

---

# PEMODELAN TEKANAN PADA JARINGAN DISTRIBUSI AIR MINUM DENGAN MENGGUNAKAN WAVELET SHRINKAGE

Agus Sukmana

## Abstrak

*Tulisan ini membahas pemodelan data tekanan pada jaringan distribusi air minum di salah satu tempat pencatatan milik perusahaan daerah air minum kota Amsterdam. Tujuan dari penelitian adalah ingin mereduksi jumlah data menjadi jauh lebih sedikit dari data aslinya tetapi dengan kualitas aproksimasi yang tinggi dan mampu mencatat semua peristiwa lonjakan yang terjadi secara tiba-tiba. Pemodelan dilakukan dengan menggunakan transformasi wavelet yang digabung dengan proses penciutan dengan menggunakan beberapa threshold. Hasil yang diperoleh sangat memuaskan dengan 1-2 % koefisien wavelet dapat mengaproksimasi data asli sampai 99,7% dan setiap lonjakan tiba-tiba juga dapat tercatat.*

## Pendahuluan

Tulisan ini merupakan hasil penelitian yang dilakukan penulis di Perusahaan Daerah Air Minum kota Amsterdam (*Gemeentewaterleidingen Amsterdam*) awal tahun 1999, laporan lengkap dapat dibaca pada [Sukmana, A., 1999a].

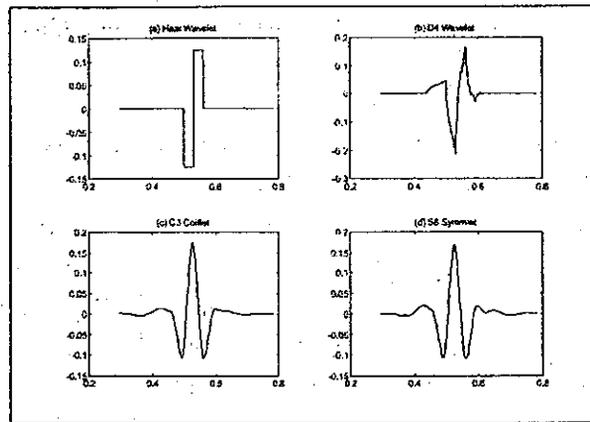
Tekanan air di pipa distribusi merupakan salah satu faktor penting yang perlu dikendalikan agar kontinuitas pendistribusian air terjamin. Ciri dari tekanan ini antara lain, berfluktuasi dari waktu ke waktu bergantung kepada seberapa banyak konsumen pada saat itu menggunakan air atau ada/tidaknya kebocoran pada jaringan distribusi saat itu. Untuk memonitor tekanan air tersebut, dibuat titik-titik pencatatan tekanan pada jaringan air minum di kota Amsterdam (jumlahnya ratusan), data hasil pencatatan dikirim setiap tiga menit melalui modem ke pusat pengendalian distribusi di kota *Leidun*. Pencatatan dilakukan setiap 3 detik terus menerus sepanjang tahun, sehingga setiap bulan pada setiap pencatat terkumpul  $20 \times 60 \times 24 \times 30 = 864.000$  data, untuk seluruh pencatat dapat dikumpulkan ratusan juta data per bulan.

Ukuran data yang demikian besar disamping memerlukan media penyimpanan yang besar, juga menyulitkan program peramalan (menggunakan kecerdasan buatan) yang dimiliki perusahaan tsb untuk “belajar”. Oleh karena itu diperlukan suatu model dengan: jumlah parameter jauh lebih sedikit dari data asli, kualitas aproksimasi tinggi, dan dapat mencatat *exceptional measurement*.

Pemodelan dilakukan dengan cara mentransformasikan data pengukuran (di domain waktu) dengan menggunakan *transformasi Wavelet* menjadi koefisien wavelet (di wavelet domain), kemudian dilakukan penyusutan jumlah koefisien dengan membuang koefisien yang dekat ke nol. Sehingga akhirnya yang disimpan adalah koefisien waveletnya saja dengan jumlah parameter jauh lebih sedikit dibandingkan data asli, yang tentu saja menghemat media penyimpanan dan mempercepat “proses pembelajaran”.

### **Transformasi Wavelet**

Ide dari transformasi wavelet adalah mengaproksimasi suatu fungsi dengan menggunakan superposisi beberapa fungsi lainnya. Tahun 1800-an *Jean Baptiste Joseph Fourier* melakukan aproksimasi dengan mensuperposisikan fungsi-fungsi sinus dan cosinus, kemudian metoda ini dikenal dengan transformasi Fourier. Jean Morlet (ahli geofisika Perancis) memodelkan perambatan gelombang suara kedalam bumi tidak dengan menggunakan fungsi sinus atau cosinus, tetapi fungsi lain yang lebih sederhana yang dia sebut “wavelet”. Kelemahan dari transformasi Fourier adalah dalam mengaproksimasi fungsi-fungsi berbentuk tajam diperlukan banyak sekali fungsi sinus dan cosinus, kelemahan ini dapat diatasi oleh wavelet karena fungsi-fungsi yang digunakan adalah fungsi yang “compact support” [Daubechies, 1992]. Gambar berikut menyajikan contoh beberapa fungsi wavelet.



Mother Wavelet of Haar, D4, C3 and S8 basis

Misalkan  $y = (y_i)_{i=0}^{n-1}$  data pengamatan dengan  $n = 2^J$ ,  $J$  bilangan bulat positif. Vektor  $y$  dapat ditransformasikan menjadi vektor wavelet  $w$  dengan menggunakan matriks transformasi  $W$  yang berukuran  $n \times n$ .

$$w = Wy \tag{1}$$

Matriks transformasi  $W$  adalah matriks ortogonal, bergantung pada keluarga basis wavelet yang dipilih.

Karena matriks transformasi  $W$  ortogonal maka  $W^{-1} = W^t$ , sehingga kita dapat membawa kembali vektor wavelet ke data asli dengan menggunakan transformasi:

$$y = W^t w \tag{2}$$

Transformasi (1) dan (2) tidak dapat dilakukan langsung dengan perkalian matriks karena ukuran matriks  $W$  sangat besar, untuk mengatasinya diterapkan *proses filtering*. Dengan proses ini dipisahkan antara frekuensi tinggi dengan frekuensi rendah dengan menggunakan filter *low-pass* dan *high-pass*.

Hasil pemisahan tersebut dapat dituliskan dalam bentuk:

$$y = V_L y + \sum_{L \leq j < J} W_j y \tag{3}$$

dimana  $V_L y = \sum_{j < L} w_{jk} W_{jk}$ , dengan koefisien wavelet  $w_{jk}$  dan basis  $W_{jk}$ , menggambarkan kelompok frekuensi rendah, dan  $W_j y = \sum_{0 \leq k < 2^j} w_{jk} W_{jk}$ , menggambarkan kelompok frekuensi tinggi.

$L < J$  disebut *cut-off level* yang menyatakan seberapa kasar resolusi yang dilibatkan dalam menghampiri  $y$ .

Persamaan (3) dikenal sebagai *Dekomposisi Multi Resolusi* dari Mallat.

### Thresholding

Sebagian besar dari koefisien wavelet yang dihasilkan memiliki nilai yang arnat dekat ke nol, maka untuk reduksi jumlah koefisien kita lakukan *pemotongan* (nilai yang dekat ke nol dibuat menjadi sama dengan nol), sebagai criteria pemotongan digunakan: Hard thresholding, Soft thresholding dan SURE thresholding.

- *Hard thresholding*

Membuat nol nilai  $y$  yang memiliki harga mutlak lebih kecil  $t$ , dan mempertahankan nilai  $y$  yang memiliki besaran/nilai mutlak lebih besar dari  $t$ .

$$\xi_t(y) = \begin{cases} y & \text{jika } |y| \geq t \\ 0 & \text{jika } |y| < t \end{cases} \quad (4)$$

Nilai  $t$  ditentukan secara subyektif oleh peneliti.

- *Soft thresholding* [Donoho,1995]

Nilai  $t$  ditentukan berdasarkan karakteristik data.

$$\eta_t(y) = \text{sgn}(y)\max(0, |y| - t) \quad (5)$$

dengan

$$t = \sqrt{2 \log n} \cdot \varepsilon, \quad \varepsilon \text{ berkaitan dengan noise level}$$

- *SURE thresholding* [Donoho,1995]

Nilai  $t$  ditentukan dengan meminimumkan Stein Unbiased Estimated of Risk

$$t = \arg \min_{t \geq 0} \left( d - 2 \# \{i : |x_i| \leq t\} + \sum_{i=1}^d (|x_i| \wedge t)^2 \right) \quad (6)$$

### Studi Kasus

Sebagai contoh diambil sebagian data bulan Juni 1998 untuk tempat pencatatan di Haarlemmerweg (bagian barat kota Amsterdam). Untuk mengolah data digunakan software *waveshrink ver 1.3* yang dibangun oleh penulis bersama Vincent

AWG Jansen dari *Gemeentewaterleidingen Amsterdam* dalam dua versi (Inggris dan Belanda).

Sebagai ukuran kualitas aproksimasi digunakan :

$$R_a^2 = \left( 1 - \frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} \right) \times 100\%$$

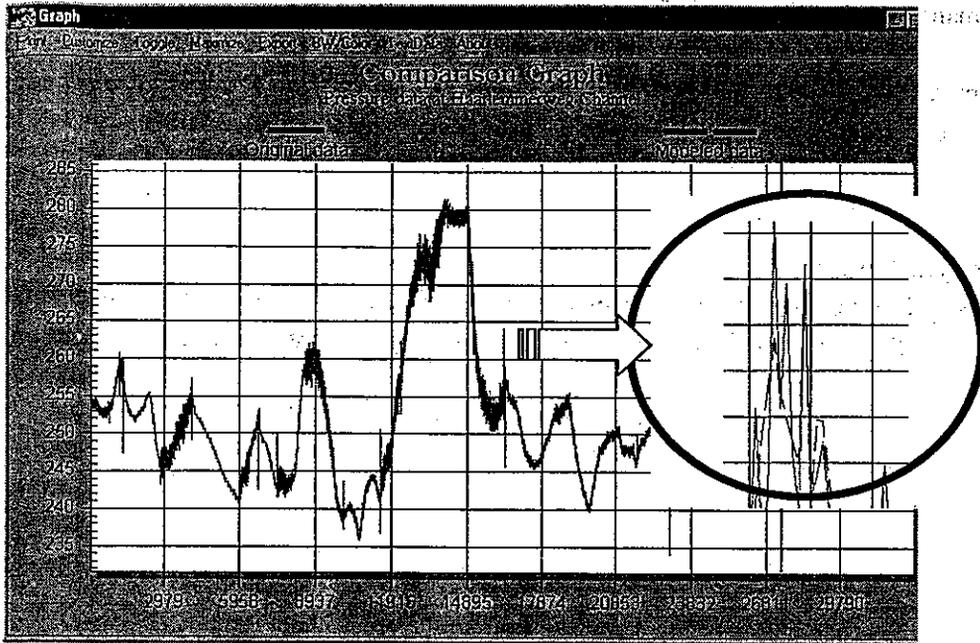
sedangkan untuk reduksi jumlah parameter digunakan:

$$R_c = \frac{\text{jumlah koefisien yang tersisa (setelah dilakukan pemotongan)}}{\text{jumlah koefisien wavelet}} \times 100\%$$

untuk data tsb diperoleh hasil :

Basis	Threshold		
	Hard thresholding	Soft thresholding	SURE thresholding
<i>Haar</i>	$R_a^2 = 99,676\%$ $R_c = 5\%$	$R_a^2 = 99,511\%$ $R_c = 1,84\%$	$R_a^2 = 99,6562\%$ $R_c = 5,206\%$
<i>Daubchies 4</i>	$R_a^2 = 99,7182\%$ $R_c = 5\%$	$R_a^2 = 99,542\%$ $R_c = 1,17\%$	$R_a^2 = 99,662\%$ $R_c = 3,73\%$
<i>Coiflet 3</i>	$R_a^2 = 99,721\%$ $R_c = 5\%$	$R_a^2 = 99,544\%$ $R_c = 1,07\%$	$R_a^2 = 99,697\%$ $R_c = 4,427\%$

Untuk data tekanan tersebut, penggunaan *soft thresholding* berhasil mereduksi jumlah data sehingga yang tersisa hanya berkisar antara 1-1,9 % dari jumlah data semula. Aproksimasi dengan menggunakan keluarga basis *coiflet3* dan *Daubechies 4* memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan keluarga basis *Haar*, karena karakteristik tekanan di Haarlemeerweg lebih menyerupai bentuk basis *Coiflet 3* dan *Daubechies 4* dibandingkan dengan basis *Haar* (Bandingkan Gambar 1, bentuk basis dengan gambar dibawah ini yang mengilustrasikan tekanan di tempat pencatatan tersebut).



Gambar 2 Perbandingan antara Data Asli dengan Aproksimasi.

Model ini dapat mencatat peristiwa lonjakan tekanan yang terjadi tiba-tiba (perhatikan Gambar 2, dalam lingkaran adalah hasil pembesaran), tampak bahwa garis hijau (kontinu) dapat dimodelkan dengan baik oleh garis biru (garis terputus).

### Kesimpulan dan komentar

Dari hasil-hasil tersebut, dapat diambil kesimpulan bahwa pemodelan dengan menggunakan *Wavelet Shrinkage* memberikan hasil sesuai dengan keinginan pihak perusahaan. Studi lanjut tentang model ini sedang dikembangkan di seksi Sistem Informasi Distribusi perusahaan daerah air minum kota Amsterdam.

### Referensi

- Daubechies, I. 1992. *Ten Lectures On Wavelet*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Donoho, D. dan Jhonstone, I.M. 1995. Adapting to Unknown Smothness via Wavelet Shrinkage, *Journal of The American Statistical Association*. Vol 90, no. 432, hlm. 1200-1224.

Sukmana, A. 1999a. *Wavelet Shrinkage for Modeling Time Series Data: a Data Compression Method*. Internal Report GWA Nederland.

Sukmana, A. 1999b. *Modeling Time Series Data via Wavelet Shrinkage*. Dipresentasikan pada South East Asian Mathematical Society-GMU Conference On Mathematics and Its Application, 26-29 Juli 1999.

### **Riwayat Penulis**

**Agus Sukmana**, adalah tenaga pengajar tetap pada Jurusan Matematika Universitas Katolik Parahyangan. Kelompok bidang keahlian Statistika dan Penelitian Operasional.