

Benny Yong

SERI BUKU OLIMPIADE MATEMATIKA

STRATEGI MENYELESAIKAN
SOAL-SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA

KETAKSAMAAN (INEQUALITY)

$$(1+n)^n \geq 1+nn$$

$$\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$$

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} \geq \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$$

$$\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$$

SB - R

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} \geq \frac{2}{3}, a, b, c > 0$$

Trik Jitu
Menyelesaikan Soal-Soal
Olimpiade Matematika.

PAKAR RAYA
PAKARNYA PUSTAKA

2011

23. 11. 09

Benny Yong

SERI BUKU OLIMPIADE MATEMATIKA

STRATEGI MENYELESAIKAN SOAL-SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA

KETAKSAMAAN (INEQUALITY)



SLO
YON
S

$$(1+n)^n \geq 1+nn$$

$$\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$$

$$\frac{b}{a+b} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{2}{3}, a, b, c > 0$$

126123 SB/PTIS
23. 11. 09

No. Kelas	SLO YON S
No. Induk	126123 Tgl 23. 11. 09.
Hadiah/Beli
Dari	Benny Yong

Trik Jitu
Menyelesaikan Soal-Soal
Olimpiade Matematika.

Penyusun: Benny Yong

Editor: Nur Akhsin

Penyunting perwajahan dan tata letak: Budi Santoso, Muklis

Pewajah sampul: Rahmat Isnaini

Perwajahan: Rahmat Isnaini

Penata letak: Heru Suhartono, Joko Tri Wahyono

Penanggung jawab produksi: Sriyono

Copyright © 2009 by Penyusun and Pakar Raya. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without prior written permission of the publisher.

© Hak cipta dilindungi undang-undang, 2009 pada Penyusun dan hak penerbitan pada Pakar Raya, Anggota IKAPI Nomor 052.

Nomor Kode Penerbitan PR406/2009.

Kode file PR4_SMSOMK_PY09.

Dilarang mencetak ulang, menyimpan dalam sistem retrieval, atau memindahkan dalam bentuk apa pun dan dengan cara bagaimanapun, elektronik, mekanik, fotokopi, rekaman dan sebagainya tanpa izin tertulis dari penerbit.

Dicetak oleh: PT Intan Sejati

Cetakan:

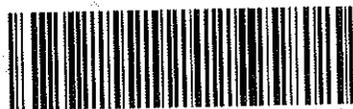
2009



Agst

PAKAR RAYA
PAKARNYA PUSTAKA

Untuk informasi lebih lanjut tentang produk dan layanan kami yang lain, hubungi Penerbit Pakar Raya, Jalan Sukamaju No. 28, 30, Kelurahan Pasteur, Kecamatan Sukajadi, Bandung 40161, Telp (022) 2035440, E-mail: pakar@pakarraya.com



PR 406 / 2009

*Kupersembahkan buku ini untuk keluarga besarku,
khususnya untuk nenekku yang telah memberikan inspirasi
kehidupan.*

Prakata

Tidak dapat dipungkiri bahwa hasil dari berbagai kompetisi/olimpiade Matematika dan Sains di dunia ini telah banyak menghasilkan manusia-manusia yang unggul yang mempunyai peran cukup besar dalam memajukan IPTEK. Khususnya dalam olimpiade Matematika dari tingkat SD hingga SMA, anak-anak Indonesia telah banyak memberikan prestasi yang luar biasa bagi negaranya.

Secara umum, materi yang diujikan dalam kompetisi/olimpiade Matematika adalah aljabar, geometri, kombinatorika, dan teori bilangan. Materi-materi ini biasanya dikemas dalam soal-soal pemecahan masalah (*problem solving*). Menghadapi tipe soal seperti ini, tidak sedikit peserta kompetisi/olimpiade Matematika yang mengalami kesulitan, khususnya soal-soal ketaksamaan. Menurut pengalaman kami, pengerjaan soal-soal ketaksamaan pada kompetisi/olimpiade Matematika, seringkali membutuhkan teknik atau strategi tertentu untuk menyelesaikannya. Sebagai catatan, beberapa teknik dan strategi itu tidak mereka peroleh di bangku sekolah.

Namun sayang, materi ketaksamaan yang termasuk dalam materi aljabar, masih jarang buku referensi di Indonesia yang dapat dipakai sebagai bahan belajar untuk persiapan kompetisi/olimpiade Matematika. Untuk itulah buku *Strategi Menyelesaikan Soal-Soal Olimpiade Matematika Ketaksamaan (Inequality)* ini kami terbitkan. Buku ini kami tulis berdasarkan pengalaman kami selama membimbing dan mempersiapkan siswa dalam kompetisi/olimpiade Matematika baik tingkat nasional maupun internasional.

Buku ini mengulas tentang materi ketaksamaan yang sering muncul dalam kompetisi/olimpiade Matematika lokal, nasional, maupun internasional. Bab 1 buku ini berisi pendahuluan. Bab 2 menyajikan pengantar ketaksamaan dan miskonsepsi dalam ketaksamaan. Materi ketaksamaan untuk olimpiade dibahas cukup rinci pada bab 3. Teknik dan strategi penyelesaian soal-soal ketaksamaan dibahas secara tuntas dan rinci pada bab 5. Sebagai penutup buku ini, yaitu pada bab 6 tersaji soal-soal latihan. Soal-soal itu sengaja kami sajikan agar Anda semakin mahir mengerjakan soal-soal ketaksamaan.

Ucapan terima kasih saya sampaikan kepada Prof. Yohanes Surya, Ph.D. dan Drs. Janto Vincent Sulungbudi yang telah memberikan saya inspirasi untuk pengembangan pendidikan di Indonesia, khususnya mengenai olimpiade Matematika dan Matematika rekreasi. Semoga dengan hadirnya buku **Strategi Menyelesaikan Soal-Soal Olimpiade Matematika: Ketaksamaan (*Inequality*)** ini dapat memberikan kontribusi yang besar bagi para pencinta Matematika, khususnya bagi mereka yang akan mengikuti kompetisi/olimpiade Matematika.

Kritik dan saran sangat penulis harapkan untuk memperbaiki mutu buku ini. Selamat membaca.

Bandung, Mei 2009

Benny Yong, M.Si.

(benny-yong@bdg.centrin.net.id)

Daftar Isi



Prakata

Daftar isi

Bab 1 Pendahuluan

Bab 2 Pengantar Ketaksamaan

Bab 3 Ketaksamaan untuk Olimpiade

- A. Ketaksamaan QM-AM-GM-HM
- B. Ketaksamaan PM (*Power Mean*)
- C. Ketaksamaan Renata (*Rearrangement*)
- D. Ketaksamaan Cauchy-Schwarz
(Cauchy-Schwarz-Bunyakovski)
- E. Ketaksamaan Segitiga
- F. Ketaksamaan Chebysev (*Tchebychef*)
- G. Ketaksamaan Nesbitt
- H. Ketaksamaan Bernoulli
- I. Ketaksamaan Jensen
- J. Ketaksamaan Holder
- K. Ketaksamaan Schur
- L. Ketaksamaan Minkowski
- M. Ketaksamaan Muirhead
- N. Ketaksamaan Popoviciu
- O. Ketaksamaan AMS
- P. Ketaksamaan dengan Fungsi Linear
- Q. Ketaksamaan dengan Substitusi Ravi
- R. Ketaksamaan dengan Prinsip Simetri

Bab 4 Soal-Soal

Bab 5 Pembahasan

Bab 6 Latihan

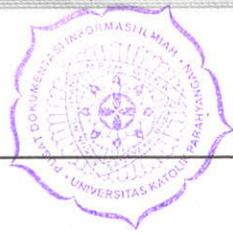
Daftar Pustaka

Lampiran A Teorema Akar-Akar Vieta

Lampiran B Rumus-Rumus Trigonometri

Bab 1

Pendahuluan



iv
vi
1
3
5
7
8
11
14
14
16
19
19
22
24
25
26
27
28
29
29
30
33
41
81
95
96
97

Ketika kita mempelajari ilmu Matematika di tingkat SD, SMP, SMA, bahkan universitas, kita akan bertemu dengan materi pertidaksamaan. Tetapi, bentuk dan variasi soalnya disesuaikan dengan jenjang akademik yang sedang kita tempuh. Di tingkat SD, soal-soal pertidaksamaan disajikan dalam bentuk yang sederhana dan lebih banyak diberikan dalam soal cerita, di tingkat SMP dipelajari pertidaksamaan linear satu peubah, pada tingkat SMA soal-soal pertidaksamaan dalam bentuk kuadrat dan pertidaksamaan dua peubah (bahkan lebih dari dua peubah) mulai dipelajari. Pertidaksamaan ini seringkali juga dikaitkan dengan fungsi rasional, fungsi irasional, fungsi tanda mutlak, fungsi eksponen, dan logaritma. Pada tingkat universitas, untuk program studi yang mempunyai mata kuliah yang berkaitan dengan Matematika, biasanya materi pertidaksamaan dan ketaksamaan¹ diajarkan pada tingkat pertama, misalkan dalam mata kuliah Kalkulus. Begitu pentingnya materi ini dalam Matematika sehingga materi ini menjadi salah satu bahan yang diujikan dalam Olimpiade Sains Nasional (OSN) dan *International Mathematics Olympiad* (IMO). Bahkan kompetisi-kompetisi Matematika lainnya pun seringkali memasukkan bahan ini sebagai materi yang diujikan.

Materi ketaksamaan dalam olimpiade jauh lebih menantang daripada materi yang telah kita pelajari di bangku sekolah. Soal-soal yang diberikan kadang membutuhkan gabungan beberapa konsep dan memerlukan kejelian yang cukup tinggi. Seringnya berlatih mengerjakan soal-soal akan memberikan keterampilan yang baik untuk menyelesaikan soal-soal ketaksamaan ini. Beberapa materi ketaksamaan yang biasanya diujikan dalam olimpiade atau kompetisi

¹Ketaksamaan berkaitan dengan membuktikan kebenaran dari suatu pertidaksamaan

adalah ketaksamaan QM-AM-GM-HM, ketaksamaan Renata (*rearrangement*), ketaksamaan Chebysev, dan ketaksamaan Cauchy-Schwarz. Masih ada lagi ketaksamaan-ketaksamaan lainnya, yaitu ketaksamaan segitiga, ketaksamaan Nesbitt, ketaksamaan Bernoulli, ketaksamaan Jensen, ketaksamaan Holder, ketaksamaan Schur, ketaksamaan Muirhead, ketaksamaan Minkowski, ketaksamaan Muirhead, dan masih banyak lagi.