

SKRIPSI

SOLUSI *INTEGER* UNTUK MASALAH PEMROGRAMAN
LINEAR BILEVEL



Jessica Christella

NPM: 2013710013

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2017

FINAL PROJECT

**INTEGER SOLUTION TO BILEVEL LINEAR
PROGRAMMING PROBLEM**



Jessica Christella

NPM: 2013710013

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2017**

LEMBAR PENGESAHAN

**SOLUSI INTEGER UNTUK MASALAH PEMROGRAMAN
LINEAR BILEVEL**

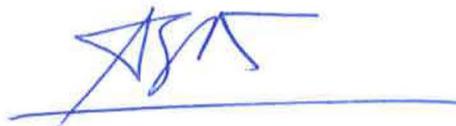
Jessica Christella

NPM: 2013710013

Bandung, 17 Juli 2017

Menyetujui,

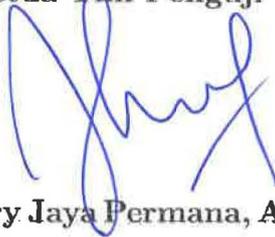
Pembimbing



Iwan Sugiarto, M.Si.



Ketua Tim Penguji



Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI

Anggota Tim Penguji



Dr. Julius Dharma Lesmono

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Julius Dharma Lesmono

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

SOLUSI *INTEGER* UNTUK MASALAH PEMROGRAMAN LINEAR BILEVEL

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.



Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 17 Juli 2017



Jessica Christella
NPM: 2013710013

ABSTRAK

Pemrograman Bilevel merupakan masalah pemrograman dengan 2 level. Pada Pemrograman Bilevel terdapat 2 masalah optimasi dimana daerah kendala dari masalah level pertama merupakan masalah optimasi yang lain. Pada skripsi ini akan dibahas Pemrograman Linear Bilevel *Integer*. Pemrograman Linear Bilevel *Integer* adalah Pemrograman Bilevel dimana fungsi objektif dan kendala bersifat linear, serta solusi optimalnya berupa *integer*. Langkah awal penyelesaian Pemrograman Linear Bilevel *Integer* menggunakan metode Simpleks, dilanjutkan metode *Cutting Plane* dengan menambahkan NAZ cut dan A-T cut. Penggunaan NAZ cut untuk mereduksi daerah fisibel dan A-T cut untuk menentukan solusi *integer* yang optimum.

Kata-kata kunci: Pemrograman Bilevel, Pemrograman Linear Bilevel *Integer*, metode Simpleks, NAZ cut, A-T cut

ABSTRACT

Bilevel programming is a programming problem with 2 levels. Bilevel programming consists of 2 optimization problems where the constraint area of the first level problem is another optimization problem. In this final project, the Bilevel Linear Integer Programming will be discussed. Bilevel Linear Integer Programming is Bilevel Programming where the objective function and constraints are linear and their optimal solution is in integer. The first step of completing the Bilevel Linear Integer Programming is using Simplex method, followed by Cutting Plane method by adding NAZ cut and A-T cut. The NAZ cut is used to reduce the physical region and the A-T cut to determines the optimum integer solution.

Keywords: Bilevel Programming, Bilevel Linear Integer Programming, Simplex Method, NAZ cut, A-T cut

*If you want to live a happy life, tie it to a goal, not to people or
objects
-Albert Einstein-*

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa atas penyertaan-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan tepat waktu. Skripsi yang berjudul "Solusi Integer untuk Pemrograman Linear Bilevel" disusun sebagai salah satu syarat wajib untuk menyelesaikan studi Strata-I di Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan.

Berbagai kendala yang dihadapi dalam proses penulisan skripsi ini dapat penulis selesaikan berkat bantuan, bimbingan, semangat dan dukungan dari berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis hendak mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

- Tuhan Yesus yang selalu menyertai, memberkati, dan memberikan kemudahan bagi penulis dalam segala hal terutama selama pengerjaan skripsi ini.
- Papa dan Mama yang selalu memberikan dukungan dan doa kepada penulis. Terima kasih atas segalanya selama ini. Dan untuk kakak penulis yaitu Ivan Valiandy, S.E. yang senantiasa memberikan dukungan dan bantuan kepada penulis.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si selaku dosen pembimbing yang telah sabar membimbing penulis, memberikan ilmu, arahan, saran dan semangat kepada penulis sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat waktu.
- Bapak Dr. Ferry Jaya Permana selaku dosen penguji I dan Bapak Dr. J. Dharma Lesmono selaku dosen penguji II. Terima kasih telah meluangkan waktu untuk menguji dan memberikan saran untuk perbaikan dan pengembangan pada skripsi ini agar menjadi lebih baik lagi.
- Bapak Dr. Benny Yong selaku dosen wali, terima kasih atas segala bantuan, bimbingan, ilmu, kritik dan saran yang telah diberikan kepada penulis dari awal perkuliahan hingga akhir.
- Seluruh dosen dari program studi Matematika dan program studi lain yang telah memberikan ilmunya kepada penulis.
- Kristin, Michelle, Joan, dan Stella yang telah menjadi teman yang baik bagi penulis dan membantu penulis dalam menyelesaikan perkuliahan ini. Dan Arvin yang sudah membantu penulis secara sukarela dalam pembuatan skripsi ini.
- Teman-teman angkatan 2013: Marcel, Danny, Daniel, Will, Acel, Joan, Christian, Michelle, Olin, Florence, Alifa, Bhima, Ragil, Stella, Sesil, Kristin, Bella, Retta, Arvin, Adit, Christo, terimakasih untuk kebersamaannya selama ini sebagai satu angkatan.
- Pihak Tata Usaha Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, terimakasih karena sudah membantu penulis selama berkuliah di Unpar terutama mengenai hal kelengkapan syarat wisuda dan kelulusan.
- Teman-teman angkatan 2012, 2014, dan 2015 yang tidak dapat disebutkan satu per satu.
- Penulis-penulis yang tulisannya dijadikan referensi oleh penulis.

- Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh sebab itu, penulis mengharapkan kritik dan saran dari berbagai pihak agar menjadi baik lagi.

Akhir kata, penulis mengucapkan terima kasih atas perhatian para pembaca terhadap skripsi ini. Semoga bermanfaat.

Bandung, Juli 2017

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	3
2.1 Masalah Pemrograman Linear	3
2.2 Metode Simpleks	4
2.3 Bilevel Programming Problem	10
3 BILEVEL INTEGER LINEAR PROGRAMMING PROBLEM	11
3.1 Integer Programming	11
3.2 Cutting Plane Methods	11
3.2.1 NAZ cut	12
3.2.2 A-T Cut	13
3.3 Contoh Penggunaan metode NAZ cut dan A-T cut	13
3.4 Solusi Integer untuk Pemrograman Linear Bilevel	14
3.5 Ilustrasi Numerik	16
4 KESIMPULAN DAN SARAN	19
4.1 Kesimpulan	19
4.2 Saran	19
DAFTAR REFERENSI	21

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari banyak dipergunakan pemodelan matematika untuk menghitung berbagai hal. Salah satu contohnya pemodelan matematika digunakan untuk mencari hasil optimum atau minimum, yang biasa disebut dengan pemrograman. Pemrograman sangatlah berguna pada kehidupan sehari-hari, seperti untuk mencari keuntungan maksimum ataupun biaya minimum yang harus dikeluarkan perusahaan. Dengan bantuan pemodelan matematika seperti ini maka setiap perhitungan lebih mudah dikerjakan atau dicari solusinya.

Pemrograman adalah teknik optimasi yang melibatkan variabel-variabel keputusan. Ada banyak sekali jenis-jenis pemrograman, ada Pemrograman Linear yaitu pemrograman yang fungsi objektif dan kendalanya bersifat linear. Ada juga Pemrograman Non-linear yaitu pemrograman yang fungsi objektif atau kendalanya bersifat non-linear. Ada pula Pemrograman *Integer*, yaitu pemrograman yang menghasilkan solusi berupa bilangan bulat (*integer*). Jenis-jenis pemrograman yang disebutkan di atas adalah pemrograman yang memiliki hanya satu fungsi objektif, maksudnya pada kendalanya hanya fungsi biasa. Ada pula pemrograman yang memiliki lebih dari satu fungsi objektif yaitu *Multiple Objective Programming*, jadi kendalanya berupa fungsi objektif juga. Salah satu contoh dari *Multiple Objective Programming* adalah *Bilevel Programming Problem*.

Bilevel Programming Problem merupakan permasalahan optimasi yang memiliki kendala-kendala berupa fungsi objektif. Terdapat kata *bi* karena terdapat lebih dari satu fungsi objektif, jadi terdapat lebih dari satu level / tingkat. Masalah Pemrograman Bilevel di formulasikan untuk masalah dimana 2 pengambil keputusan membuat keputusan sebagai *budget* dari perusahaan dan kemudian setiap divisi menentukan perencanaan produksi dari *budget*.

Hasil atau solusi dari pemrograman dapat berupa bilangan pecahan atau bilangan bulat (*integer*). Misalkan mencari banyaknya karyawan yang diperlukan dalam suatu proyek maka solusinya tidak mungkin berupa bilangan pecahan. Namun ketika dibulatkan ke *integer* terdekat hasilnya tidak berada pada daerah fisibel dan bukan merupakan solusi optimal. Maka terciptalah Pemrograman *Integer* agar solusi yang dihasilkan dapat berupa *integer*.

Pada skripsi ini akan dibahas mengenai penggabungan *Bilevel Programming Problem* dengan Pemrograman *Integer* yang keduanya menggunakan fungsi yang linear, sehingga akan menjadi Pemrograman Bilevel Linear *Integer*, yaitu merupakan suatu pemrograman yang persamaan atau pertidaksamaannya bersifat linear dan memiliki kendala berupa fungsi objektif juga (*bilevel*) dan akan menghasilkan solusi berupa *integer*. Untuk menyelesaikan pemrograman ini dibutuhkan beberapa tahap, dari mencari solusi awal dengan metode Simpleks, lalu harus menghilangkan solusi yang tidak *integer* menggunakan metode *Cutting Plane* dengan menambahkan NAZ cut dan A-T cut, sampai diperoleh solusi *integer* yang fisibel dan optimal.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah:

1. Bagaimana cara menyelesaikan Masalah Pemrograman *Integer* dengan metode NAZ cut dan A-T cut?
2. Bagaimana cara menyelesaikan Solusi *Integer* untuk *Bilevel Linear Programming Problem*?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Menyelesaikan Masalah Pemrograman *Integer* dengan metode NAZ cut dan A-T cut.
2. Menyelesaikan Solusi *Integer* untuk *Bilevel Linear Programming Problem*.

1.4 Batasan Masalah

Pembatasan masalah pada skripsi ini adalah banyaknya variabel bebas dalam Pemrograman Linear Bilevel hanya dua variabel.

1.5 Sistematika Pembahasan

BAB I : PENDAHULUAN

Bab ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, dan sistematika pembahasan.

BAB II : LANDASAN TEORI

Bab ini membahas tentang teori-teori dasar yang mendukung dalam pengerjaan skripsi ini, antara lain Masalah Pemrograman Linear, metode Simpleks, dan *Bilevel Programming Problem*.

BAB III : BILEVEL LINEAR INTEGER PROGRAMMING PROBLEM

Bab ini membahas tentang Pemrograman *Integer*, metode *Cutting Plane*, Masalah Pemrograman Bilevel Linear *Integer*, dan Ilustrasi Numerik.

BAB IV : KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini membahas tentang kesimpulan dari skripsi ini dan saran pengembangan lebih lanjut mengenai materi ini.