

Paradoks Kembar dalam Teori Relativitas Khusus

Abstrak

Tidak simetrisnya pengalaman pada Paradoks Kembar yang terkenal dalam Teori Relativitas Khusus dibahas, dan analisisnya dikaitkan dengan perhitungan sederhana. Akan ditunjukkan bahwa tidak simetrisnya itu terjadi karena peristiwa yang ditinjau adalah tidak simetris, yaitu peristiwa tibanya saudara kembar di planet jauh, dilihat baik oleh dirinya maupun oleh saudara kembar lainnya yang tetap tinggal di bumi.

Abstract

The asymmetrical experience described in the famous Twin Paradox of the Special Theory of Relativity is discussed, and the analysis is supported by simple calculations. It will be shown that the asymmetry is caused by the asymmetry of the event considered, i.e. the event of arriving at the distant planet, observed both by the travelling and the home-staying twin.

I. Pengantar

Tulisan ini timbul ketika mempersiapkan kuliah Fisika Modern. Suatu masalah yang timbul dalam kuliah sebelumnya, yaitu masalah paradoks si kembar dalam Teori Relativitas Khusus, dirasakan belum tuntas, sehingga sempat membingungkan. Hasil analisis sederhana yang dapat dilakukan, dirasakan dapat berguna bagi pembaca INTEGRAL.

Dengan bermodal pada buku teks Krane (1992) yang terus masih kurang jernih pembahasannya, paradoks ini lalu ditelaah dari beberapa segi, yaitu dari segi Kaspar (saudara kembar yang tinggal di bumi), lalu dari segi Amelia (saudara kembar yang pergi dengan laju $0,6 c$ ke planet yang terletak 12 tahun cahaya dari bumi). Rumus yang dipakai adalah rumus Doppler relativistik, rumus kontraksi jarak, serta rumus

dilasi waktu (menurut Webster (1972), *dilation* dan *dilatation* bermakna sama). Analisis ini akan disertai gambar untuk lebih memvisualkan hasil perhitungan

II. Paradoks Kembar

Paradoks ini dapat digambarkan sebagai berikut. Sepasang saudara kembar, Kaspar dan Amelia, bersepakat untuk sejenak berpisah dalam rangka menguji Teori Relativitas Khusus. Kaspar akan tinggal di bumi, sedangkan Amelia akan naik pesawat angkasa menuju planet yang berjarak 12 tahun cahaya dari bumi. Dua belas tahun cahaya adalah jarak yang akan ditempuh cahaya dalam vakum selama 12 tahun. Syarat yang harus dipenuhi pesawat angkasa Amelia adalah, bahwa lajunya perlu amat besar, misalnya $0,6$ kali laju rambat cahaya dalam

vakum; kita akan menyebutnya sebagai $0,6 c$. Kalau syarat ini tidak terpenuhi, gejala Relativitas Khusus tidak akan tampak (tak akan terukur karena terlalu kecil).

Analisis menurut Kaspar akan menghasilkan bahwa laju jam yang dibawa Amelia akan tampak berjalan lebih lambat, sehingga usia Amelia pun akan tampak bagi Kaspar bertambah dengan lamban. Maka kesimpulan Kaspar adalah bahwa setiba kembali Amelia ke bumi, usia Amelia akan lebih muda daripada usia dirinya.

Paradoksnya adalah, bahwa tampaknya dapat diambil sudut pandang Amelia juga, yang lalu tampaknya dapat mengatakan bahwa bukan dirinya, melainkan Kaspar beserta bumi akan meninggalkan diri Amelia. Konsekuensi sudut pandang ini adalah, bahwa Amelia juga akan berkesimpulan bahwa Kasparlah akan berusia lebih muda daripada dirinya, ketika Kaspar beserta bumi "telah kembali ke posisi Amelia". Jadi Teori Relativitas Khusus yang menyatakan bahwa semua sudut pandang yang berkecepatan konstan akan setara, tampaknya telah menghasilkan kemustahilan, yaitu bahwa Kaspar maupun Amelia sama-sama merasa lebih tua. Hal ini bertentangan dengan akal sehat; pastilah hanya salah satu akan lebih tua ketika berjumpa.

Jika suatu teori menghasilkan kemustahilan, dikatakan teori itu menghasilkan suatu paradoks. Jika paradoks ini tidak dapat dijelaskan secara rasional oleh teori itu, maka teori itu harus gugur. Jika teori itu dapat menunjukkan bahwa kemustahilan itu terjadi karena salah pikir, salah analisis, maka "kemustahilan" itu akan disebut suatu paradoks. Jadi "paradoks" bermakna bahwa telah terjadi salah-pikir atau salah-menerapkan pada suatu masalah; bukan teorinya yang salah.

Salah-pikirnya adalah, bahwa pada uraian di atas telah dianggap bahwa pengalaman Amelia dan Kaspar adalah identik. Hal ini keliru. Amelia yang akan naik pesawat, lalu pesawat itu akan mempercepat dirinya menjadi berlaju $0,6 c$; jadi laju Amelia ketika itu tidaklah tetap. Jadi Amelia tidak dapat lagi mengandalkan Teori Relativitas Khusus secara penuh. Juga, ketika tiba di planet tersebut, Amelia yang mengalami bahwa pesawatnya memperlambat diri, sampai kecepatannya berbalik mengarah ke

bumi lagi. Maka analisis Amelia di atas tidak dapat diandalkan; maka Amelia yang akan teramat lebih muda daripada Kaspar ketika mereka berjumpa kembali di bumi. Inilah solusi paradoks kembar itu.

Sekarang uraian di atas akan dikuantifikasi berdasarkan Teori Relativitas Khusus. Kita akan mengandaikan bahwa kekuatan pesawat Amelia cukup hebat, sehingga percepatan maupun perlambatannya hanya menghabiskan waktu yang relatif singkat menurut Kaspar, dibandingkan dengan waktu perjalanan totalnya. Maka jangka waktu tersebut akan kita abaikan.

III. Sudut pandang Kaspar

Kaspar tahu bahwa Amelia berlaju $0,6 c$. Maka jarak ke planet sejauh 12 tahun cahaya (menurut Kaspar), akan ditempuh Amelia dalam $(12 \times c)/(0,6 c) = 20$ tahun. Maka Amelia akan tiba kembali di bumi setelah $2 \times 20 = 40$ tahun, menurut Kaspar.

Selain itu Kaspar akan sadar, bahwa walaupun Amelia telah tiba di planet tersebut setelah 20 tahun, peristiwa tibanya itu baru akan dilihatnya 12 tahun kemudian, karena cahaya peristiwa itu memerlukan 12 tahun untuk tiba di bumi. Jadi jika Kaspar terus-menerus mengikuti Amelia dengan pandangan matanya (karena amat mencintai saudaranya itu, misalnya), maka Kaspar akan mencatat bahwa baru setelah $20+12 = 32$ tahun Amelia tiba di planet itu!

Sebaliknya, Kaspar akan melihat Amelia melakukan perjalanan pulang dengan amat cepat; hanya $40-32 = 8$ tahun diperlukan Amelia untuk menempuh 12 tahun cahaya itu ketika pulang ke bumi! Hal itu dapat dipahami dengan mencatat bahwa mendekatnya Amelia dalam perjalanan pulang akan terus memperpendek jarak yang harus ditempuh cahaya ke bumi, sehingga si pesawat akan tampak mendekat dengan amat cepatnya.

Marilah kita menghitung : Anggaplah Amelia berangkat pada hari ulang tahun mereka, dan akan mengirim sinyal ke bumi pada setiap ulang tahun selanjutnya. Jadi frekuensi sinyal Amelia adalah 1/tahun. Menurut rumus dalam Krane (1992) hlm.43, $f_k = f_A \sqrt{(1-\beta)/(1+\beta)}$,

dengan $\beta = v/c = 0,6$, dan f_k serta f_A adalah frekuensi berturut-turut menurut Kaspar dan Amelia. Maka f_k terhitung adalah $1/\sqrt{(1-0,6)/(1+0,6)} = 0,5$ / tahun. Artinya Kaspar akan menerima sinyal Amelia satu kali setiap 2 tahun!

Artinya lebih lanjut, bahwa Kaspar akan menerima dalam 32 tahun selama dia melihat Amelia belum tiba di planet itu, hanya 16 sinyal. Maka Kaspar akan sepakat dengan Amelia bahwa Amelia telah bertambah usia 16 tahun (karena Kaspar menerima hanya 16 sinyal), tetapi waktu menurut Kaspar telah berlangsung sebanyak 32 tahun!

Kalau dihitung dengan rumus dilasi waktu, Kaspar akan mengatakan pula bahwa jangka waktu 1 tahun menurut Amelia, akan tampak lebih lama bagi Kaspar, yaitu selama $1/\sqrt{(1-\beta^2)} = 1,25$ tahun. Akan tetapi pada setiap akhir satu tahun itu, cahaya akan memerlukan waktu untuk mencapai bumi, bukan 1,25 tahun melainkan $1,25 +$ waktu untuk menempuh jarak menjauhnya Amelia selama setahun itu! Jarak itu adalah $1,25 \text{ tahun} \times 0,6 c = 0,75 \text{ tahun}$. Jadi jangka waktu antara dua sinyal yang dikirim Amelia adalah $1,25 \text{ tahun} + 0,75 \text{ tahun} = 2 \text{ tahun}$. Hal ini konsisten dengan perhitungan di atas!

Sebaliknya ketika Amelia sedang pulang, cahaya pada setiap akhir tahun akan menempuh jarak lebih pendek (dan waktu lebih pendek) daripada cahaya setahun (menurut Amelia!) sebelumnya; waktu itu lebih pendek $1,25 \text{ tahun} \times 0,6 c = 0,75 \text{ tahun}$. Artinya jangka waktu antara dua sinyal Amelia adalah $1,25 \text{ tahun} - 0,75 \text{ tahun} = 0,5 \text{ tahun}$! Jadi frekuensi sinyal dari Amelia, yang diterima Kaspar adalah 2 per tahun. Jadi dalam 8 tahun (lihat di atas) Kaspar akan menerima $8 \times 2 = 16$ sinyal dari Amelia. Jadi Kaspar akan sepakat bahwa Amelia akan memerlukan 16 tahun (jadi sama dengan untuk mencapai planet, menurut Amelia) untuk pulang; tetapi menurut Kaspar, waktu pulang Amelia hanya 8 tahun. Total menurut Kaspar : $32 + 8 = 40 \text{ tahun}$. Hal ini konsisten dengan di atas.

Jadi dapat kita simpulkan bahwa menurut penglihatan Kaspar, Amelia memerlukan 32 tahun untuk tiba di planet jauh itu, dan selama

itu ada 16 sinyal yang diterima Kaspar; dan Amelia memerlukan 8 tahun untuk tiba kembali di bumi, dan selama itu ada 16 sinyal pula yang diterima Kaspar. Jadi Kaspar dan Amelia akan sepakat bahwa Kaspar bertambah tua 40 tahun, sedangkan Amelia bertambah tua 32 tahun.

IV. Sudut pandang Amelia

Untuk melihat bahwa sudut pandang Amelia akan dapat konsisten pula dengan sudut pandang Kaspar, marilah kita sekarang meninjau perjalanan ini dari sudut pandang Amelia.

Amelia bergerak dengan laju $0,6 c$ terhadap bumi, jadi juga terhadap jarak bumi-planet yang telah diukur oleh penghuni bumi besarnya, yaitu 12 tahun cahaya. Karena jarak itu bergerak terhadap Amelia, jarak itu akan tampak terkontraksi menjadi $L = L_0 \sqrt{(1-\beta^2)} = 12 \sqrt{(1-(0,6)^2)} = 9,6 \text{ tahun cahaya}$. Jarak yang memendek ini akan terlintasi Amelia dalam $9,6 \text{ thn} / (0,6 c) = 16 \text{ tahun}$; ini sesuai dengan perhitungan dari sudut Kaspar.

Ketika Amelia langsung pulang ke bumi, pemendekan jarak yang sama tampak terjadi pula menurut Amelia. Maka Amelia membutuhkan pula 16 tahun untuk pulang. Jadi usia Amelia menurut dirinya sendiri telah bertambah $2 \times 16 = 32 \text{ tahun}$. Bagaimana dengan usia Kaspar, menurut Amelia?

Andaikan Kaspar pun mengirimkan sinyal pada setiap hari ulang tahunnya ke arah Amelia. Maka Amelia akan mencatat bahwa jangka waktu setahun itu tampak baginya lebih panjang akibat dilasi waktu, menjadi $1 \text{ thn} / \sqrt{(1-\beta^2)} = 1/\sqrt{(1-0,6^2)} = 1,25 \text{ tahun}$. Akan tetapi karena Amelia sedang bergerak menjauhi bumi dengan laju $0,6 c$, cahaya pada HUT berikutnya harus menempuh jarak ekstra $0,6 c \times 1,25 \text{ tahun} = 0,75 \text{ tahun cahaya}$ dengan laju c , sehingga Amelia akan menerima sinyal Kaspar setiap $(1,25 + 0,75) \text{ tahun} = 2 \text{ tahun}$ sekali. Karena Amelia memerlukan 16 tahun untuk tiba di planet, Amelia akan sempat menerima sinyal Kaspar sebanyak $16/2 = 8 \text{ buah}$. Jadi Amelia akan berpendapat bahwa Kaspar telah menua sebanyak 8 tahun.

Ketika Amelia berangkat pulang ke bumi, dengan pertimbangan serupa dia akan menerima sinyal dari Kaspar setiap $(1,25 - 0,75) = 0,5$ tahun sekali. Maka dalam 16 tahun perjalanan pulangnya, Amelia akan menerima sinyal Kaspar sebanyak $16/0,5 = 32$ kali. Jadi Amelia akan berkesimpulan bahwa selama perjalanan pulangnya ke bumi, Kaspar akan menua 32 tahun. Jadi secara total Kaspar akan menua $(8 + 32) = 40$ tahun. Maka Amelia akan sepakat dengan Kaspar bahwa Kaspar lebih tua $(40 - 32) = 8$ tahun dibandingkan dengan Amelia. Tampak bahwa hal ini konsisten dengan analisis Kaspar di atas.

Jadi dapat kita simpulkan bahwa menurut penglihatan Amelia, Kaspar menjauh selama 16 tahun, dan selama itu ada 8 sinyal dari Kaspar yang diterima Amelia; dan lalu Kaspar tampak mendekat selama 16 tahun pula, tetapi selama itu ada 32 sinyal Kaspar yang diterima Amelia. Jadi Amelia dan Kaspar akan sepakat bahwa Kaspar telah bertambah tua 40 tahun, sedangkan Amelia bertambah tua hanya 32 tahun.

Tampak bahwa sudut pandang kedua saudara kembar ini saling konsisten, baik ditinjau dari segi Kaspar, maupun dari segi Amelia.

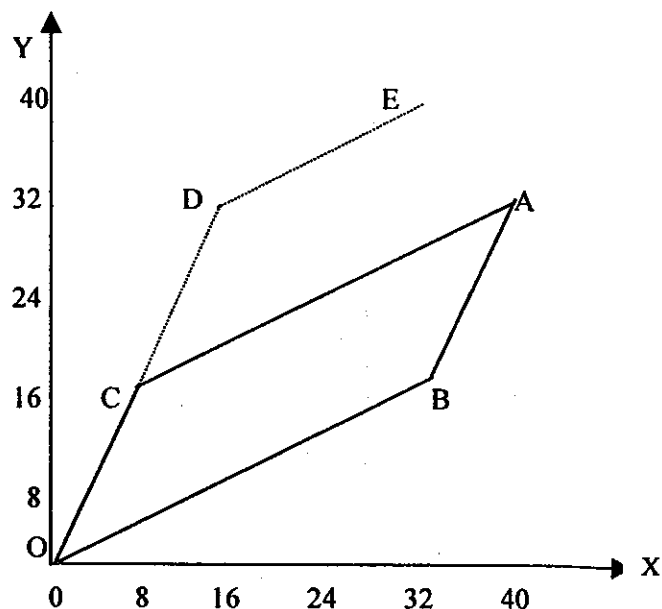
V. Visualisasi

Agar hasil perhitungan di atas dapat dilihat dengan lebih konkret, hasil itu akan digambarkan pada satu diagram. Sumber diagram adalah "waktu menurut Amelia" dan "waktu menurut Kaspar".

Enam posisi yang penting adalah :

- O (0,0) : Saat berangkat dari bumi
- A (40,32) : Saat Amelia tiba kembali ke bumi
- B (32,16) : Saat pengamatan peristiwa tibanya Amelia di planet
- C (8,16) : Perbandingan usia Kaspar menurut pengamatan Amelia, ketika Amelia tiba diplanet.
- D (16,32) : Saat (yang keliru) menurut Amelia, ketika Kaspar dan bumi "berhenti" dan berbalik menuju Amelia

E (32,40) : Saat (yang keliru) menurut Amelia ketika dia jumpa kembali dengan Kaspar dan bumi.



dengan X : waktu menurut Kaspar dan
Y : waktu menurut Amelia

Dua lintasan yang dihitung dalam naskah ini adalah

- O B A : penambahan usia Amelia menurut pengamatan Kaspar
- O C A : Pertambahan usia Kaspar menurut pengamatan Amelia

Tampak bahwa ada semacam "simetri" antara pengamatan Kaspar dan Amelia, sehingga OBACO berbentuk jajaran genjang.

Kelirunya titik D dan E : saat "berbalik" itu fiktif, karena Kaspar dan bumi diam saja, bukan telah menjauh 16 tahun lalu berbalik. Saat berbalik itu ditetapkan oleh Amelia, berdasarkan perhitungan bahwa jarak yang seharusnya ditempuh bumi adalah 12 tahun cahaya dengan laju $0,6 c$.

Jadi saat itu bukan peristiwa nyata. Malahan ketika Kaspar menurut Amelia bertambah umurnya 16 tahun, Amelia sendiri sudah bertambah umur 32 tahun. Jadi planet tujuan Amelia sudah 16 tahun dilewatinya. Tampak bahwa titik D ini tak relevan. Jadi paradoks yang kita bahas jelas hanya karena keliru berpikir.

bersambung ke hal. 39

Penutup

Telah ditunjukkan secara sederhana, bahwa Teori Relativitas Khusus menghasilkan ramalan yang konsisten, baik dari sudut pandang Kaspar, maupun dari sudut pandang Amelia. Maka "paradoks" Kembar bukanlah sungguh-sungguh paradoks, melainkan merupakan analisis yang keliru, karena mengabaikan ketidaksimetrisan situasi Kaspar dibandingkan dengan Amelia.

Tidak simetrisnya adalah : Peristiwa yang ditinjau adalah saat tibanya Amelia di planet jauh; peninjaunya : baik Kaspar maupun Amelia.

Peristiwa yang ditinjau bukanlah dua peristiwa yang simetris, yaitu tibanya Amelia di planet dan "membaliknya" Kaspar ketika Amelia berhenti dan membalik untuk pulang ke bumi. Peninjauan terakhir ini tidak sah, karena "membaliknya" Kaspar tidaklah berupa tindakan nyata oleh Kaspar, melainkan sekedar ditentukan dari jarak jauh oleh saat membaliknya Amelia.

Peristiwa yang justeru dibahas dalam Paradoks Kembar adalah :

- a. saat tibanya Amelia di planet jauh, dan sekaligus
 - b. saat "membaliknya" Kaspar;
- sambil lupa bahwa saat "membaliknya" Kaspar **bukanlah** tindakan nyata Kaspar sendiri, melainkan ditetapkan oleh saat tibanya Amelia jauh di planet itu. Maka peristiwa b) di atas tidaklah setara dengan peristiwa a); padahal Teori Relativitas Khusus justeru beracu pada peristiwa-peristiwa nyata.

Kita telah melihat dalam analisis tulisan ini, bahwa analisis yang konsisten dan taat azas

pada Teori Relativitas Khusus ternyata menghasilkan kesimpulan yang kokoh, baik dipandang dari segi Kaspar maupun dari segi Amelia.

Semoga analisis ini dapat menunjukkan bahwa Teori Relativitas Khusus tidaklah misterius. Teori ini dapat menghasilkan ramalan kuantitatif secara sederhana, yang saling konsisten.

Yang kiranya terasa aneh adalah, bahwa ramalan teori ini tidak seperti yang kita duga; agak *counter-intuitive*. Akan tetapi hal ini tidak perlu meresahkan; bukankah Teori ini membahas peristiwa yang tidak biasa kita alami sehari-hari. Tidaklah perlu mengherankan, bahwa intuisi yang terpupuk dari pengalaman sehari-hari, menjadi kurang ampuh bagi kasus yang tidak sehari-hari seperti kasus ini.

Pustaka

- [1] Krane, Kenneth (1992), *Fisika Modern*, terjemahan Hans J Wospakrik, Penerbit Universitas Indonesia, Jakarta
- [2] Webster, Noah (1972), *Webster's New Universal Unabridged Dictionary*, 2nd edition, Jean L McKechnie (Ed.), Simon & Schuster, New York

Penulis

A. Rusli adalah dosen dosen Fisika ITB dan FMIPA Unpar.