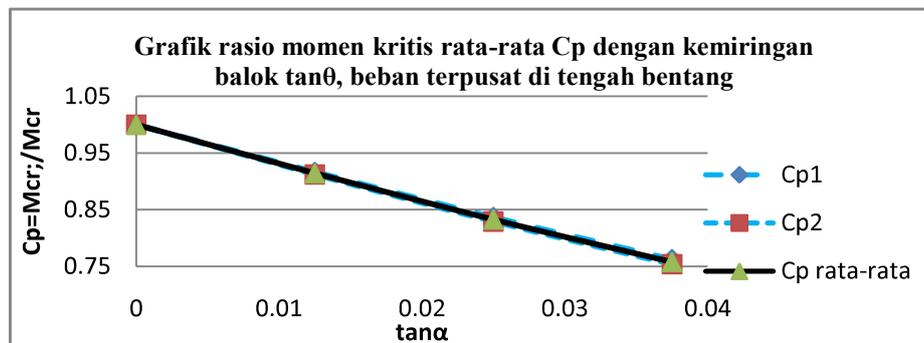
$\tan \alpha = \theta$	C_p rata-rata
0.0375	0.758
0.0250	0.833
0.0125	0.915
0.0000	1.000

Berdasarkan data dari tabel 8 akan dibuat persamaan momen kritis untuk balok non prismatis akibat beban terpusat di tengah bentang, dengan menggunakan persamaan polinom pangkat tiga, sebagai berikut:

$$C_p = a\theta^3 + b\theta^2 + c\theta + d$$

Dengan perhitungan Mathcad diperoleh persamaan momen kritis untuk balok non prismatis akibat beban terpusat di tengah bentang sebagai berikut:

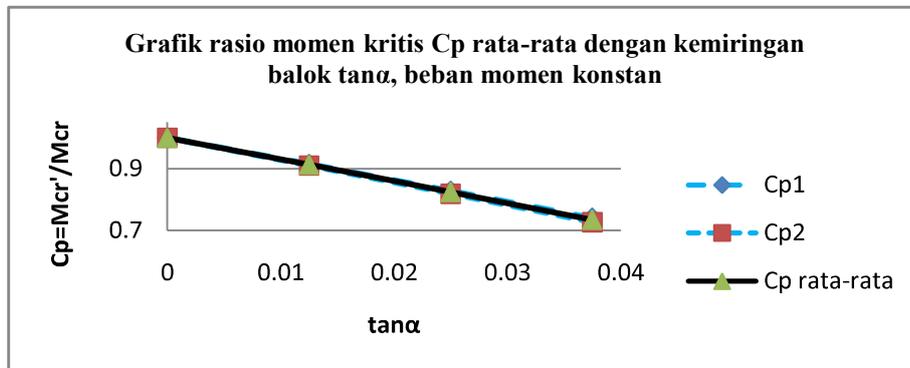
$$C_p = -17.8525\theta^3 + 25.3389\theta^2 - 7.4907\theta + 1.0042 \quad (13)$$



Gambar 4. Grafik rasio $C_p (=M_{cr}/M_{cr})$ rata-rata dengan kemiringan balok $\tan \alpha$ balok non prismatis dengan beban terpusat di tengah bentang

Persamaan momen kritis untuk balok non prismatis dengan momen konstan sebagai berikut:

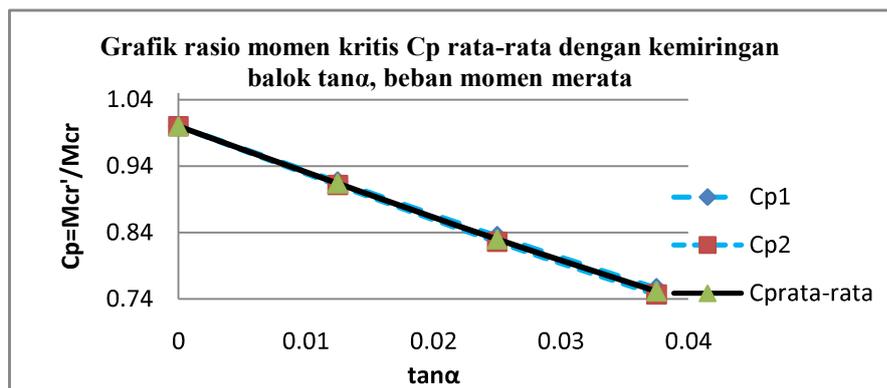
$$C_p = 11.005 \tan^3 \alpha - 4.0254 \tan^2 \alpha - 6.9811 \tan + 1.0009 \quad (14)$$



Gambar 5. Grafik rasio $C_p (=M_{cr}'/M_{cr})$ rata-rata dengan kemiringan balok $\tan \alpha$ balok non prismatis dengan beban momen konstan

Persamaan momen kritis untuk balok non prismatis dengan momen merata sebagai berikut:

$$C_p = -11.032 \tan^3 \alpha + 18.4274 \tan^2 \alpha - 7.3989 \tan + 1.0036 \quad (15)$$



Gambar 6. Grafik rasio $C_p (=M_{cr}'/M_{cr})$ rata-rata dengan kemiringan balok $\tan \alpha$ balok non prismatis dengan beban momen merata

6. Kesimpulan

1. Nilai C_b untuk berbagai variasi diagram momen lentur harus bernilai lebih besar dari satu, hasil perhitungan dengan metoda beda hingga untuk beban terpusat di tengah bentang bernilai 1.362 dan 1.363, untuk beban merata bernilai 1.13, hasil keseluruhan memenuhi syarat.
2. Nilai C_b untuk beban terpusat di tengah bentang yang bernilai 1.362, dibandingkan dengan nilai C_b *AISC* yang bernilai 1.316, mempunyai beda 3.495%, metode beda hingga cukup akurat.
3. Nilai C_p harus mempunyai nilai lebih kecil dari satu, hasil perhitungan C_p dengan metoda beda hingga menghasilkan nilai lebih kecil dari satu.
4. Dari peninjauan kurva hubungan $C_p = M_{cr}'/M_{cr}$ dengan kemiringan balok $\tan \alpha$, dapat dilihat dari kurva keseluruhan beban, bahwa semakin curam kemiringan balok, semakin kecil nilai C_p , yang berarti semakin kecil nilai momen kritis balok non prismatis.
5. Dari kurva keseluruhan beban, terlihat bahwa kurva dengan panjang 8 m hampir berimpit dengan kurva dengan panjang 12 m, yang berarti perubahan panjang balok pengaruhnya sangat kecil

6. Dapat dihitung nilai C_p untuk kemiringan balok tana lainnya dengan menggunakan persamaan praktis momen kritis yang diperoleh, sehingga besarnya momen kritis balok non prismatis bisa diperoleh.

7. Referensi

- 1.) Allen, H.G., Bulson, P.S., 1980. *Background to Buckling*, Mc Graw-Hill Book Company, UK.
- 2.) American Institute of Steel Construction (AISC). *Specification for Structural Buildings*. (2005). AISC, Chicago (IL).
- 3.) Bleich F. 1952. *Buckling Strength of Metal Structures*. Mc Graw-Hill, New York.
- 4.) Brush, D.O. 1975. *Buckling of Bars, Plates, and Shells*. Mc Graw-Hill, Kogakusha.
- 5.) Chajes, A. 1974. *Principles of Structural Stability Theory*. Prentice-Hall, Inc.
- 6.) Englekirk, R. 1994. *Steel Structures: Controlling Behavior Through Design*. John Wiley & Sons, Canada.
- 7.) Galambos, T.V. and Surovek, A.E. 2008. *Structural Stability of Steel: Concepts and Applications for Structural Engineers*. John Wiley and Sons, New Jersey, Canada.
- 8.) Salmon, C.G. and Johnson J.E. 1996. *Steel Structures: Design and Behavior*. Second Edition. Harper Collins Colledge Publishers, New York.
- 9.) Segui, W.T. 2003. *LRFD Steel Design*. Third Edition. Brooks/Cole, Thomson Learning, USA.
- 10.) Timoshenko, S.P. dan Gere, J.M. (1961). *Theory of Elastic Stability*. Second Edition, Mc Graw-Hill Book Company, USA.