

SKRIPSI

ANALISIS MODEL ANTRIAN $M/M/c$ dan $M/M/c$ dengan
*BALKING*_[m]



ADITYA

NPM: 2013710024

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2017

FINAL PROJECT

ANALYSIS of $M/M/c$ and $M/M/c$ with *BALKING*_[m]
QUEUEING MODELS



ADITYA

NPM: 2013710024

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2017

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS MODEL ANTRIAN $M/M/c$ dan $M/M/c$ dengan *BALKING* $[m]$

ADITYA

NPM: 2013710024

Bandung, 20 Juni 2017

Menyetujui,

Pembimbing



Dr. Julius Dharma Lesmono



Ketua Tim Penguji



Liem Chin, M.Si.

Anggota Tim Penguji



Taufik Limansyah, M.T.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Julius Dharma Lesmono

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

ANALISIS MODEL ANTRIAN $M/M/c$ dan $M/M/c$ dengan *BALKING*_[m]

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.



Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 20 Juni 2017



ADITYA
NPM: 2013710024

ABSTRAK

Antrian bukanlah hal baru bagi banyak orang. Berbagai bentuk antrian dapat ditemui di banyak hal seperti kemacetan, antrian tiket, dsb. Teori antrian adalah teori yang mempelajari fenomena antrian secara matematika. Ada banyak model dalam teori antrian. Salah satu model yang masih banyak digunakan sampai saat ini adalah model antrian $M/M/c$. Skripsi ini akan membahas model tersebut dan model $M/M/c$ dengan faktor *balking*[m]. Pada model antrian $M/M/c$, laju kedatangan pelanggan mengikuti proses Poisson dengan waktu pelayanan tiap *server* berdistribusi eksponensial dan terdapat c buah *server*. Model antrian $M/M/c$ dengan faktor *balking*[m] adalah model antrian $M/M/c$ dengan mempertimbangkan peluang seseorang ikut antrian atau tidak setelah didapati ada sejumlah m pelanggan dalam sistem. Hasil analisis pada skripsi ini peluang seseorang ikut antrian dan nilai m berpengaruh terhadap nilai-nilai efektivitas pada model.

Kata-kata kunci: Teori Antrian, $M/M/c$, $M/M/c$ dengan *balking*[m]

ABSTRACT

For many people queueing is not a new thing. Many kinds of queueing can be found in lots of things such as traffic jam, ticket counter queueing, etc. Queueing theory is a theory that studies queueing phenomenon from mathematical point of view. There are lots of models in queueing theory. One of the models that is still widely used is the $M/M/c$ queueing model. This final project talks about the $M/M/c$ model and $M/M/c$ with *balking*[m] model. In the $M/M/c$ model, customers' arrival rate follows a Poisson process with the service time of each server is exponentially distributed and there are c number of servers. $M/M/c$ with *balking*[m] model is a queueing model which consider the probability of a person to join a queue, seeing that there are already m number of customers in the system. In this final project, the result shows that the probability of a customer to join a queue and the value m are effecting the model's effectiveness values.

Keywords: Queueing Theory, $M/M/c$, $M/M/c$ with *balking*[m]

dedicated to my country, my parents, and all the readers

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yesus Kristus atas hikmat dan kebijaksanaan yang diberikan-Nya sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik dan tepat waktu. Penulis menyusun skripsi ini sebagai syarat untuk menyelesaikan studi Strata I di Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan. Penulis berharap skripsi ini dapat bermanfaat bagi para pembaca. Penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

- Ayah dan Ibu, yang senantiasa memberikan dukungan moral dan materiil selama penulis menjalani perkuliahan. Terima kasih khusus diberikan kepada Ibu atas perjuangannya. Terima Kasih.
- Adik yang selalu memberikan semangat dan doa agar penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
- Bapak Dr. J. Dharma Lesmono, selaku dosen pembimbing. Terima kasih atas segala nasihat, kritik, dan saran yang diberikan selama penulisan skripsi ini.
- Thasya Juliauwati, atas semua waktu dan senyuman yang diberikan sampai akhir masa perkuliahan ini.
- Bapak Taufik Limansyah M.T, selaku dosen wali. Terima kasih atas segala dukungan dan nasihat yang diberikan selama masa perkuliahan.
- Seluruh dosen dan staf TU dari FTIS, atas ilmu dan bantuan yang diberikan selama perkuliahan.
- Teman-teman Matematika UNPAR 2013 atas dukungan dan kenangan indah selama ini.
- Nuh Imantaka Cayadi, Ibu Sulami, dan Wulan selaku keluarga kos. Terima kasih telah menemani dalam kehidupan sehari-hari di kos.
- Teman-teman lainnya yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh sebab itu kritik dan saran yang membangun penulis harapkan demi berkembangnya penelitian dalam skripsi ini. Terima Kasih.

Bandung, Juni 2017

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Tujuan Penelitian	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Penulisan	2
2 LANDASAN TEORI	3
2.1 Variabel Acak	3
2.1.1 Variabel Acak Diskret	3
2.1.2 Variabel Acak Kontinu	3
2.1.3 Fungsi Distribusi Kumulatif	3
2.1.4 Ekspektasi	4
2.2 Distribusi Eksponensial	4
2.2.1 Definisi	4
2.2.2 <i>Memoryless</i>	4
2.3 Proses Poisson	4
2.3.1 Definisi $o(h)$	5
2.3.2 Definisi Proses Poisson	5
2.3.3 Distribusi Waktu Antar Kedatangan	6
2.4 Konvolusi	6
2.5 Teori Antrian	7
2.5.1 $M/M/1$	8
2.5.2 <i>Little's Formula</i>	9
2.6 Metode <i>Monte Carlo</i>	10
3 EFEKTIVITAS MODEL ANTRIAN $M/M/c$ DAN $M/M/c$ DENGAN <i>Balking</i>[m]	13
3.1 Model Antrian $M/M/c$	13
3.1.1 Ekspektasi Ukuran Antrian	13
3.1.2 Ekspektasi pelanggan dalam sistem, ekspektasi waktu dalam sistem dan antrian	14
3.1.3 Mengukur peluang pelanggan dalam antrian selama t	15
3.2 Model Antrian $M/M/c$ dengan <i>Balking</i> [m]	16
3.2.1 Ekspektasi Ukuran Antrian	18

3.2.2	Ekspektasi pelanggan dalam sistem, ekspektasi waktu dalam sistem dan antrian	20
3.2.3	Mengukur peluang pelanggan dalam antrian selama t	20
4	ANALISA SENSITIVITAS	23
4.1	Analisa Sensitivitas Laju Kedatangan	23
4.2	Analisa Sensitivitas Laju Pelayanan	25
4.3	Analisa Sensitivitas Jumlah Server	26
4.4	Analisa Sensitivitas Batas Toleransi Antrian	28
4.5	Analisa Sensitivitas Peluang Mengantri	28
5	KESIMPULAN DAN SARAN	31
5.1	Kesimpulan	31
5.2	Saran	31
	DAFTAR REFERENSI	33
	A KODE PROGRAM	35

DAFTAR GAMBAR

2.1	Diagram Transisi Model $M/M/1$	8
2.2	Jumlah pelanggan dalam sistem dan waktu [1]	10
3.1	Diagram transisi model $M/M/c$ dengan $Balking[m]$	16
4.1	Perubahan Efektivitas Model $M/M/c$ terhadap Laju Kedatangan	24
4.2	Perubahan Efektivitas Model $M/M/c$ dengan $Balking[m]$ terhadap Laju Kedatangan	24
4.3	Perubahan Efektivitas Model $M/M/c$ terhadap Laju Pelayanan	25
4.4	Perubahan Efektivitas Model $M/M/c$ dengan $Balking[m]$ terhadap Laju Pelayanan	26
4.5	Perubahan Efektivitas Model $M/M/c$ terhadap Jumlah <i>Server</i>	27
4.6	Perubahan Efektivitas Model $M/M/c$ dengan $Balking[m]$ terhadap Jumlah <i>Server</i>	27
4.7	Perubahan Efektivitas Model $M/M/c$ dengan $Balking[m]$ terhadap m	28
4.8	Perubahan Efektivitas Model $M/M/c$ dengan $Balking[m]$ terhadap Peluang Mengantri	29

DAFTAR TABEL

2.1	Notasi Model Antrian	8
4.1	Laju Kedatangan pada Model $M/M/c$	23
4.2	Laju Kedatangan pada Model $M/M/c$ dengan <i>Balking</i> [m]	23
4.3	Laju Pelayanan pada Model $M/M/c$	25
4.4	Laju Pelayanan pada Model $M/M/c$ dengan <i>Balking</i> [m]	25
4.5	Jumlah Server pada Model $M/M/c$	26
4.6	Jumlah Server pada Model $M/M/c$ dengan <i>Balking</i> [m]	26
4.7	m pada Model $M/M/c$ dengan <i>Balking</i> [m]	28
4.8	Peluang Mengantri pada Model $M/M/c$ dengan <i>Balking</i> [m]	29

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Saat ini kemacetan bukan lagi hal baru di berbagai kota besar. Bagi para penduduk di kota besar kemacetan seperti makanan sehari-hari yang mau tidak mau harus dijalani. Kemacetan seringkali disebabkan oleh antrian panjang di suatu titik. Antrian panjang ini dapat ditemui di berbagai tempat salah satunya di pintu tol yang berdampak pada kemacetan panjang di jalan tol. Berbicara soal antrian tentu bukan hanya di pintu tol saja, antrian panjang juga dapat ditemui di berbagai tempat seperti di rumah sakit, bank, supermarket, bioskop, tempat pengurusan surat-surat seperti paspor, ktp, dll. Dalam beberapa kasus seperti di supermarket dan bioskop, panjang antrian memberi dampak langsung terhadap pendapatan perusahaan. Misalnya panjang antrian di supermarket tentu membuat sebagian orang mengurungkan niatnya untuk ikut mengantri, alhasil orang tersebut berpindah ke supermarket lain. Atau panjang antrian di bioskop, membuat sebagian orang mengurungkan niatnya untuk menonton dan mungkin memilih mengunduh film yang akan ditonton.

Melihat hal ini diperlukan suatu model antrian untuk meminimalisir antrian panjang. Model antrian juga bisa dipakai untuk mengukur efektivitas sistem antrian yang ada. Dalam skripsi ini model yang akan dibahas adalah model antrian *multi server* sederhana yaitu $M/M/c$ dan model antrian *multi server* $M/M/c$ dengan *balking*[m]. Model antrian $M/M/c$ dengan *balking* sendiri adalah model antrian *multi server* sederhana yang mempertimbangkan pengunjung batal masuk setelah melihat semua server penuh [2]. Namun dalam skripsi ini model antrian yang akan dibahas adalah pengembangan model antrian $M/M/c$ dengan *balking* yaitu model antrian $M/M/c$ dengan mempertimbangkan peluang seseorang ikut antrian atau tidak setelah didapati ada sejumlah m pelanggan dalam sistem. Efektivitas yang akan diukur antara lain ekspektasi jumlah pelanggan dalam antrian, ekspektasi jumlah pelanggan dalam sistem, ekspektasi waktu yang dihabiskan pelanggan dalam antrian dan sistem, peluang tidak ada waktu tunggu bagi pelanggan yang datang dan peluang waktu tunggu pelanggan dalam antrian kurang dari atau sama dengan suatu waktu.

1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana menentukan model antrian $M/M/c$?
2. Bagaimana mengukur efektivitas model antrian $M/M/c$?
3. Bagaimana menentukan model antrian $M/M/c$ dengan *balking*[m]?
4. Bagaimana mengukur efektivitas model antrian $M/M/c$ dengan *balking*[m]?
5. Bagaimana perbandingan efektivitas antara model antrian $M/M/c$ dan $M/M/c$ dengan *balking*[m]?
6. Bagaimana hasil analisa sensitivitas perubahan parameter terhadap besaran-besaran pada model antrian $M/M/c$?

7. Bagaimana hasil analisa sensitivitas perubahan parameter terhadap besaran-besaran pada model antrian $M/M/c$ dengan *balking*[m]?

1.3 Tujuan Penelitian

1. Menentukan model antrian $M/M/c$.
2. Mengetahui cara mengukur efektivitas model antrian $M/M/c$.
3. Menentukan model antrian $M/M/c$ dengan *balking*[m].
4. Mengetahui cara mengukur efektivitas model antrian $M/M/c$ dengan *balking*[m].
5. Melakukan perbandingan efektivitas antara model antrian $M/M/c$ dan $M/M/c$ dengan *balking*[m].
6. Mengetahui hasil analisa sensitivitas perubahan parameter terhadap besaran-besaran pada model antrian $M/M/c$.
7. Mengetahui hasil analisa sensitivitas perubahan parameter terhadap besaran-besaran pada model antrian $M/M/c$ dengan *balking*[m].

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah pada skripsi ini adalah saat jumlah orang dalam sistem mencapai m orang, peluang tiap orang ikut dalam antrian konstan.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada skripsi ini terdiri dari 4 bab, yaitu :

Bab 1 : Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab 2 : Landasan Teori

Bab ini membahas tentang teori-teori yang mendukung penyelesaian skripsi ini.

Bab 3 : Efektivitas Model Antrian $M/M/c$ dan $M/M/c$ dengan *balking*[m]

Bab ini membahas tentang model antrian $M/M/c$ sederhana dan $M/M/c$ dengan *balking*[m]. Bab ini juga membahas efektivitas masing-masing model serta metode yang digunakan untuk memperolehnya.

Bab 4 : Analisa Sensitivitas

Bab ini membahas hasil perbandingan antara efektivitas model antrian $M/M/c$ sederhana dan $M/M/c$ dengan *balking*[m]. Bab ini juga membahas tentang analisa sensitivitas model antrian $M/M/c$ sederhana dan $M/M/c$ dengan *balking*[m].

Bab 5 : Kesimpulan dan Saran

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan serta saran untuk penelitian selanjutnya.