

SKRIPSI

PENENTUAN BESAR PREMI DENGAN SISTEM BONUS  
MALUS MENGGUNAKAN MODEL BINOMIAL NEGATIF  
DAN MODEL *GOOD-RISK/BAD-RISK*



Daniel Kristianto

NPM: 2013710005

PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2017



**FINAL PROJECT**

**DETERMINATION OF PREMIUM WITH BONUS MALUS  
SYSTEM USING NEGATIVE BINOMIAL MODEL AND  
GOOD-RISK/BAD-RISK MODEL**



**Daniel Kristianto**

**NPM: 2013710005**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2017**



## LEMBAR PENGESAHAN

### PENENTUAN BESAR PREMI DENGAN SISTEM BONUS MALUS MENGGUNAKAN MODEL BINOMIAL NEGATIF DAN MODEL *GOOD-RISK/BAD-RISK*

Daniel Kristianto

NPM: 2013710005

Bandung, 4 Juli 2017

Menyetujui,

Pembimbing



Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI



Ketua Tim Penguji



Farah Kristiani, M.Si.

Anggota Tim Penguji



Livia Owen, M.Si.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Julius Dharma Lesmono



## PERNYATAAN



Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **PENENTUAN BESAR PREMI DENGAN SISTEM BONUS MALUS MENGUNAKAN MODEL BINOMIAL NEGATIF DAN MODEL *GOOD-RISK/BAD-RISK***

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 4 Juli 2017



Daniel Kristianto  
NPM: 2013710005





## ABSTRAK

Asuransi kendaraan diperlukan sebagai perlindungan dari resiko kerugian finansial akibat kerusakan, kecelakaan, maupun pencurian kendaraan. Di negara maju, asuransi kendaraan sudah menjadi kewajiban bagi setiap pemilik kendaraan, tetapi di negara berkembang seperti Indonesia masih banyak pemilik kendaraan yang tidak mengasuransikan kendaraannya dengan alasan tingginya premi yang harus dibayar. Sistem Bonus Malus merupakan sistem penentuan premi dengan memberikan pemotongan premi (bonus) jika pemegang polis tidak mengajukan klaim dan memberikan tambahan premi (malus) jika pemegang polis mengajukan satu atau lebih klaim. Pada skripsi ini jumlah klaim asuransi kendaraan dimodelkan menggunakan model binomial negatif dan model *Good-Risk/Bad-Risk*. Parameter dari masing-masing model akan ditaksir menggunakan metode momen dan metode *Maximum Likelihood*. Model-model yang digunakan akan diseleksi dengan menggunakan *Chi-Square Goodness of Fit Test* dan *Likelihood Test*. Berdasarkan model-model tersebut ditentukan besar premi yang harus dibayar, yang merupakan sistem Bonus Malus. Hasil simulasi menunjukkan bahwa pemilihan model yang berbeda akan mengakibatkan perbedaan besar premi yang semakin besar dengan semakin besarnya nilai parameter waktu dan jumlah klaim yang diajukan pengendara di waktu yang lampau.

**Kata-kata kunci:** Sistem Bonus Malus, binomial negatif, *Good-Risk/Bad-Risk*, metode momen, metode *Maximum Likelihood*, *Chi-Square Goodness of Fit Test*, *Likelihood Test*



## ABSTRACT

Vehicle insurance is required to provide protection from the risk of financial loss due to damage, accident, and vehicle theft. In many developed countries, vehicle insurance is a must for every vehicle owner, but in developing country such as Indonesia there are still many vehicle owners that do not insure their vehicle because of high premiums to be paid. Bonus Malus system is a premium determination system which provides premium reduction (bonus) if policy holder does not initiate claims and provides additional premiums (malus) if policy holder initiate one or more claims. In this final project, the number of vehicle insurance claims is modelled using Negative Binomial model and Good-Risk/Bad-Risk model. Some parameters from each model will be estimated using moment method and Maximum Likelihood method. The models will be selected using Chi-Square Goodness of Fit Test and Likelihood Test. Based on those models, we determine premiums to be paid by insured, a so-called Bonus Malus system. The simulation results show the large discrepancy between the premiums obtained by Negative Binomial model and Good-Risk/Bad-Risk model, especially when the parameters of the time and the number of claims initiated by the driver in the past increase.

**Keywords:** Bonus Malus System, Negative Binomial, Good-Risk/Bad-Risk, moment method, Maximum Likelihood method, Chi-Square Goodness of Fit Test, Likelihood Test



*Dipersembahkan untuk kedua orangtua tercinta.*



## KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yesus Kristus atas berkat, kasih sayang, penyertaan, perlindungan, dan pertolongan yang tak pernah habis dalam hidup penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan tepat waktu. Skripsi yang berjudul "Penentuan Premi dengan Sistem Bonus Malus Menggunakan Model Binomial Negatif dan Model *Good-Risk/Bad-Risk*" disusun sebagai salah satu syarat wajib dipenuhi untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Penulis berharap skripsi ini dapat berguna bagi mahasiswa maupun pembaca lainnya.

Selama masa kuliah dan penyusunan skripsi, penulis mendapat banyak bantuan dan ilmu dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

- Kedua orangtua penulis yang selalu mendukung penulis dalam segala keadaan, memberikan nasihat, dan bimbingan untuk menyelesaikan skripsi ini.
- Adik penulis yang telah memberikan kasih sayangnya, doa, dan perhatiannya kepada penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
- Bapak Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI selaku dosen pembimbing yang dengan sabar membimbing penulis, meluangkan waktunya untuk berbagi dan diskusi materi, memberikan arahan, saran, dan semangat selama masa penyusunan skripsi sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik dan tepat waktu.
- Ibu Farah Kristiani, M.Si dan Ibu Livia Owen, M.Si selaku tim penguji dalam sidang skripsi. Terima kasih atas saran, kritik, dan pengetahuan yang telah diberikan sehingga skripsi ini dapat menjadi lebih baik.
- Ibu Maria Anastasia, M.Si selaku koordinator skripsi. Terima kasih atas segala informasi, waktu, dan saran yang diberikan kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
- Bapak Benny Yong, M.Si selaku dosen wali yang telah memberikan arahan, saran, dan nasihat kepada penulis selama proses perkuliahan.
- Fakultas Teknologi Informasi dan Sains dan Program Studi Matematika atas kesempatan belajar yang diberikan kepada penulis dalam menempuh studi Strata-1.
- Seluruh dosen FTIS terutama dosen Program Studi Matematika. Terima kasih atas segala ilmu dan nasihat yang telah diberikan kepada penulis.
- Seluruh staf Tata Usaha FTIS. Terima kasih telah membantu penulis dalam melengkapi segala hal yang dibutuhkan selama proses perkuliahan.
- Seluruh Pekarya FTIS. Terima kasih telah menjadikan ruang perkuliahan nyaman, rapi, dan bersih.
- Teman-teman angkatan 2013: Marcel, Danny, William, Marcellus, Joan, Christian, Michelle, Caroline, Florence, Jessica, Alifa, Ragil, Bhima, Stella, Bella, Kristin, Retta, Aditya, Arvin, Sesilia, dan Christophorus yang telah menemani penulis dalam suka maupun duka.

- Teman-teman dari Program Studi Matematika angkatan lainnya.
- Teman-teman SMA penulis : Nathanael, Helen, Theresia, Ryan, Deo, Andin, Irene, Lyvia, Cindy, Daniel, Handy, Nicholas, dan Calvin yang juga telah menemani penulis dalam suka maupun duka.
- Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah berjasa kepada penulis selama proses perkuliahan dan penyusunan skripsi.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu penulis menerima dengan tangan terbuka segala kritik dan saran yang membangun agar skripsi ini dapat menjadi lebih baik. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Bandung, Juli 2017

Penulis



# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xix</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	1
1.3 Tujuan Penulisan . . . . .	2
1.4 Sistematika Penulisan . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>3</b>
2.1 Sistem Bonus Malus . . . . .	3
2.2 Distribusi Poisson, Binomial Negatif, dan Gamma . . . . .	3
2.2.1 Distribusi Poisson . . . . .	4
2.2.2 Distribusi Binomial Negatif . . . . .	5
2.2.3 Distribusi Gamma . . . . .	6
2.3 Seleksi Model . . . . .	7
2.3.1 <i>Chi-Square Goodness of Fit Test</i> . . . . .	8
2.3.2 <i>Likelihood Test</i> . . . . .	9
<b>3 PEMODELAN JUMLAH KLAIM</b>	<b>11</b>
3.1 Model Binomial Negatif . . . . .	11
3.1.1 Binomial Negatif . . . . .	11
3.1.2 Penaksiran parameter Model Binomial Negatif . . . . .	15
3.1.3 Perhitungan premi menggunakan Model Binomial Negatif . . . . .	17
3.2 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> . . . . .	18
3.2.1 <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> . . . . .	18
3.2.2 Penaksiran parameter Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> . . . . .	18
3.2.3 Perhitungan premi menggunakan Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> . . . . .	22
<b>4 SIMULASI</b>	<b>25</b>
4.1 Simulasi 1 . . . . .	25
4.1.1 Model Binomial Negatif . . . . .	27
4.1.2 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> . . . . .	29
4.1.3 Perbandingan Antar Model . . . . .	32
4.1.4 Premi Model Binomial Negatif dan <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> . . . . .	34
4.2 Simulasi 2 . . . . .	36
4.2.1 Model Binomial Negatif . . . . .	38
4.2.2 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> . . . . .	41
4.2.3 Perbandingan Antar Model . . . . .	43
4.2.4 Premi Model Binomial Negatif dan <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> . . . . .	45

4.3	Simulasi 3 . . . . .	47
4.3.1	Model Binomial Negatif . . . . .	49
4.3.2	Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> . . . . .	51
4.3.3	Perbandingan Antar Model . . . . .	53
4.3.4	Premi Model Binomial Negatif dan <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> . . . . .	55
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>59</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	59
5.2	Saran . . . . .	60
	<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>61</b>

## DAFTAR TABEL

2.1 Kelas pemegang polis pada tahun sekarang berdasarkan sistem Bonus Malus . . . .	3
2.2 Contoh data hasil observasi. . . . .	8
2.3 Contoh data suatu model. . . . .	8
2.4 Contoh data setelah dilakukan pengelompokan. . . . .	9
4.1 Data Simulasi 1. . . . .	25
4.2 Model Binomial Negatif dengan Metode Momen untuk Simulasi 1. . . . .	28
4.3 Model Binomial Negatif dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> untuk Simulasi 1. . .	28
4.4 Model Binomial Negatif dengan Metode Momen setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 1. . . . .	29
4.5 Model Binomial Negatif dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 1. . . . .	29
4.6 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> dengan Metode Momen untuk Simulasi 1. . . . .	30
4.7 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> untuk Simulasi 1.	31
4.8 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> dengan Metode Momen setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 1. . . . .	31
4.9 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 1. . . . .	32
4.10 Perbandingan Model Binomial Negatif dan Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> setelah dila- kukan pengelompokan untuk Simulasi 1. . . . .	32
4.11 Perbandingan Model Binomial Negatif dan Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> untuk Simulasi 1. . . . .	33
4.12 Premi Model Binomial Negatif dengan Metode Momen untuk Simulasi 1. . . . .	34
4.13 Premi Model Binomial Negatif dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> untuk Simulasi 1. . . . .	35
4.14 Premi Model <i>Good Risk/Bad Risk</i> dengan Metode Momen untuk Simulasi 1. . . .	35
4.15 Premi Model <i>Good Risk/Bad Risk</i> dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> untuk Simulasi 1. . . . .	35
4.16 Data Simulasi 2. . . . .	37
4.17 Model Binomial Negatif dengan Metode Momen untuk Simulasi 2. . . . .	39
4.18 Model Binomial Negatif dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> untuk Simulasi 2. . .	40
4.19 Model Binomial Negatif dengan Metode Momen setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 2. . . . .	40
4.20 Model Binomial Negatif dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 2. . . . .	40
4.21 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> dengan Metode Momen untuk Simulasi 2. . . . .	42
4.22 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> untuk Simulasi 2.	42
4.23 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> dengan Metode Momen setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 2. . . . .	43
4.24 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 2. . . . .	43

4.25 Perbandingan Model Binomial Negatif dan Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 2. . . . .	44
4.26 Perbandingan Model Binomial Negatif dan Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> untuk Simulasi 2. . . . .	45
4.27 Premi Model Binomial Negatif dengan Metode Momen untuk Simulasi 2. . . . .	46
4.28 Premi Model Binomial Negatif dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> Simulasi 2. . . . .	46
4.29 Premi Model <i>Good Risk/Bad Risk</i> dengan Metode Momen Simulasi 2. . . . .	46
4.30 Premi Model <i>Good Risk/Bad Risk</i> dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> Simulasi 2. . . . .	47
4.31 Data Simulasi 3. . . . .	47
4.32 Model Binomial Negatif dengan Metode Momen untuk Simulasi 3. . . . .	50
4.33 Model Binomial Negatif dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> untuk Simulasi 3. . . . .	50
4.34 Model Binomial Negatif dengan Metode Momen setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 3. . . . .	50
4.35 Model Binomial Negatif dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 3. . . . .	51
4.36 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> dengan Metode Momen untuk Simulasi 3. . . . .	52
4.37 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> untuk Simulasi 3. . . . .	52
4.38 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> dengan Metode Momen setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 3. . . . .	53
4.39 Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 3. . . . .	53
4.40 Perbandingan Model Binomial Negatif dan Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> setelah dilakukan pengelompokan untuk Simulasi 3. . . . .	54
4.41 Perbandingan Model Binomial Negatif dan Model <i>Good-Risk/Bad-Risk</i> untuk Simulasi 3. . . . .	55
4.42 Premi Model Binomial Negatif dengan Metode Momen untuk Simulasi 3. . . . .	56
4.43 Premi Model Binomial Negatif dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> untuk Simulasi 3. . . . .	56
4.44 Premi Model <i>Good Risk/Bad Risk</i> dengan Metode Momen untuk Simulasi 3. . . . .	56
4.45 Premi Model <i>Good Risk/Bad Risk</i> dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i> untuk Simulasi 3. . . . .	57

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Perkembangan dunia asuransi saat ini mengalami kemajuan yang pesat, terutama dalam bidang asuransi kendaraan bermotor. Negara maju sudah mewajibkan *third party automobile insurance* bagi pemilik kendaraan. *Third party automobile insurance* dapat dikelompokkan menjadi:

1. *Third Party Only (TPO)*, asuransi ini melindungi konsumen dari resiko kerusakan akibat kecelakaan yang disebabkan oleh pihak ketiga, kecelakaan (*injury*) pada pengemudi pihak ketiga, penumpang yang ikut bersama dengan kendaraan pemegang polis.
2. *Third Party, Fire and Theft (TPFT)*, asuransi ini memberi manfaat kepada konsumen terhadap resiko kebakaran, ledakan, pencurian, percobaan pencurian, dan pencurian lainnya.
3. *Comprehensive car insurance*, asuransi ini memberi manfaat kepada konsumen terhadap segala resiko.

Di Indonesia, *third party automobile insurance* belum diwajibkan bagi pemilik kendaraan. Salah satu alasannya adalah premi asuransi yang harus dibayar dirasakan masih cukup mahal untuk sebagian besar pemilik kendaraan. Perhitungan premi asuransi juga belum sepenuhnya menggunakan prinsip-prinsip aktuaria sehingga pengelolaan data asuransi kecelakaan mobil di Indonesia belum maksimal. Hal ini menyebabkan data yang representatif dari asuransi kecelakaan mobil Indonesia sulit didapat.

Dalam asuransi kendaraan dikenal istilah sistem Bonus Malus. Sistem Bonus Malus merupakan sistem untuk menentukan premi yang mempertimbangkan pengalaman mengemudi pemegang polis pada tahun sebelumnya. Pemegang polis akan diberi bonus berupa penurunan premi (*bonus*) bila tidak mengajukan klaim pada tahun sebelumnya atau mengajukan jumlah klaim yang relatif sedikit pada periode sebelumnya. Sebaliknya, pemegang polis akan diberikan penalti berupa kenaikan premi (*malus*) di tahun berikutnya bila jumlah klaim yang diajukan pada tahun sebelumnya relatif banyak. Pada makalah ini akan dibahas pemodelan banyaknya klaim dengan menggunakan model binomial negatif dan model *Good-Risk/Bad-Risk*. Model tersebut akan digunakan untuk diaplikasikan pada sistem Bonus Malus, yaitu untuk menghitung besar premi dengan mempertimbangkan pengalaman mengemudi pemegang polis pada tahun sebelumnya.

### 1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana memodelkan banyaknya klaim dengan menggunakan model binomial negatif ?
2. Bagaimana memodelkan banyaknya klaim dengan menggunakan model *Good-Risk/Bad-Risk*?
3. Bagaimana melakukan seleksi model yaitu memilih model mana yang lebih baik dengan data observasi yang berupa distribusi model binomial negatif dan model *Good-Risk/Bad-Risk* ?
4. Bagaimana cara menghitung besar premi dengan menggunakan model binomial negatif ?

5. Bagaimana cara menghitung besar premi dengan menggunakan model *Good-Risk/Bad-Risk*?

### 1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan skripsi adalah untuk memodelkan jumlah klaim dan menghitung besar premi dengan menggunakan sistem Bonus Malus. Pada skripsi ini akan digunakan model binomial negatif dan model *Good-Risk/Bad-Risk* kemudian diseleksi model mana yang paling sesuai dengan data empirik.

### 1.4 Sistematika Penulisan

Skripsi ini terdiri dari lima bab sebagai berikut:

#### BAB I : PENDAHULUAN

Pada bab ini akan dibahas latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan.

#### BAB II : LANDASAN TEORI

Pada bab ini dibahas mengenai pengertian bonus malus. Pada bab ini juga akan dibahas beberapa distribusi yang akan digunakan pada pembahasan sistem Bonus Malus dan cara menentukan model yang terbaik untuk sistem Bonus Malus.

#### BAB III : PEMODELAN JUMLAH KLAIM

Bab ini membahas pemodelan jumlah klaim, penaksiran parameter model, dan besar premi yang harus dibayar pemegang polis asuransi kendaraan dengan menggunakan model binomial negatif dan model *Good-Risk/Bad-Risk*.

#### BAB IV : SIMULASI

Bab ini membahas hasil perhitungan dari beberapa data yang diberikan menggunakan model binomial negatif dan model *Good-Risk/Bad-Risk*. Bab ini juga akan membahas model mana yang pada akhirnya menjadi model yang paling baik dengan menggunakan beberapa uji.

#### BAB V : KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini berisi kesimpulan yang ditarik dari pemodelan jumlah klaim dan perhitungan besar premi dengan menggunakan model binomial negatif dan model *Good-Risk/Bad-Risk* serta akan diberikan saran-saran untuk penelitian lanjutan.