

GERE & TIMOSHENKO

**MEKANIKA
BAHAN**

JILID 2 EDISI KEEMPAT



No. Klass 620.112.3/GER/LPPM /m
 No. 51 Tgl. 8 Maret '06
 Hadiah/Beli _____
 Dari Bambang suryoatmono

No. Klass 620.1 GER m2
 No. Induk 141098 Tgl 16.05.2016
 Hadiah/Beli _____
 Dari LPPM UNPAR

No. Klass 620.1123
 No. 144 Tgl. 16/07/2002
 Hadiah/Beli _____
 Dari Bambang Suryoatmono

Konversi antara Satuan USCS dan SI

Satuan USCS		Faktor konversi pengali		Satuan SI yang sebanding	
		Akurat	Praktis		
Akselerasi (linier)					
foot per second squared	ft/s ²	0,3048*	0,305	meter per second squared	m/s ²
inch per second squared	in./s ²	0,0254*	0,0254	meter per second squared	m/s ²
Luas					
squared foot	ft ²	0,09290304*	0,0929	squared meter	m ²
squared inch	in. ²	645,16*	645	squared millimeter	mm ²
Densitas (massa) (Massa jenis)					
slug per cubic foot	slug/ft ³	515,379	515	kilogram per cubic meter	kg/m ³
Densitas (berat) (Berat jenis)					
pound per cubic foot	lb/ft ³	157,987	157	newton per cubic meter	B/m ³
pound per cubic inch	lb/in. ³	271,447	271	kilonewton per cubic meter	kN/m ³
Energi; kerja					
foot-pound	ft-lb	1,35582	1,36	joule	J
kilowatt-hour	kWh	3,6*	3,6	megajoule	MJ
British thermal unit	Btu	1055,06	1055	joule	J
Gaya					
pound	lb	4,44822	4,45	newton	N
kip (1000 pounds)	k	4,44822	4,45	kilonewton	kN
Gaya per satuan panjang (Intensitas gaya)					
pound per foot	lb/ft	14,5939	14,6	newton per meter	N/m
pound per inch	lb/in.	175,127	175	newton per meter	N/m
kip per foot	k/ft	14,5939	14,6	kilonewton per meter	kN/m
kip per inch	k/in.	175,127	175	kilonewton per meter	kN/m
Panjang					
foot	ft	0,3048*	0,305	meter	m
inch	in.	25,4*	25,4	millimeter	mm
mile	mi	1,609344*	1,61	kilometer	km
Massa					
slug		14,5939	14,6	kilogram	kg
Momen gaya; torque					
pound-foot	lb-ft	1,35582	1,36	newton meter	N·m
pound-inch	lb-in.	0,112985	0,113	newton meter	N·m
kip-foot	k-ft	1,35582	1,36	kilonewton meter	kN·m
kip-inch	k-in.	0,112985	0,113	kilonewton meter	kN·m

Konversi antara Satuan USCS dan SI (lanjutan)

Satuan USCS		Faktor konversi pengali		Satuan SI yang sebanding	
		Akurat	Praktis		
Momen inersia (luas)					
inch to fourth power	in. ⁴	416,231	416,000	millimeter to fourth power	mm ⁴
inch to fourth power	in. ⁴	0,416231 × 10 ⁻⁶	0,416 × 10 ⁻⁶	meter to fourth power	m ⁴
Momen inersia (massa)					
slug foot squared	slug-ft ²	1,35582	1,36	kilogram meter squared	kg·m ²
Daya					
foot-pound per second	ft-lb/s	1,35582	1,36	watt	W
foot-pound per minute	ft-lb/min	0,0225970	0,0226	watt	W
horsepower (550 ft-lb/s)	hp	745,701	746	watt	W
Tekanan; tegangan					
pound per square foot	psf	47,8803	47,9	pascal (N/2)	Pa
pound per square inch	psi	6894,76	6890	pascal	Pa
kip per square foot	ksf	47,8803	47,9	kilopascal	kPa
kip per square inch	ksi	6,89476	6,89	megapascal	MPa
Modulus pncampang					
inch to third power	in. ³	16.387,1	16,400	millimeter to third power	mm ³
inch to third power	in. ³	16.387,1 × 10 ⁻⁶	16,4 × 10 ⁻⁶	meter to third power	mm ³
Kecepatan (linier)					
foot per second	ft/s	0,30448*	0,305	meter per second	m/s
inch per second	in./s	0,0254*	0,0254	meter per second	m/s
mile per hour	mph	0,44704*	0,447	meter per second	m/s
mile per hour	mph	1,609344*	1,61	kilometer per hour	km/h
Isi					
cubic foot	ft. ³	0,0283168	0,0283	cubic per second	m/s
cubic inch	in. ³	16,3871 × 10 ⁻⁶	16,4 × 10 ⁻⁶	cubic meter	m ³
cubic inch	in. ³	16,3871	16,4	cubic centimeter (cc)	cm ³
gallon (231 in. ³)	gal.	3,78541	3,79	liter	L
gallon (231 in. ³)	gal.	0,00379	0,00379	cubic meter	m ³

*Tanda asteriks melambangkan faktor konversi yang *eksak*

Catatan: Untuk mengkonversi satuan SI menjadi satuan USCS, bagilah satuan SI dengan faktor konversi.

Rumus Konversi Suhu

$$T(^{\circ}\text{C}) = \frac{5}{9} [T(^{\circ}\text{F}) - 32] = T(\text{K}) - 273,15$$

$$T(\text{K}) = \frac{5}{9} [T(^{\circ}\text{F}) - 32] + 273,15 = T(^{\circ}\text{C}) + 273,15$$

$$T(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5} T(^{\circ}\text{C}) + 32 = \frac{9}{5} T(\text{K}) - 459,67$$

EDISI KE-4

MEKANIKA BAHAN

JILID 2

EDISI KE-4

MEKANIKA BAHAN

JILID 2

JAMES M. GERE

Profesor Emeritus Stanford University

STEPHEN P. TIMOSHENKO (1878–1972)

Mantan Dosen Stanford University



620.1

GER
m2

141095 - P-158 - FTS

16.05.2016



PENERBIT ERLANGGA

Jl. H. Baping Raya No. 100

Ciracas, Jakarta 13740

e-mail: mahameru@rad.net.id

(Anggota IKAPI)

Gere, James M.

Mekanika Bahan/James M. Gere, Stephen P. Timoshenko;
alihbahasa, Bambang Suryoatmono; editor, H. Wibi Hardani.
-- Ed. 4. -- Jakarta: Erlangga, 2000
. . . jil. ; . . . cm

Judul asli: Mechanics of Material.
ISBBN 979-688-055-5 (no. jil. lengkap)
ISBBN 979-688-056-3 (jil. 1)
ISBBN 979-688-057-1 (jil. 2)

1. Mekanika Bahan I. Judul
II. Timoshenko, Stephen P. III. Suryoatmono, Bambang
IV. Hardani, Wibi, Hilarius

620.1123

Judul Asli:

MECHANICS OF MATERIAL, Fourth Edition
James M. Gere, Stephen P. Timoshenko

Copyright © 1997, 1990 by PWS Publishing Company, a Division of International Thomson Publishing Inc.; © 1984 by Wadsworth, Inc.
Hak cipta © dalam Bahasa Inggris 1997, 1990 pada PWS Publishing Company, sebuah divisi dari International Thomson Publishing Inc.; hak cipta © 1984 pada Wadsworth, Inc.
Hak terjemahan dalam Bahasa Indonesia pada *Penerbit Erlangga*, berdasarkan perjanjian pada tahun 1996.

Alih Bahasa : **Ir. Bambang Suryoatmono, MSc. PhD.**
 Jurusan Sipil Fakultas Teknik Universitas Parahyangan, Bandung
Editor : **H. Wibi Hardani, S.T.**

Buku ini diset dan dilayout oleh Bagian Produksi *Penerbit Erlangga* dengan Power Mac 6100/60Av (Times 10)

Dicetak oleh : **PT Gelora Aksara Pratama**

05 04 03 02 7 6 5 4 3 2 1

Dilarang keras mengutip, menjiplak, memperbanyak, memfotokopi, baik sebagian maupun keseluruhan isi buku ini serta memperjualbelikannya tanpa izin tertulis dari Penerbit Erlangga.

© HAK CIPTA DI LINDUNGI OLEH UNDANG-UNDANG.



DAFTAR ISI

Pengantar	ix
Simbol	xiii
Huruf Yunani	xvi

7

ANALISIS TEGANGAN DAN REGANGAN 1

7.1	Pendahuluan	1
7.2	Tegangan Bidang	2
7.3	Tegangan Utama dan Tegangan Geser Maksimum	9
7.4	Lingkaran Mohr untuk Tegangan Bidang	18
7.5	Hukum Hooke untuk Tegangan Bidang	32
7.6	Tegangan Triaksial	36
7.7	Regangan Bidang	41
	<i>Soal-soal</i>	54

8

PENERAPAN TEGANGAN BIDANG 70

8.1	Pendahuluan	70
8.2	Bejana Tekan Bola	70
8.3	Bejana Tekan Silinder	76
8.4	Tegangan Maksimum di Balok	82
8.5	Beban Gabungan	91
	<i>Soal-soal</i>	104

9

DEFLEKSI BALOK 114

9.1	Pendahuluan	114
9.2	Persamaan Diferensial untuk Kurva Defleksi	114
9.3	Defleksi dengan Integrasi Persamaan Momen Lentur	119
9.4	Defleksi dengan Integrasi Persamaan Gaya Geser dan Persamaan Beban	128
9.5	Metode Superposisi	133
9.6	Metode Luas Momen	140
9.7	Balok Nonprismatis	147
9.8	Energi Regangan Lentur	151
*9.9	Teorema Castigliano	155

- *9.10 Defleksi yang Diakibatkan Kejut 166
- *9.11 Efek Temperatur 168
 - Soal-soal* 170

10

BALOK STATIS TAK TENTU 186

- 10.1 Pendahuluan 186
- 10.2 Jenis-jenis Balok Statis Tak Tentu 187
- 10.3 Analisis dengan Persamaan Diferensial Kurva Defleksi 188
- 10.4 Metode Superposisi 194
- *10.5 Balok Menerus 203
- *10.6 Efek Temperatur 212
- *10.7 Peralihan Longitudinal di Ujung Balok 215
 - Soal-soal* 218

11

KOLOM 229

- 11.1 Pendahuluan 229
- 11.2 Tekuk dan Stabilitas 230
- 11.3 Kolom dengan Kedua Ujung Sendi 233
- 11.4 Kolom dengan Kondisi Tumpuan Lainnya 243
- 11.5 Kolom dengan Beban Aksial Eksentris 253
- 11.6 Rumus Sekan untuk Kolom 257
- 11.7 Perilaku Kolom Elastis dan Inelastis 262
- 11.8 Tekuk Inelastis 264
- 11.9 Rumus Desain untuk Kolom 269
 - Soal-soal* 280

12

TINJAUAN ULANG MENGENAI PUSAT BERAT DAN MOMEN INERSIA 295

- 12.1 Pendahuluan 295
- 12.2 Pusat Berat suatu Area Bidang 295
- 12.3 Pusat Berat Area Gabungan 298
- 12.4 Momen Inersia Area Bidang 301
- 12.5 Teorema Sumbu Sejajar untuk Momen Inersia 303
- 12.6 Momen Inersia Polar 306
- 12.7 Produk Inersia 308
- 12.8 Rotasi Sumbu 311
- 12.9 Sumbu Utama dan Momen Inersia Utama 313
 - Soal-soal* 317

Referensi dan Catatan Sejarah 323**Lampiran A Sistem Satuan dan Faktor Konversi 331**

- A.1 Sistem Satuan 331
- A.2 Satuan SI 332
- A.3 Satuan Umum Amerika Serikat 338
- A.4 Satuan Temperatur 340
- A.5 Konversi antara Satuan 341

Lampiran B Pemecahan Soal-soal 344

- B.1** Jenis Soal 344
- B.2** Langkah-langkah dalam Memecahkan Soal 345
- B.3** Homogenitas Dimensional 346
- B.4** Angka Penting 347
- B.5** Pembulatan Bilangan 349

Lampiran C Rumus-rumus Matematika 350**Lampiran D Besaran Luas Bidang 354****Lampiran E Besaran Profil Baja Struktural 360****Lampiran F Besaran Kayu Struktural 366****Lampiran G Defleksi dan Kemiringan Balok 367****Lampiran H Sifat Bahan 373**

Jawaban Soal 378



PENGANTAR

Dengan mengambil mata kuliah mekanika bahan, mahasiswa mempelajari topik teknik dasar sekaligus juga mengembangkan kemampuan analitis dan pemecahan masalah. Selama persiapan Edisi Keempat ini, penulis selalu mengingat tujuan-tujuan tersebut. Fakta-fakta dan teori-teori mekanika disajikan sedemikian rupa sehingga mudah dalam proses belajar mengajar, dengan pembahasan yang mendalam dan contoh yang banyak, supaya mahasiswa dapat segera menguasai suatu pokok bahasan. Selain itu, penekanan diberikan pada bagaimana menganalisis sistem mekanis dan struktural, dan banyak soal yang mengharuskan mahasiswa melakukan pemikiran orisinal.

Buku ini meliputi semua topik dasar mengenai mekanika bahan, yang disajikan pada level yang cocok untuk mahasiswa teknik tingkat dua dan tiga. Topik-topik utama adalah analisis dan desain elemen struktural yang mengalami tarik, tekan, torsi, dan lentur, termasuk konsep-konsep dasar seperti tegangan, regangan, perilaku elastis, perilaku inelastis, dan energi regangan. Topik-topik lain yang menarik adalah transformasi tegangan dan regangan, pembebanan gabungan, konsentrasi tegangan, defleksi balok, dan stabilitas kolom. Topik-topik yang lebih khusus adalah efek termal, pembebanan dinamis, elemen nonprismatis, balok dua bahan, pusat geser, bejana tekan, dan balok statis tak tentu. Untuk kelengkapan dan rujukan kerja, topik-topik dasar seperti gaya geser, momen lentur, pusat berat, dan momen inersia juga disajikan di dalam buku ini.

Buku ini membahas materi yang jauh lebih banyak daripada yang dapat dibahas dalam satu mata kuliah sehingga dosen mempunyai kesempatan untuk memilih topik yang menurutnya paling mendasar dan relevan. Topik-topik lanjut di dalam suatu subbab diberi kode bintang (*). Dosen juga dapat memanfaatkan ratusan soal baru (dengan total lebih dari 1100 soal) yang tersedia sebagai pekerjaan rumah dan diskusi kelas. Soal-soal diletakkan di akhir setiap bab agar mudah dicari dan tidak menyela penyajian suatu bab. (Soal yang sangat sulit atau panjang diberi kode satu atau lebih tanda bintang di dekat nomor soal.)

Baik Sistem Satuan Internasional (SI) atau U.S. Customary System (USCS) digunakan dalam contoh-contoh dan soal-soal numerik.

Pembahasan tentang kedua sistem dan tabel faktor konversi diberikan dalam lampiran. Untuk soal-soal dengan solusi numerik, soal bernomor ganjil menggunakan satuan USCS dan soal bernomor genap menggunakan satuan SI. Satu-satunya pengecualian adalah pada soal dan contoh yang melibatkan tabel besaran untuk profil baja struktural karena tabel untuk profil ini hanya tersedia dalam satuan USCS. Jawaban soal dicantumkan di bagian belakang buku ini, sehingga mahasiswa dapat memeriksa hasil pekerjaannya.

Rujukan dan catatan sejarah juga dikumpulkan di bagian belakang buku ini. Rujukan dan catatan ini terdiri atas sumber asli pokok bahasan dan catatan biografis mengenai insinyur, ilmuwan, dan matematikawan pelopor yang menemukan pokok bahasan mekanika bahan. Indeks nama yang terpisah akan mempermudah pencarian masing-masing tokoh sejarah ini. Buku ini dirampungkan dengan indeks subjek yang dipersiapkan secara ekstensif dan hati-hati sehingga setiap topik, konsep, kata kunci, atau definisi dapat ditemukan dengan cepat.

Edisi Keempat dari Mekanika Bahan ini telah ditulis ulang secara hati-hati dengan diskusi yang diperluas, tokoh-tokoh baru, contoh-contoh dan soal-soal baru, serta banyak perubahan dalam pengaturannya agar buku ini lebih berguna di dalam ruangan kelas. Semua perubahan dalam pengaturan dan penyajian ini diajukan oleh para dosen dan mahasiswa yang telah mengenal baik Edisi Ketiga.

Usaha yang keras telah dilakukan dalam memeriksa dan membaca ulang teks agar dapat menghilangkan kesalahan, namun apabila pembaca menemukannya, betapapun kecilnya, beritahulah penulis di Department of Civil Engineering, Stanford University, Stanford, California 94305-4020, U.S.A. (email jgere@cive.stanford.edu), atau kontaklah penerbit (semua surat akan dibalas).

■ Penghargaan

Edisi pertama buku ini, diterbitkan pada tahun 1972 dan ditulis oleh penulis sekarang, merupakan pengembangan dari buku terdahulu yang disusun oleh Profesor Stephen P. Timoshenko (1878–1972), yang menggunakan judul *Strength of Materials*. Timoshenko adalah perintis yang paling dihormati dalam bidang mekanika terapan. Melalui penelitian dan bukunya, ia merevolusi cara pengajaran mekanika, bukan hanya di Amerika Serikat melainkan juga di seluruh dunia. (Pembaca dapat menemukan biografi ringkas dari Timoshenko di dalam rujukan pertama di bagian belakang buku ini.)

Penulis menyadari bahwa untuk menyampaikan penghargaan kepada semua orang yang berkontribusi dalam penyusunan buku ini adalah sesuatu yang tidak mungkin. Penulis hanya bisa menyampaikan penghargaan kepada mantan dosen Stanford penulis, termasuk raksasa-raksasa mekanika, Wilhelm Flügge, James Norman Goodier, Miklós Hetényi, Nicholas J. Hoff, dan Donovan H. Young. Penulis juga menghargai kolega Stanford—khususnya Tom Kane, Anne Kiremidjian, Helmut Krawinkler, Kincho Law, Peter Pinsky, Haresh Shah, Sheri Sheppard, Allison Smith, dan almarhum Bill Weaver—yang telah membahas filosofi pendidikan dan mekanika dengan penulis pada banyak kesempatan. Selain itu, banyak

komentar dan ide yang berguna yang disumbangkan oleh Thalia Anagnos dari San Jose State University, John Burgess dari University of Hawaii, dan Aron Zaslavsky dari Technion.

Penelaah berikut ini telah membaca keseluruhan Edisi Keempat dalam bentuk konsep dan telah memberikan baik komentar umum maupun khusus untuk perubahan dan perbaikan. Saran-saran mereka terbukti sangat berguna, dan penulis sangat menghargai telaahan dan ketelitian mereka. Terima kasih penulis sampaikan kepada: Majid R. Chitsaz dari Pennsylvania State University; Robert D. Cook dari University of Wisconsin-Madison; Janak Dave dari University of Cincinnati; Sergey Drabkin dari Polytechnic University of New York; Raghu Echempati dari University of Mississippi; Harvey Lipkin dari Georgia Institute of Technology; Douglas Nims dari University of Toledo; Douglas B. Rigby dari Hong Kong University of Science and Technology; dan P.D. Scarlatos dari Florida Atlantic University.

Selain itu, penelaah berikut ini telah memberikan komentar terhadap Edisi Ketiga dalam telaah sebelum perbaikan. Saran-saran mereka sangat menentukan dalam pembentukan Edisi Keempat, dan penulis sangat menghargai ide-ide mereka. Terima kasih penulis sampaikan kepada: Hojjat Adeli dari Ohio State University; Keyvan Ahdut dari University of the District of Columbia; John B. Brunski dan Robert H. P. Dunn, keduanya dari Rensselaer Polytechnic Institute; Ted A. Conway dari University of Akron; Xiaomin Deng dari University of South Carolina; Arya Ebrahimpour dari Pennsylvania State University; M. Elgaaly dan Anisur Rahman, keduanya dari Drexel University; Ahmed Ibrahim dari State University of New York at Farmingdale; Norman F. Knight dan Ramamurthy Prabhakaran, keduanya dari Old Dominion University; Gladius Lewis dari University of Memphis; Zhong Ming Liang dari Purdue University; E.L. Parker dari Valley Forge Military College; Edwin Powers dari Catonsville Community College; Charles Rondeau dari Jamestown Community College; Michael Schwartz dari University of St. Thomas; Sheri Sheppard dari Stanford; R. Sierakowski dari Ohio State University; L.T.D. Topoleski dari University of Maryland at Baltimore; Morteza Torkamani dari University of Pittsburgh, dan Manoochehr Zoghi dari University of Dayton.

Penulis dibantu dalam pengolahan kata (word processing) dan persiapan naskah, pembacaan ulang oleh Duc Wong, yang telah bekerja dengan perhatian dan ketelitian penuh. Selain itu, mahasiswa pascasarjana berikut ini telah memberikan bantuan keahliannya dalam membaca ulang dan menyiapkan solusi soal: Yih-Lin Shelley Cheng, Krista Marie Donaldson, Denise M. Fennell, Janie Hsieh, Peter I. Huang, Chao-Hua (Eric) Lin, Angela Chia-Lin Teng, dan May Min-Chiao Wong.

Penyuntingan dan produksi dilaksanakan secara trampil dan efisien oleh staf PWS Publishing Company, termasuk Jonathan Plant, Mary Thomas Stone, dan Helen M. Walden. Penulis secara khusus berterima kasih pada Mary Thomas Stone, yang merupakan penyunting untuk buku ini dan memberikan komentar, pandangan, dan bantuan yang jauh melebihi yang penulis duga. Senang bekerja sama dan bersahabat yang ditunjukkan oleh semuanya di PWS menjadikan pekerjaan ini suatu kebahagiaan.

Akhirnya, penulis sangat menghargai kesabaran dan dorongan yang diberikan oleh keluarga penulis, khususnya istri penulis, Janice, di seluruh proyek ini.

Kepada masing-masing orang baik ini, penulis dengan gembira menyampaikan penghargaan yang setinggi-tingginya.

James M. Gere

■ Alat Bantu Tambahan

Edisi Keempat menyertakan juga disket 3.5" yang mengandung program komputer yang berguna dan mudah—Mathcad™ Engine 5.0 for Windows—dan sekumpulan lembar kerja untuk memecahkan soal-soal mekanika bahan. Lembar kerja tersebut diperiksa silang terhadap contoh-contoh dan soal-soal teks yang sesuai dengan ikon bergambar disket. Ikon ini menunjukkan jenis soal atau contoh yang sesuai dengan lembar kerja tersebut. Semua soal dan contoh di dalam teks dimaksudkan untuk dipecahkan sesuai pilihan dosen dan mahasiswa dan *tidak* didesain untuk perangkat hitung tertentu.

Juga tersedia paket baru yang unik berupa buku kerja dan CD-ROM, *Visual Mechanics*. Dikembangkan di University of Washington oleh Gregory R. Miller dan Stephen C. Cooper, paket ini terdiri atas CD-ROM dengan dua program (disebut *Dr. Beam* dan *Dr. Stress*), dan sebuah buku pegangan dengan lembar kerja, latihan, dan contoh-contoh, yang terpusat pada lentur balok dan analisis kondisi tegangan. Perangkat lunak dan bahan instruksional pendukungnya memberikan mahasiswa laboratorium virtual yang mudah dipakai untuk memvisualisasikan perilaku balok, memahami model matematika, dan mengeksplorasi teori mekanika bahan dan metode desain.

Kedua alat bantu yang didasarkan atas perangkat lunak ini ditujukan sebagai pelengkap; buku teks ini dapat digunakan dengan efektif secara tersendiri.

Instructor's Solution Manual dengan solusi lengkap untuk semua soal tersedia untuk pengguna buku ini.

PWS Publishing Company



SIMBOL

A	Luas/area/daerah
A_f	Luas sayap (<i>flens</i>)
A_w	Luas badan (<i>web</i>)
a, b, c	Dimensi (ukuran), jarak
C	Pusat berat (<i>centroid</i>), konstanta integral, gaya tekan
c	Jarak dari sumbu netral ke permukaan luar balok
D	Diameter
d	Diameter, dimensi, ukuran jarak (<i>distance</i>)
E	Modulus elastisitas
E_r	Modulus elastisitas reduksi
E_t	Modulus elastisitas tangensial
e	Eksentrisitas, dimensi (ukuran), jarak, perubahan volume satuan (dilatasi)
F	Gaya
f	Aliran geser, faktor bentuk untuk lentur plastis, fleksibilitas, frekuensi (Hz)
f_T	Fleksibilitas torsional batang
G	Modulus elastisitas dalam kondisi geser
g	Percepatan gravitasi
H	Tinggi, jarak, gaya, reaksi, tenaga kuda
h	Tinggi, dimensi (ukuran)
I	Momen inersia (atau momen kedua) dari sebuah luas bidang
I_x, I_y, I_z	Momen inersia terhadap sumbu x , y , dan z
I_{x_1}, I_{y_1}	Momen inersia terhadap sumbu x_1 dan y_1 (sumbu diputar)
I_{xy}	Perkalian (produk) inersia terhadap sumbu xy
$I_{x_1y_1}$	Perkalian (produk) inersia terhadap sumbu x_1y_1 (sumbu diputar)
I_p	Momen inersia polar
I_1, I_2	Momen inersia utama
J	Konstanta torsi
K	Faktor konsentrasi tegangan, modulus elastisitas padat (<i>bulk</i>), faktor panjang efektif untuk sebuah kolom

k	Konstanta pegas, kekakuan, simbol untuk \sqrt{PIEI}
k_T	Kekakuan torsional sebuah batang
L	Panjang jarak
L_e	Panjang efektif sebuah kolom
L_n	Logaritma natural (basis e)
Log	Logaritma umum (basis 10)
M	Momen lentur, kopel, massa
M_p	Momen plastis untuk sebuah balok
M_y	Momen luluh untuk sebuah balok
M	Momen per satuan panjang, massa per satuan panjang
N	Gaya aksial
n	faktor keamanan, bilangan bulat, putaran per menit (rpm)
O	Pusat koordinat
O'	Pusat kelengkungan
P	Gaya, beban terpusat, daya
P_{izin}	Beban izin (atau kerja izin)
P_{cr}	Beban kritis untuk sebuah kolom
P_p	Beban plastis untuk sebuah struktur
P_r	Beban modulus-reduksi untuk sebuah kolom
P_t	Beban modulus tangensial untuk sebuah kolom
P_y	Beban luluh untuk sebuah struktur
P	Tekanan (gaya per satuan luas)
Q	Gaya beban terpusat, momen pertama sebuah bidang
q	Intensitas beban terdistribusi (gaya per satuan jarak)
R	Reaksi; jari-jari (radius)
r	Jari-jari (radius), jari-jari girasi (<i>gyration</i>) \sqrt{PIEI}
S	Modulus potongan penampang sebuah balok, pusat geser
s	Jarak, jarak di sepanjang sebuah garis lengkung
T	Gaya tarik; momen puntir atau momen putar (<i>torque</i>), temperatur
T_p	Momen putar (<i>torque</i>) plastis
T_y	Momen putar (<i>torque</i>) luluh
t	Tebal; waktu; intensitas torque
T_f	Tebal sayap (<i>flens</i>)
T_w	Tebal badan (<i>web</i>)
U	Energi regangan
u	Densitas energi regangan (energi regangan per satuan volume)
U_r	Modulus resistansi
U_t	Modulus ketangguhan
V	Gaya geser; volume
v	defleksi sebuah balok; kecepatan
$v', v'', \text{dst.}$	$dv/dx, d^2v/dx^2, \text{dst.}$
W	Gaya; berat; usaha (kerja)
w	Beban per luas satuan (gaya per satuan luas)
x, y, z	Sumbu persegi panjang
x_c, y_c, z_c	Sumbu persegi panjang
x, y, z	Koordinat pusat berat
Z	Modulus plastis penampang sebuah balok

α	Sudut, koefisien ekspansi panas, rasio nondimensional
β	Sudut, rasio nondimensional, konstanta pegas, kekakuan
β_R	Kekakuan putar sebuah pegas
g	Regangan geser, densitas/rapat berat (berat per satuan volume)
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	Regangan geser pada bidang $xy, yz,$ dan zx
$\gamma_{x_1y_1}$	Regangan geser terhadap sumbu x_1y_1 (sumbu diputar)
γ_θ	Regangan geser untuk sumbu miring
δ, Δ	Defleksi, pelepasan, perpanjangan sebuah batang atau pegas
ΔT	Beda temperatur
δ_p	Pelepasan statis
δ_y	Pelepasan luluh
ϵ	Regangan normal
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	Regangan geser dalam arah $x, y,$ dan z
ϵ_θ	Regangan normal untuk sumbu miring
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	Regangan normal utama
ϵ'	Regangan lateral
ϵ_r	Regangan luluh
θ	Sudut-sudut rotasi sumbu balok, laju puntiran sebuah batang dalam keadaan torsi (sudut puntir per satuan panjang)
ϵ_p	Sudut terhadap sebuah bidang utama atau terhadap sebuah sumbu utama
ϵ_s	Sudut terhadap sebuah bidang tegangan geser maksimum
κ	Kelengkungan ($\kappa = 1/\rho$)
λ	Jarak
ν	Rasio poisson
ρ	Jari-jari radius kelengkungan, jarak radial dalam koordinat polar, massa jenis (massa per satuan volume)
σ	Tegangan normal
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Tegangan normal pada bidang yang tegak lurus terhadap sumbu $x, y,$ dan z
$\sigma_{x_1}, \sigma_{y_1}$	Tegangan normal pada bidang yang tegak lurus terhadap sumbu x_1y_1 (sumbu diputar)
σ_θ	Tegangan normal pada bidang miring
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Tegangan normal utama
σ_{izin}	Tegangan sisi (atau tegangan kerja)
σ_{cr}	Tegangan kritis untuk sebuah kolom ($\sigma_{cr} = P_{cr}/A$)
σ_{pl}	Tegangan limit-proposal
σ_r	Tegangan sisa (<i>residual</i>)
σ_T	Tegangan termal
σ_u	Tegangan ultimate
σ_y	Tegangan luluh
τ	Tegangan geser
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$	Tegangan geser pada bidang yang tegak lurus terhadap sumbu $x, y, z,$ dan bekerja sejajar sumbu $y, z,$ dan x
$\tau_{x_1y_1}$	Tegangan geser pada sebuah bidang yang tegak lurus terhadap sumbu x_1 dan yang bekerja sejajar sumbu y_1 (sumbu diputar)
τ_θ	Tegangan geser pada sebuah bidang miring
τ_{izin}	Tegangan izin (atau tegangan kerja) pada kondisi geser

τ_u	tegangan ultimate pada kondisi geser
τ_y	tegangan luluh pada kondisi geser
ϕ	sudut, sudut puntir sebuah batang pada kondisi torsi
Ψ	sudut, sudut rotasi
ω	kecepatan sudut (<i>angular</i>), frekuensi sudut (<i>angular</i>) ($\omega = 2\pi f$)

* Tanda asteriks dicantumkan pada nomor subbab untuk menandai bahwa subbab tersebut membahas suatu topik lanjut. Soal-soal yang sangat sulit, yang rumit pemecahannya, bisa saja ditandai dengan lebih dari satu tanda asteriks ini.

■ Huruf Yunani

A	α	Alpha	N	ν	Nu
B	β	Beta	Ξ	ξ	Xi
Γ	γ	Gamma	O	o	Omicron
Δ	δ	Delta	Π	π	Pi
E	ε	Epsilon	P	ρ	Rho
Z	ζ	Zeta	Σ	σ	Sigma
H	η	Eta	T	τ	Tau
Θ	θ	Theta	Y	υ	Upsilon
I	ι	Iota	Φ	ϕ	Phi
K	κ	Kappa	X	χ	Chi
Λ	λ	Lambda	Ψ	ψ	Psi
M	μ	Mu	Ω	ω	Omega

ANALISIS TEGANGAN DAN REGANGAN

7.1

PENDAHULUAN

Tegangan normal dan geser di balok poros dan batang dapat dihitung dari rumus-rumus dasar yang telah dibahas dalam bab-bab sebelum ini. Sebagai contoh, tegangan di balok dinyatakan dengan rumus lentur dan geser ($\sigma = My/I$ dan $\tau = VQ/Ib$), dan tegangan di batang yang mengalami torsi dinyatakan dengan rumus torsi ($\tau = T\rho/I_p$). Namun, tegangan yang dihitung dari rumus-rumus ini bekerja di penampang (potongan melintang) suatu elemen struktur, dan kadang-kadang tegangan yang lebih besar terjadi di potongan miring. Dengan demikian, kita akan mulai analisis tegangan dan regangan dengan membahas metode-metode untuk mencari tegangan normal dan geser yang bekerja di potongan miring suatu elemen struktur.

Kita telah menurunkan rumus untuk tegangan normal dan geser yang bekerja di potongan miring baik untuk tegangan uniaksial maupun geser murni (lihat Subbab 2.6 dan 3.5). Dalam hal tegangan uniaksial, kita telah mendapatkan bahwa tegangan geser maksimum terjadi di bidang yang miring 45° terhadap sumbunya, sedangkan tegangan normal maksimum terjadi di potongan melintang. Dalam hal geser murni, kita telah mendapatkan bahwa tegangan tekan dan tarik maksimum terjadi di bidang 45° . Dengan cara analogi, tegangan di potongan miring suatu balok dapat lebih besar daripada tegangan yang bekerja di potongan melintang. Untuk menghitung tegangan tersebut, kita perlu menentukan tegangan yang bekerja di bidang miring yang lebih umum dikenal dengan *tegangan bidang* (Subbab 7.2).

Di dalam pembahasan kita mengenai tegangan bidang, kita akan menggunakan *elemen tegangan* untuk merepresentasikan keadaan tegangan di suatu titik di dalam benda. Elemen tegangan telah dibahas pada konteks khusus (lihat Subbab 2.6 dan 3.5), tetapi sekarang kita akan menggunakannya secara lebih formal. Kita akan mulai analisis kita dengan meninjau suatu elemen yang padanya diketahui ada tegangan, dan selanjutnya kita akan menurunkan *hubungan transformasi* yang memberikan tegangan yang bekerja di sisi-sisi suatu elemen yang berorientasi dalam arah yang berbeda.

Di dalam meninjau elemen tegangan, kita harus selalu mengingat bahwa hanya satu *keadaan tegangan* yang ada di suatu titik di benda yang mengalami tegangan, tidak peduli bagaimana orientasi elemen yang digunakan untuk menggambarkan keadaan tegangan tersebut. Apabila kita

mempunyai dua elemen dengan orientasi yang berbeda di titik yang sama di suatu benda, maka tegangan yang bekerja di permukaan kedua elemen akan berbeda, tetapi ini masih merepresentasikan keadaan tegangan yang sama, yaitu tegangan di titik yang sedang ditinjau. Situasi ini analog dengan representasi suatu vektor gaya dengan komponen-komponennya – meskipun komponen-komponennya berbeda apabila sumbu koordinatnya dirotasikan ke posisi yang baru, gaya itu sendiri tetap sama.

Selain itu, kita harus selalu ingat bahwa tegangan bukanlah vektor. Fakta ini kadang-kadang dapat membingungkan, karena kita biasanya merepresentasikan tegangan dengan panah, sebagaimana pada vektor gaya. Meskipun panah digunakan untuk merepresentasikan tegangan yang mempunyai besar dan arah, ini bukanlah vektor karena tidak dapat dijumlahkan mengikuti aturan jajaran genjang. Sebenarnya, tegangan lebih merupakan besaran yang rumit dibandingkan vektor, dan dalam matematika disebut *tensor*. Besaran tensor lainnya di dalam mekanika adalah regangan dan momen inersia.

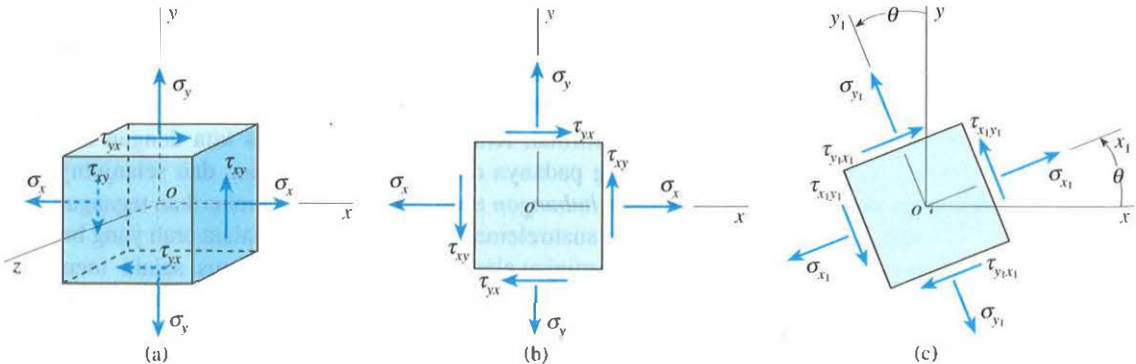
7.2

TEGANGAN BIDANG

Kondisi tegangan yang kita jumpai dalam bab-bab sebelum ini dalam menganalisis batang yang mengalami tarik, tekan, atau torsi, serta di balok yang mengalami lentur adalah contoh-contoh keadaan tegangan yang disebut **tegangan bidang**. Untuk menjelaskan tegangan bidang, kita akan meninjau elemen tegangan yang terlihat dalam Gambar 4-1a. Elemen ini berukuran sangat kecil dan dapat digambarkan sebagai sebuah kubus atau sebagai *parallelepiped* persegi panjang. Sumbu xyz sejajar dengan tepi-tepi elemen, dan muka-muka elemen didesain dengan arah normal ke luarnya, sebagaimana telah diterangkan dalam Subbab 1.6. Sebagai contoh, muka elemen sebelah kanan disebut sebagai muka x positif, dan muka sebelah kiri (tak terlihat) disebut sebagai muka x negatif. Dengan cara yang sama, muka atas adalah muka y positif, dan muka depan adalah muka z positif.

Apabila bahannya berada dalam keadaan tegangan bidang dalam bidang xy , maka hanya muka x dan y dari elemen yang mengalami tegangan, dan semua tegangan bekerja sejajar sumbu x dan y , seperti terlihat dalam Gambar 7-1a. Kondisi tegangan ini sangat biasa karena ini terjadi di permukaan benda yang bertegangan, kecuali di titik di mana beban bekerja di permukaan tersebut. Apabila elemen yang terlihat dalam Gambar 7-1a terletak di muka bebas suatu benda, maka muka z ada dalam bidang

Gambar 7-1 Elemen yang berada dalam keadaan tegangan bidang: (a) tinjauan tiga dimensi suatu elemen yang berorientasi pada sumbu-sumbu xyz , (b) tinjauan dua dimensi elemen yang sama, dan (c) tinjauan dua dimensi elemen yang berorientasi pada sumbu $x_1y_1z_1$



permukaan tersebut (tidak bertegangan), dan sumbu z adalah normal permukaan tersebut.

Simbol-simbol untuk tegangan yang terlihat dalam Gambar 7-1a mempunyai arti sebagai berikut. **Tegangan normal** σ mempunyai subskrip yang menunjukkan muka di mana tegangan bekerja; sebagai contoh, tegangan σ_x bekerja di muka x dari elemen dan tegangan σ_y bekerja di muka y dari elemen. Karena elemen ini berukuran sangat kecil, maka tegangan normal yang sama bekerja di muka yang berlawanan. *Perjanjian tanda* untuk tegangan normal adalah yang sudah kita kenal, yaitu tarik adalah positif dan tekan adalah negatif.

Tegangan geser τ mempunyai dua subskrip. Subskrip pertama menunjukkan muka di mana tegangan bekerja, dan yang kedua menunjukkan arah di muka tersebut. Jadi, tegangan τ_{xy} bekerja di muka x dalam arah sumbu y (Gambar 7-1a), dan tegangan τ_{yx} bekerja di muka y dalam arah sumbu x .

Perjanjian tanda untuk tegangan geser adalah sebagai berikut. Tegangan geser adalah positif jika bekerja pada muka positif suatu elemen dalam arah positif suatu sumbu, dan bertanda negatif jika bekerja di muka positif suatu elemen dalam arah negatif suatu sumbu. Dengan demikian, tegangan τ_{xy} dan τ_{yx} yang terlihat di muka x dan y positif dalam Gambar 7-1a adalah tegangan geser positif. Dengan cara yang sama, di muka negatif elemen, tegangan geser adalah positif jika bekerja di arah negatif suatu sumbu. Dengan demikian, tegangan τ_{xy} dan τ_{yx} yang ditunjukkan dalam muka x dan y suatu elemen juga positif.

Jadi perjanjian tanda untuk tegangan geser mudah untuk diingat jika kita menyatakannya sebagai berikut: Suatu tegangan geser adalah positif jika arah yang berkaitan dengan subskrip adalah positif-positif atau negatif-negatif; tegangan adalah negatif jika arah-arahnya positif-negatif atau negatif-positif.

Perjanjian tanda di atas untuk tegangan geser konsisten dengan kesetimbangan elemen, karena kita mengetahui bahwa tegangan geser di muka-muka yang berlawanan dari elemen yang sangat kecil harus sama besar dan berlawanan arah. Dengan demikian, menurut perjanjian tanda, tegangan positif τ_{xy} bekerja ke atas di muka positif (Gambar 7-1a) dan ke bawah di muka negatif. Dengan cara yang sama, tegangan τ_{yx} yang bekerja di muka atas dan bawah dari suatu elemen adalah positif meskipun mempunyai arah yang berlawanan.

Kita juga mengetahui bahwa tegangan geser di bidang-bidang yang saling tegak lurus adalah sama besar dan mempunyai arah sedemikian rupa sehingga keduanya saling mendekati, atau keduanya saling menjauhi, garis-garis perpotongan kedua muka. Apabila tegangan τ_{xy} dan τ_{yx} adalah positif dalam arah seperti terlihat dalam gambar tersebut, keduanya konsisten dengan pengamatan ini. Dengan demikian, kita catat bahwa

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad (7-1)$$

Hubungan ini telah diturunkan sebelumnya dari kesetimbangan elemen (lihat Subbab 1.6).

Untuk memudahkan penggambaran elemen tegangan bidang, biasanya kita menggambar hanya tinjauan dua dimensi dari elemen, seperti terlihat dalam Gambar 7-1b. Meskipun gambar seperti ini sudah memadai untuk menunjukkan semua tegangan yang bekerja di elemen, kita perlu mengingat

bahwa elemen tersebut adalah benda padat dengan suatu tebal yang tegak lurus bidang gambar.

Tegangan di Potongan Miring

Sekarang kita telah siap untuk meninjau tegangan-tegangan yang bekerja di potongan miring, dengan mengasumsikan bahwa tegangan-tegangan σ_x , σ_y , dan τ_{xy} (Gambar 7-1a dan b) diketahui. Untuk menggambarkan tegangan-tegangan yang bekerja di potongan miring, kita meninjau elemen tegangan baru (Gambar 7-1c) yang terletak di titik yang sama di bahan tersebut seperti di elemen semula (Gambar 7-1b). Namun, elemen baru ini mempunyai muka yang sejajar dan tegak lurus arah miring. Berkaitan dengan elemen baru ini adalah sumbu-sumbu x_1 , y_1 , dan z_1 sedemikian hingga sumbu z_1 berimpit dengan sumbu z dan sumbu x_1y_1 diputar berlawanan jarum jam melalui sudut θ terhadap sumbu-sumbu xy . Tegangan normal dan geser yang bekerja di elemen baru ini diberi notasi σ_{x_1} , σ_{y_1} , $\tau_{x_1y_1}$, dan $\tau_{y_1x_1}$, dengan menggunakan notasi subskrip sama dan perjanjian tanda sebagaimana diuraikan di atas untuk tegangan-tegangan yang bekerja di elemen xy . Kesimpulan sebelumnya mengenai tegangan geser tetap berlaku sehingga

$$\tau_{x_1y_1} = \tau_{y_1x_1} \tag{7-2}$$

Dari persamaan ini dan kesetimbangan elemen tersebut, kita lihat bahwa *tegangan geser yang bekerja di empat sisi suatu elemen yang mengalami tegangan bidang diketahui jika kita menentukan tegangan geser yang bekerja di salah satu muka tersebut.*

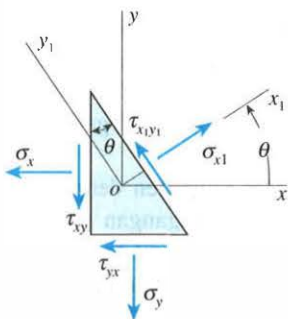
Tegangan yang bekerja di elemen miring x_1y_1 (Gambar 7-1c) dapat dinyatakan dalam tegangan di elemen xy (Gambar 7-1b) dengan menggunakan persamaan kesetimbangan. Untuk itu, kita pilih potongan elemen tegangan dengan bentuk seperti terlihat dalam Gambar 7-2a yang mempunyai muka miring yang sama dengan muka x_1 dari elemen miring. Dua muka lainnya dari potongan ini sejajar dengan sumbu-sumbu x dan y .

Untuk menulis persamaan kesetimbangan potongan elemen tersebut, kita perlu membuat diagram benda bebas yang menunjukkan gaya-gaya yang bekerja di semua muka. Luas muka kiri (yaitu muka x negatif) kita beri notasi A_0 . Selanjutnya, gaya-gaya normal dan geser yang bekerja di muka tersebut adalah $\sigma_x A_0$ dan $\tau_{xy} A_0$ seperti terlihat dalam diagram benda bebas dalam Gambar 7-2b. Luas muka bawah (atau muka y negatif) adalah $A_0 \tan \theta$, dan luas muka miring (atau muka x_1 positif) adalah $A_0 \sec \theta$. Jadi, gaya normal dan geser yang bekerja di muka-muka tersebut mempunyai besar dan arah sebagaimana terlihat dalam gambar tersebut.

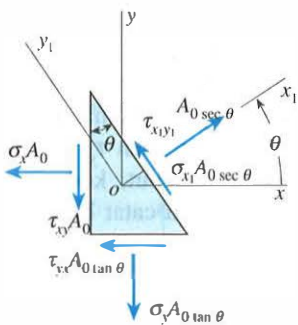
Gaya-gaya yang bekerja di muka kiri dan bawah dapat diuraikan menjadi *komponen-komponen ortogonal* yang bekerja dalam arah x_1 dan y_1 . Selanjutnya, kita dapat memperoleh dua persamaan keseimbangan dengan menjumlahkan gaya-gaya dalam arah-arah tersebut. Persamaan pertama, diperoleh dengan menjumlahkan gaya-gaya dalam arah x_1 , yaitu

$$\begin{aligned} \sigma_{x_1} A_0 \sec \theta - \sigma_x A_0 \cos \theta - \tau_{xy} A_0 \sin \theta \\ - \sigma_y A_0 \tan \theta \sin \theta - \tau_{xy} A_0 \tan \theta \cos \theta = 0 \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama, perjumlahan gaya-gaya dalam arah y_1 menghasilkan



(a) Tegangan-tegangan .



(b) Gaya-gaya

Gambar 7-2 Elemen tegangan dalam keadaan tegangan bidang: (a) tegangan-tegangan yang bekerja di elemen, dan (b) gaya-gaya yang bekerja di elemen tersebut

$$\begin{aligned} \tau_{x_1y_1} A_0 \sec \theta + \sigma_x A_0 \sin \theta - \tau_{xy} A_0 \cos \theta \\ - \sigma_y A_0 \tan \theta \cos \theta + \tau_{yx} A_0 \tan \theta \sin \theta = 0 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan hubungan $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, dan juga dengan menyederhanakan dan menyusun ulang, maka kita dapat memperoleh dua persamaan berikut:

$$\sigma_{x_1} = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (7-3a)$$

$$\tau_{x_1y_1} = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (7-3b)$$

Persamaan (7-3a) dan (7-3b) memberikan tegangan normal dan geser yang bekerja di bidang x_1 yang dinyatakan dalam sudut θ dan tegangan-tegangan σ_x , σ_y , dan τ_{xy} yang bekerja di bidang-bidang x dan y .

Untuk kasus khusus dengan $\theta = 0$, kita perhatikan bahwa Persamaan (7-3a) dan (7-3b) menghasilkan $\sigma_{x_1} = \sigma_x$ dan $\tau_{x_1y_1} = \tau_{xy}$, sebagaimana diharapkan. Juga, jika $\theta = 90^\circ$, persamaan-persamaan tersebut memberikan $\sigma_{x_1} = \sigma_y$, dan $\tau_{x_1y_1} = -\tau_{xy} = -\tau_{yx}$. Dalam kasus yang terakhir ini, karena sumbu x_1 adalah vertikal jika $\theta = 90^\circ$, maka tegangan $\tau_{x_1y_1}$ akan positif jika bekerja ke kiri. Namun, tegangan τ_{yx} bekerja ke kanan, sehingga $\tau_{x_1y_1} = -\tau_{yx}$.

Persamaan (7-3a) dan (7-3b) dapat dinyatakan dalam bentuk yang lebih memudahkan dengan menggunakan *identitas trigonometri* (lihat Lampiran C):

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta) \quad \sin^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$$

$$\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

Jika substitusi ini dilakukan, maka persamaan-persamaan di atas menjadi

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (7-4a)$$

$$\tau_{x_1y_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (7-4b)$$

Persamaan-persamaan ini dikenal sebagai **persamaan transformasi untuk tegangan bidang** karena persamaan-persamaan tersebut mentransformasikan komponen tegangan dari satu sistem sumbu ke sistem sumbu lainnya. Namun, sebagaimana telah disebutkan sebelum ini, keadaan tegangan di titik yang sedang ditinjau adalah sama, apakah dinyatakan dengan tegangan yang bekerja di elemen xy (Gambar 7-1b) ataukah dengan tegangan yang bekerja di elemen miring x_1y_1 (Gambar 7-1c).

Karena persamaan transformasi diturunkan hanya dari tinjauan keseimbangan suatu elemen, maka persamaan ini dapat diterapkan untuk tegangan di bahan apa pun, apakah itu linier atau nonlinier, apakah itu elastis atau inelastis.

Suatu pengamatan penting mengenai tegangan normal dapat diperoleh dari persamaan transformasi. Mula-mula, kita perhatikan bahwa tegangan normal σ_{y_1} yang bekerja di muka y_1 dari elemen miring (Gambar 7-1c) dapat diperoleh dari Persamaan (7-4a) dengan memasukkan $\theta + 90^\circ$ untuk θ . Hasilnya adalah persamaan berikut untuk σ_{y_1} :

$$\sigma_{y_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (7-5)$$