

KAPITA SELEKTA

ANALISA STATIS PORTAL BIDANG DENGAN CARA ELEMEN HINGGA

- * Liem Bik Siong
- * Gunawan T.S.
- * Lilik Winarni

Karya Ilmiah Mahasiswa
Universitas Katolik Parahyangan 1979

7

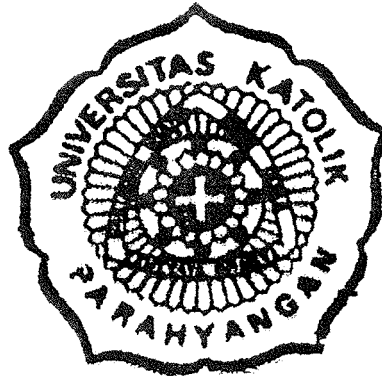


LPI

LEMBAGA PENYELIDIKAN ILMIAH
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
Jl. Merdeka 19, Telp. 58951 Bandung

KAPITA SELEKTA

**ANALISA STATIS PORTAL BIDANG
DENGAN CARA ELEMEN HINGGA**



Dosen Pembimbing :
IR. NY. WINARNI HADIPRATOMO

Oleh :

- | | |
|-------------------|----------|
| 1. LIEM BIK SIONG | 41712159 |
| 2. GUNAWAN T. S. | 4174047 |
| 3. LILIK WINARNI | 4174150 |

**UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
FAKULTAS TEKNIK SIPIL
BANDUNG
1979**

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
DEPARTMENT OF CHEMISTRY

PHYSICAL CHEMISTRY
PHYSICS

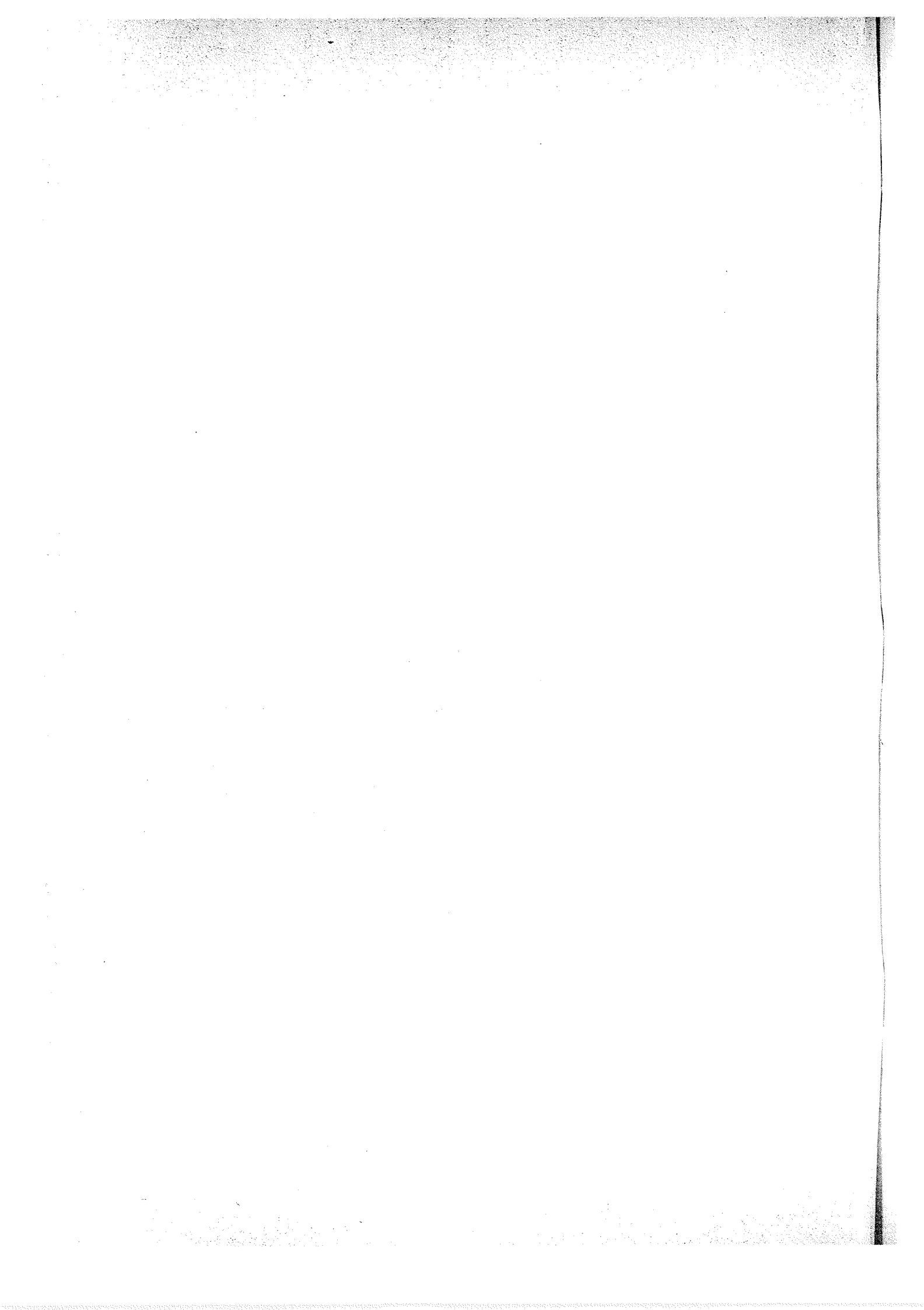
PHYSICAL CHEMISTRY
PHYSICS

PRAKATA

Karya ilmiah mahasiswa ini diperbanyak dengan maksud untuk merangsang penulisan karya ilmiah yang baik dan bermutu. Diharapkan, dosen dan fakultas membicarakan masalah karya ilmiah mahasiswa ini agar akhirnya tercapai suatu standar penulisan yang sungguh baik dan bermutu.

Kapita Seleкта ini dinilai paling baik diantara kapita seleкта dari Fakultas Teknik bagian Sipil untuk tahun 1979.

Lembaga Penyelidikan
Ilmiah Unpar



KATA PENGANTAR

Untuk melengkapi pendidikan sarjana Teknik Sipil di Universitas - Katolik Parahyangan Bandung, maka para mahasiswa diwajibkan untuk menyelesaikan tugas Kapita Selekta sebagai tugas akhir.

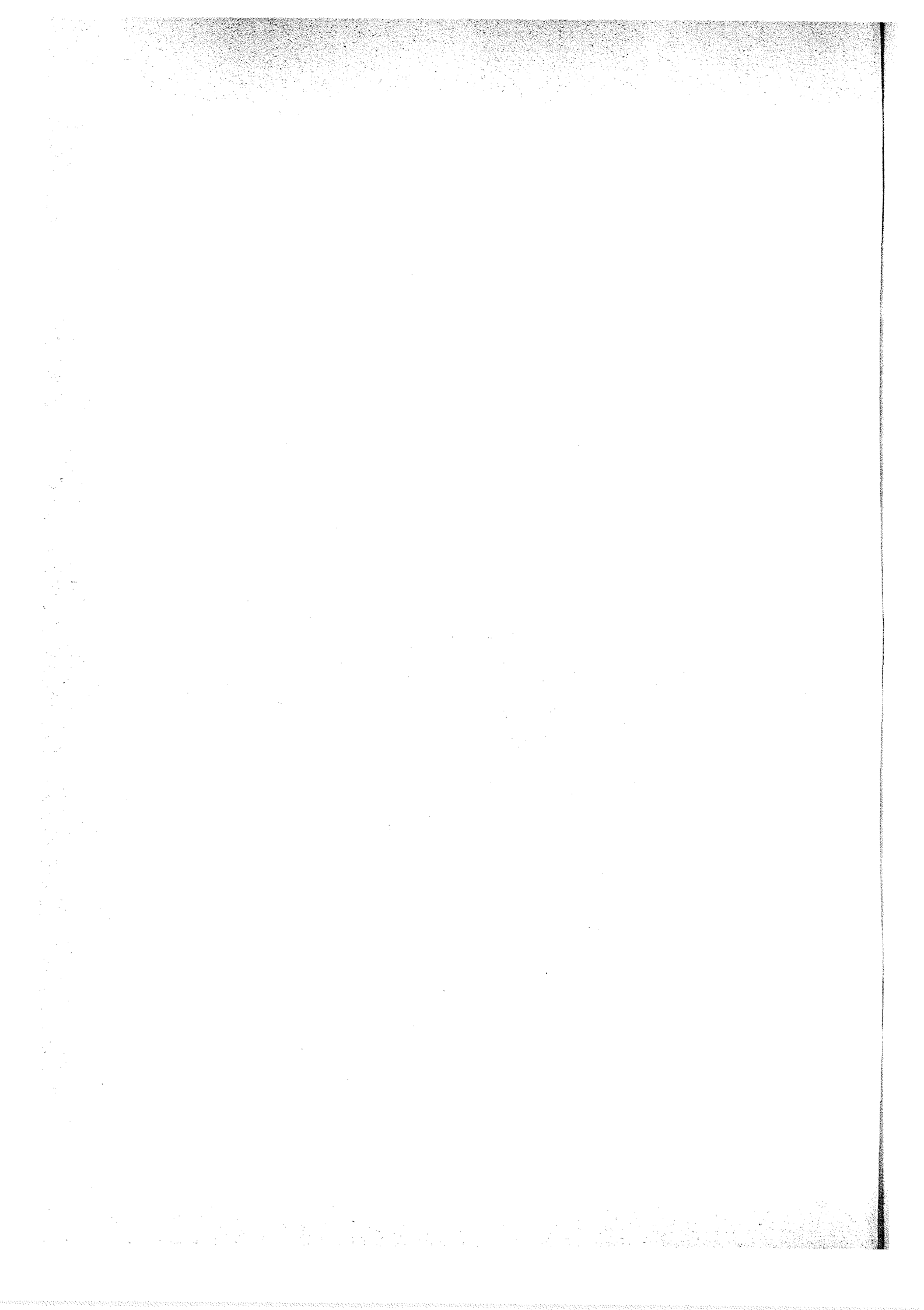
Dalam kesempatan ini kami membahas mengenai Portal bidang yang di tinjau secara statis dengan menggunakan metode Elemen Hingga.

Karena perhitungan konstruksi ini cukup sulit yaitu dalam bentuk bentuk matriks yang berderajat tinggi, maka dibutuhkan bantuan Komputer untuk mendapatkan hasil akhirnya.

Kami menyampaikan banyak terimakasih kepada pembimbing kami yaitu Ibu Ir. Winarni Hadipratomo atas semua bimbingannya sehingga kami dapat menyelesaikan tugas ini. Juga kepada saudara Agus Kanda atas bantuannya dalam memberikan saran-saran mengenai pembuatan program Komputer.

Bandung, September 1979

Penyusun



DAFTAR NOTASI

- $\{ a \}$ = Matriks yang berisi parameter pada persamaan polinomial.
 A = Luas penampang melintang elemen.
 $[A]$ = Matriks yang mentransformasikan hubungan persamaan umum dan 'nodal displacement'.
 b = Lebar pada 'beam element'
 $[B]$ = Matriks yang mentransformasikan hubungan strain dan 'displacement'.
 $[D]$ = Matriks yang berisi modulus elastisitas 'E'.
 $\{ \delta \}$ = Matriks 'displacement'.
 $\{ \delta^e \}$ = Matriks 'displacement' tiap elemen, untuk sistim koordinat lokal.
 $\{ \delta^g \}$ = Matriks 'displacement' tiap elemen, untuk sistim koordinat global.
 $\{ \delta^{*e} \}$ = Matriks yang berisi berbagai macam 'nodal displacement'.
 E = Modulus Elastisitas.
 $\{ \xi \}$ = Vektor Strain.
 h = Tinggi 'beam element'
 $[H^e]$ = Matriks yang mentransformasikan hubungan antara tegangan dan 'displacement'.
 I = Inersia balok.
 I_p = Energi Potensial total.
 $[I]$ = Matriks satuan.
 $[k]$ = Matriks kekakuan elemen pada sistim koordinat lokal.
 $[\bar{k}]$ = Matriks kekakuan elemen pada sistim koordinat global.
 $[K]$ = Matriks kekakuan total pada sistim koordinat lokal.
 $[\bar{K}]$ = Matriks kekakuan total pada sistim koordinat global.
 L = Panjang 'beam element' ; lebar bentang.

{P} = Matriks gaya di 'nodal point' pada sistim koordinat lokal.

{P̄} = Matriks gaya di 'nodal point' pada sistim koordinat global.

{Q} = Gaya luar.

Q_x , Q_y

= Gaya luar 'dalam arah sumbu X dan Y berturut turut.

{T} = Matriks transformasi dari koordinat lokal ke koordinat global.

= Vektor tegangan.

u = 'displacement' pada sumbu X. (koordinat lokal)

ū = 'displacement' pada sumbu X̄. (koordinat global)

v = 'displacement' pada sumbu Y. (koordinat lokal)

v̄ = 'displacement' pada sumbu Ȳ. (koordinat global)

θ = 'displacement' pada bidang XY.

{ϕ} = Matriks koefisien untuk 'displacement model'.

X, Y

= salib sumbu pada sistim koordinat lokal.

X̄, Ȳ

= salib sumbu pada sistim koordinat global.

BAB I . PENDAHULUAN.

Diantara sekian banyak konstruksi yang terdapat pada bidang Teknik Sipil, kami mencoba untuk membahas salah sebuah bentuk dasar yang paling sering dijumpai pada bangunan bertingkat yaitu portal. Portal ini ditinjau secara statis pada satu bidang dengan mempergunakan Metode 'Finite Element' atau Elemen Hingga. Dengan makin berkembangnya pemakai komputer sebagai salah satu sarana penunjangnya, Metode Elemen Hingga akhir akhir ini banyak dipergunakan disegala bidang ilmu pengetahuan yang berhubungan dengan teknik. Hal ini disebabkan karena disamping lebih praktis juga hasilnya yang cermat.

Secara singkat dasar dari Metode Elemen Hingga adalah idealisasi bentuk keseluruhan menjadi unit unit elemen kecil yang lebih sederhana serta bersifat ekuivalen dengan bentuk semula.

Pada umumnya dari suatu konstruksi bangunan, yang telah diketahui adalah pembebanannya. Yang menjadi persoalan disini adalah pembagian dari perpindahan setiap titik hubungannya. Dengan dasar alasan tersebut maka kami pergunakan Metode Kekakuan dalam penjabarannya.

Semoga pembahasan yang serba singkat ini dapat memberikan sekedar gambaran tentang pemakaian Metode Elemen Hingga dalam analisa Statis Portal bidang.

BAB II. TEORI ELEMEN HINGGA

Telah kita ketahui bahwa Metode Elemen Hingga adalah berdasar pada suatu prinsip umum yaitu 'going from part to whole'. Dibidang ilmu pengetahuan pengetrapan prinsip ini berupa usaha untuk mengetahui seluruh permasalahan secara lengkap dengan memahami benar benar setiap bagiannya secara mendetail.

Bertitik tolak dari hal tersebut diatas maka metode Elemen Hingga dimulai dengan menganggap bahwa suatu bentuk disusun oleh gabungan unit unit yang lebih kecil yang ekuivalen. Yaitu ekuivalen dalam hal bentuk serta kondisi dasar dari unit unit itu.

Sebelum kita mulai dengan penggunaan Metode Elemen Hingga ini pada bidang konstruksi, terlebih dahulu perlu diketahui beberapa kondisi dasar suatu konstruksi. Kondisi kondisi dasar itu adalah sebagai berikut:

- 1. The equilibrium of forces.
- 2. The compatibility of displacement.
- 3. The laws of material behaviour.

Gaya dalam yang timbul akibat bekerjanya beban luar harus memenuhi prinsip keseimbangan. Persoalan konstruksi statis tertentu dapat diselesaikan dengan menggunakan kondisi dasar pertama dan otomatis kondisi kedua dan ketiga akan dipenuhi. Tetapi untuk statis tak tentu ketiga kondisi itu perlu ditinjau. 'Compatibility' adalah keselarasan gerak dari semua titik pada konstruksi. Biasanya kondisi 'compatibility' yang diperhatikan adalah pada titik pertemuan. Dan konstruksi yang ditinjau kesemua materinya bersifat elastis linier jadi mengikuti hukum Hooke.

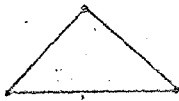
Untuk menyelesaikan persoalan dengan menggunakan Metode Elemen Hingga, langkah pertamanya adalah mempelajari mengenai 'individual element', kemudian baru menginjak pada langkah kedua yakni bagaimana caranya menggabungkan kembali masing masing elemen sehingga menjadi

yang bermula dan berakhir pada 'nodal points'.

'Nodal point' diberi nomor misalnya: 1, 2 dan seterusnya. Titik titik ini disebut 'external nodes', karena titik titik ini berhubungan dengan elemen yang terdekat.

b. Elemen berdimensi dua.

Biasanya elemen berdimensi dua dipakai untuk persoalan persoalan 'solid mechanics'. Bentuk dasar dari elemen berdimensi dua adalah segitiga. Bentuk bentuk sederhana dari elemen berdimensi 2 adalah sebagai berikut :



elemen segitiga

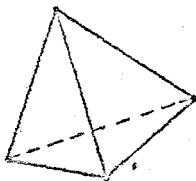


elemen segiempat

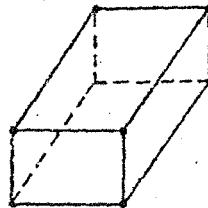
c. Elemen berdimensi tiga.

Tetrahedron adalah dasar untuk Elemen berdimensi tiga.

Gambarnya adalah sebagai berikut :



Tetrahedron



Rectangular prism

2. Menentukan 'displacement models'

Dasar dari pemilihan 'displacement model' (fungsi 'displacement') adalah pendekatan pendekatan yang sesuai dengan kenyataan. Untuk problem yang rumit penyelesaiannya adalah dengan membagi tiap bagian dari konstruksi menjadi beberapa sub bagian yang masing masing masih berhubungan dengan konstruksi pokok yang kemudian pendekatannya diwujudkan dalam fungsi yang relatif lebih sederhana. Fungsi yang sederhana itu digunakan untuk mengasumsi pendekatan 'displacement' dari tiap elemen. Fungsi ini dinamakan 'displace -

ment model' (fungsi displacement)

Fungsi 'displacement' dapat dinyatakan dalam bermacam macam bentuk yang sederhana, seperti polinomial dan fungsi trigonometri.

Karena polinomial lebih mudah digunakan maka bentuk tersebut sering dipergunakan.

Tiga faktor yang saling berhubungan yang mempengaruhi pemilihan dari fungsi 'displacement'.

- a. Type dan derajat dari fungsi 'displacement' harus dipilih.
- b. Besarnya 'displacement' ditempat tempat tertentu yang menggambar fungsi harus dipilih. Biasanya dipilih 'displacement' di 'nodal point'. Tapi bisa juga dari 'displacement' pada beberapa titik atau semuanya.
- c. Model harus menghasilkan pendekatan persamaan yang benar.

3. Menentukan Matriks Kekakuan Elemen.

Matriks kekakuan terdiri dari koefisien koefisien persamaan keseimbangan yang berasal dari sifat sifat material dan geometri dari suatu elemen yang dibentuk dengan menggunakan prinsip kerja virtual. Kekakuan menghubungkan 'displacement' ('nodal displacement') pada 'nodal points' dengan gaya yang bekerja pada 'nodal points' ('nodal force'). Distribusi gaya yang bekerja pada struktur diubah menjadi gaya terpusat yang ekuivalen pada 'nodes'.

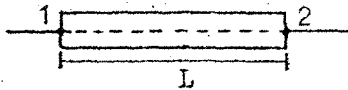
Hubungan keseimbangan antara matriks kekakuan $\{k\}$, vektor gaya pada 'nodal' $\{P\}$ dan vektor 'nodal displacement' $\{\delta\}$ dinyatakan dalam persamaan :

$$\{P\} = \{k\} \{\delta\}$$

Elemen elemen dari matriks kekakuan disebut koefisien pengaruh. Dikatakan bahwa kekakuan dari suatu konstruksi adalah suatu koefisien pengaruh yang memberikan gaya pada satu titik dari konstruksi sehubungan dengan 'unit displacement' dari titik yang sama atau yang berbeda.

Contoh:

Lihat gambar dibawah ini:



Sebuah batang sederhana yang ditengahnya terdapat per. Pada kedua ujung 'nodes'-nya (titik 1 dan 2) dapat berpindah, lagi pula dapat dikerjakan gaya gaya. Anggapan ini disesuaikan dengan sebuah batang yang dilepas dari sistim struktur lengkapnya, yang mempunyai sifat sifat sama dengan anggapan diatas.

P_1 dan P_2 adalah gaya gaya yang bekerja dititik 1 dan 2.

u_1 dan u_2 adalah perpindahan pada titik 1 dan 2.

Matriks kolom gaya adalah : $\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix}$ dan

Matriks perpindahannya : $\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$

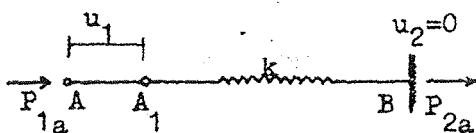
Matriks kekakuan dari per itu berderajat 2. Jadi persamaan didapan dapat ditulis sebagai :

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

Untuk sementara ini pengertian dari masing masing unsur dalam matriks kekakuan belum dijelaskan.

Perjanjian tandanya : $-(P,u) \leftarrow \text{---o---} \rightarrow +(P,u)$

Untuk menyelesaikan soal pada gambar diatas maka dianggap dahulu titik A dapat bergerak sedangkan titik B diam.

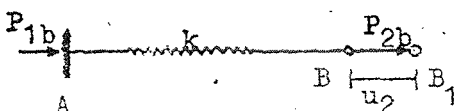


$$\text{maka : } P_{1a} = k \cdot u_1$$

$$P_{1a} + P_{2a} = 0$$

$$P_{2a} = -P_{1a} = k \cdot u_1$$

Kemudian titik B dapat bergerak sedangkan titik A diam.

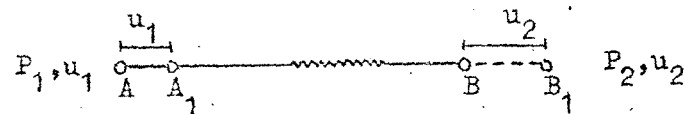


$$\text{maka : } P_{2b} = k \cdot u_2$$

$$P_{1b} + P_{2b} = 0$$

$$P_{1b} = -P_{2b} = -k \cdot u_2$$

Kombinasi keduanya didapatkan :



$$\begin{aligned} \text{Pada titik A} \quad P_1 &= P_{1a} + P_{1b} & P_1 &= k \cdot u_1 - k \cdot u_2 \\ \text{B} \quad P_2 &= P_{2a} + P_{2b} & P_2 &= -k \cdot u_1 + k \cdot u_2 \end{aligned}$$

Dalam bentuk matriks menjadi :

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

Matriks kekakuan untuk batang tunggal dinotasikan sebagai :

$$[K] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Untuk batang yang penampangnya seragam pada seluruh panjangnya maka harga k didapat dari hubungan dasar antara 'stress dan strain'!

$$P_1 = \frac{AE}{L} u_1 \quad k = \frac{AE}{L}$$

dimana : P_1 = gaya aksial E = modulus elastisitas

A = luas penampang L = panjang batang

u_1 = pertambahan panjang.

Bila batangnya seragam maka bentuk persamaan matriksnya menjadi :

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

Persamaan itu menyatakan hubungan antara gaya yang bekerja diujung batang serta perpindahannya. Kesemuanya dalam sistim koordinat lokal. Dan yang disebut Matriks kekakuan adalah :

$$[K] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks kekakuan dari sebuah elemen tergantung dari :

a. 'Displacement Model'

c. Sifat materinya.

4. Penggabungan dari persamaan persamaan aljabar untuk segenap 'discretized continuum'.

Proses ini termasuk penggabungan dari matriks kekakuan global yang berasal dari masing masing matriks kekakuan elemen dan vektor gaya yang berasal dari vektor 'nodal force' pada elemen.

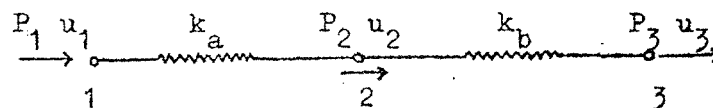
Biasanya dasar penggabungan ini adalah hubungan antara 'nodal'nya karena 'displacement' dari suatu 'nodal' pada elemen yang berbatasan (disampingnya) selalu sama.

Hubungan keseimbangan keseluruhan antara matriks kekakuan total $[K]$, vektor beban total $\{P\}$ dan vektor 'nodal displacement' total untuk seluruh bentuk sekali lagi akan berupa persamaan :

$$\{P\} = [K] \{d\}$$

Persamaan ini dapat diselesaikan dengan memasukkan 'boundary condition' konstruksi.

Contoh :



Dengan cara superposisi akan didapat :

Elemen 1-2

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_b & -k_b \\ -k_b & k_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}$$

Bila matriks dari kedua Elemen tersebut dijumlahkan maka :

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_a & -k_a & 0 \\ -k_a & k_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_b & -k_b \\ 0 & -k_b & k_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} =$$

$$\{P\} = \begin{bmatrix} k_a & -k_a & 0 \\ -k_a & k_a + k_b & -k_b \\ 0 & -k_b & k_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}$$

matriks kekakuan elemen

matriks peralihan

5. Penyelesaian untuk 'displacement' yang tak diketahui.

Persamaan persamaan aljabar dalam step 4 selanjutnya dipergunakan untuk menghitung 'displacement' yang tidak diketahui.

6. Menghitung strain dan tegangan elemen dari 'nodal displacement'.

Untuk analisa konstruksi besaran pokok yang diinginkan adalah 'nodal displacement'. Sedangkan besaran besaran lain seperti tegangan dan strain dapat dihitung dari besaran pokok 'nodal displacement' tersebut.

BAB III. ANALISA STATIS PORTAL BIDANG

Interpretasi dasar yang pokok dari Elemen Hingga adalah penggambaran secara fisik dari bentuk dan konstruksi sebagai suatu gabungan yang disusun oleh elemen elemen blok bangunan yang saling berhubungan pada 'nodal point'.

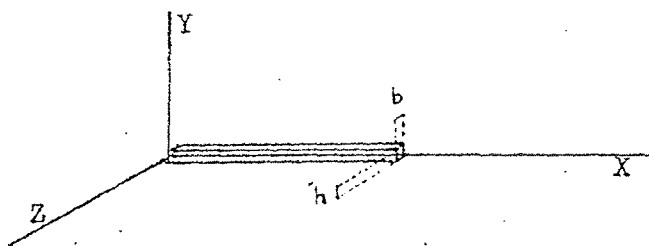
1. Bentuk elemen yang dipilih.

Untuk analisa portal bidang anggapan fisiknya berasal dari teknik idealisasi lama dalam analisa 'framed structure'.

Maka dipilih 'beam element' yang merupakan perluasan dari 'bar element' jadi merupakan elemen berdimensi satu.

Pada 'bar element' biasanya digambarkan sebagai satu garis lurus.

Demikian juga dengan 'beam element' hanya disini elemen mempunyai lebar sebesar b dan tinggi h . Sistem koordinat yang dipakai adalah koordinat bidang karena perhitungan disini untuk portal bidang. Lihat gambar berikut ini



2. Pemilihan fungsi 'displacement'

'Displacement model' yang dipilih adalah berbentuk persamaan polinomial yaitu :

$$V(x) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 x^3 \dots + a_{n+1} x^n$$

Alasan pemilihan bentuk persamaan diatas karena

- a. Mudah dioperasikan secara matematis.

b. persamaannya mendekati keadaan sebenarnya.

3. Matriks kekakuan elemen.

Langkah langkah untuk menentukan matriks kekakuan elemen adalah sebagai berikut :

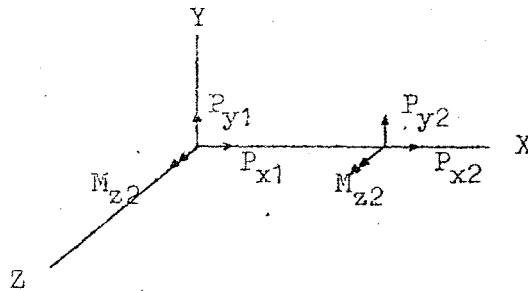
a. Tinjauan persoalan.

Dimulai dengan memilih sistim koordinat lokal yang sesuai dan memberikan nomor untuk setiap titik pada elemen.

'Degree Of Freedom' (disingkat D.O.F.) ditentukan dari jumlah total 'displacement' yang akan dicari dari konstruksi. Selanjutnya jumlah 'nodal displacement vector' dan 'nodal load vector' sama banyaknya dengan jumlah D.O.F.

Matriks kekakuan elemen $[k]$ untuk tiap elemen tunggal ditentukan dengan persamaan : $\{p\} = [k] \{\delta\}$

Khusus untuk 'beam element' anggapannya adalah penampang melintangnya seragam untuk seluruh panjangnya yang merupakan bagian dari konstruksi lengkap.



Gambar III.3.1.

Gaya aksial P_x mengakibatkan aksial 'displacement' u sepanjang sumbu X. Digambarkan sebagai vektor dengan satu ujung panah. Arah kekanan negatif.

Gaya vertikal P_y mengakibatkan 'shear displacement' v sepanjang sumbu Y. Digambarkan sebagai vektor dengan satu ujung panah. Arah keatas negatif.

Momen M_z mengakibatkan rotasi θ_z berporos pada sumbu Z di bidang XY. Digambarkan sebagai vektor dengan dua ujung anak pa-

vektor tegak lurus bidang XY (=bidang gambar).

Jadi untuk 'beam element' yang memiliki 2 'nodal', jumlah D.O.F. nya 6 buah. Hubungan antara momen serta gaya lintang dan aksial dapat dilihat pada gambar III.3.1.

Dititik 1 'displacement' nya dapat ditulis :

$$\begin{Bmatrix} \delta_e \\ \delta_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \end{Bmatrix}$$

Kemudian gaya serta momennya dapat ditulis :

$$\begin{Bmatrix} P_1^e \\ M_{z1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{x1} \\ P_{y1} \\ M_{z1} \end{Bmatrix}$$

Sehingga keseluruhannya dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{Bmatrix} \delta_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad \text{dan} \quad \begin{Bmatrix} P_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1^e \\ P_2^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{x1} \\ P_{y1} \\ M_{z1} \\ P_{x2} \\ P_{y2} \\ M_{z2} \end{Bmatrix}$$

Maka matriks kekakuan elemen berdimensi 6 kali 6.

b. Fungsi 'displacement'

Seperti telah dijelaskan didepan fungsi 'displacement' dinyatakan dalam persamaan polinomial dan karena dimaksudkan untuk menunjukkan 'displacement' disetiap titik $\delta(x,y)$ dalam batas dari 'nodal displacement' $\{\delta_e\}$ maka anggapan polinomialnya harus mengandung satu koefisien yang tak diketahui untuk setiap D.O.F. pada elemen itu.

Keadaan 'displacement'nya pada setiap titik (x,y) dielemen itu dapat ditulis dalam bentuk matriks

$$\{\delta(x,y)\} = [f(x,y)] \{a\} \quad \dots(III.1.)$$

dimana $\{a\}$ adalah matriks kolom yang merupakan koefisien yang belum diketahui itu.

Khusus untuk 'beam element' : setiap titiknya mengandung translasi u dan v serta rotasi θ_z . Jadi 'displacement vector'-nya adalah :

$$\{\delta(x,y)\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta_z \end{Bmatrix}$$

Karena elemen memiliki 6 D.O.F. maka harus ada 6 koefisien yang tak diketahui dalam polinomial 'displacement'-nya.

Persamaan 'displacement' pada 'bar element'

$$u = a_1 + a_2 X$$

$$v = a_3 + a_4 X + a_5 X^2 + a_6 X^3$$

$$\theta_z = \frac{dv}{dx} = a_4 + 2a_5 X + 3a_6 X^2$$

Dari ketiga persamaan diatas dapat disusun matriks 'displacement' :

$$\{\delta(x,y)\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & X & X^2 & X^3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2X & 3X^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{Bmatrix}$$

Ini adalah persamaan 'displacement' di setiap titik pada elemen.

Harga a untuk sementara masih belum diketahui.

- c. Nyatakan persamaan 'displacement' kedalam 'nodal displacement' keadaan umum: koefisien dari fungsi 'displacement' $\{a\}$ sekarang dinyatakan dalam batas 'nodal displacement', caranya dengan mensubstitusikan posisi tiap titik dari elemen kedalam persamaan III.1.

Lihat gambar III.3.1.

Jadi untuk titik 1 :

$$\{\delta_1^e\} = \{\delta(x_1, y_1)\} = [r(x_1, y_1)] \{a\}$$

Dengan proses yang sama untuk titik-titik yang lain sejumlah n titik; persamaan berbentuk:

$$\begin{Bmatrix} \delta^e \\ \delta^e \\ \vdots \\ \delta^e \\ \delta^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_1^e \\ \delta_2^e \\ \vdots \\ \delta_n^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f(x_1, y_1) \\ f(x_2, y_2) \\ \vdots \\ f(x_n, y_n) \end{Bmatrix} \quad \{a\}$$

atau
$$\begin{Bmatrix} \delta^e \\ \delta^e \end{Bmatrix} = [A] \{a\}$$

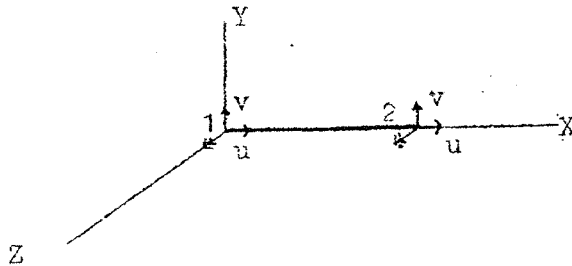
Karena matriks $[A]$ diketahui maka harga $\{a\}$ bisa dihitung dengan : $\{a\} = [A]^{-1} \begin{Bmatrix} \delta^e \\ \delta^e \end{Bmatrix}$

Substitusikan $\{a\}$ pada persamaan III.1. akan memberi hubungan antara 'displacement' dari tiap-tiap titik $\begin{Bmatrix} \delta(x,y) \\ \delta(x,y) \end{Bmatrix}$ dengan 'nodal displacement' $\begin{Bmatrix} \delta^e \\ \delta^e \end{Bmatrix}$

didapat :

$$\begin{Bmatrix} \delta(x,y) \\ \delta(x,y) \end{Bmatrix} = [f(x,y)] [A]^{-1} \begin{Bmatrix} \delta^e \\ \delta^e \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(III.2)$$

Khusus untuk 'beam element'



$$u = a_1 + a_2 X$$

$$v = a_3 + a_4 X + a_5 X^2 + a_6 X^3$$

$$\theta = \frac{dv}{dx} = a_4 + 2a_5 X + 3a_6 X^2$$

Titik 1, $X = 0$ maka

$$u_1 = a_1 ; v_1 = a_3 ; \theta_{z1} = a_4$$

Titik 2, $X = L$ maka

$$u_2 = a_1 + a_2 L$$

$$v_2 = a_3 + a_4 L + a_5 L^2 + a_6 L^3$$

$$\theta_{z2} = a_4 + 2a_5 L + 3a_6 L^2$$

Dalam bentuk matriks ditulis :

$$\begin{Bmatrix} \epsilon \\ \delta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_{z1} \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_{z2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{Bmatrix}$$

[A]

Karena tiap elemen mempunyai 6 D.O.F. maka matriks [A] adalah 6 kali 6.

Matriks [A]⁻¹ dapat dihitung.

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{L^2} & -\frac{2}{L} & 0 & \frac{3}{L^2} & -\frac{1}{L} \\ 0 & \frac{2}{L^3} & \frac{1}{L^2} & 0 & -\frac{2}{L^3} & \frac{1}{L^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_{z1} \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_{z2} \end{Bmatrix}$$

{a}

[A]⁻¹

{δ}

d. Hubungan antara strain dan 'displacement'.

Strain $\epsilon(x,y)$ pada titik (x,y) berhubungan dengan 'displacement' $\delta(x,y)$ pada titiknya, maka juga berarti berhubungan dengan 'nodal displacement'nya.

Strain pada setiap titik dari suatu elemen dapat dibentuk dengan cara mendiferensialkan fungsi 'displacement' yang telah dipilih.

Bentuk yang tepat dari diferensiasi ini tergantung dari macam-

Bentuk umum: $\{\mathcal{E}(x,y)\} = \{\text{differensial dari } \delta(x,y)\}$

Bentuk dari persamaan diatas dapat diterangkan dengan teori elastisitas.

Dari persamaan III.2 akan didapat :

$$\{\mathcal{E}(x,y)\} = [\text{differensial dari } f(x,y)] [A]^{-1} \{\delta^e\}$$

Jika matriks $[\text{differensial dari } f(x,y)]$ diganti matriks $[C]$

maka persamaan menjadi

$$\{\mathcal{E}(x,y)\} = [C] [A]^{-1} \{\delta^e\}$$

Bila $[C] [A]^{-1} = [B]$ maka $\{\mathcal{E}(x,y)\} = B \{\delta^e\} \dots \dots (III.3)$

Khusus untuk 'beam element'

$$\{\mathcal{E}(x,y)\} = \frac{du}{dx} = -a_2 \quad \text{akibat normal}$$

$$\{\mathcal{E}(x,y)\} = -\frac{d^2v}{dx^2} = -2a_5 Y - 6a_6 XY \quad \text{akibat momen}$$

Dalam persamaan matriks :

$$\{\mathcal{E}(x,y)\} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2Y & -6XY \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{Bmatrix}$$

Karena $\{a\} = [A]^{-1} \{\delta^e\}$

Dengan substitusi persamaan $\{a\}$ kedalam persamaan diatas, di-

dapat

$$\{\mathcal{E}(x,y)\} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2Y & -6XY \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{L^2} & -\frac{2}{L} & 0 & \frac{2}{L^2} & -\frac{1}{L} \\ 0 & \frac{2}{L^3} & \frac{1}{L^2} & 0 & -\frac{2}{L^3} & \frac{1}{L^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_{z1} \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_{z2} \end{Bmatrix}$$

Hasil dari perkalian matriks diatas adalah sebagai berikut :

$$\{\epsilon(x,y)\} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & (\frac{6}{L^2} - \frac{12X}{L^3})Y & (\frac{4}{L} - \frac{6X}{L^2})Y & 0 & (-\frac{6}{L^2} + \frac{12X}{L^3})Y & (\frac{2}{L} - \frac{6X}{L^2})Y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_{z1} \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_{z2} \end{pmatrix}$$

matriks [B]

Strain diujung 'beam element' bagian atas $Y = \frac{1}{2} h$

Strain diujung 'beam element' bagian bawah $Y = -\frac{1}{2} h$

e. Hubungan antara tegangan dan 'strain'.

Tegangan dalam (internal stress) $\{\sigma(x,y)\}$ yang terjadi dalam elemen berhubungan dengan strain nya $\{\epsilon(x,y)\}$. Karena antara tegangan dalam dan 'nodal displacement' sudah diketahui, maka tegangan $\{\sigma(x,y)\}$ dapat dihubungkan dengan 'nodal displacement' nya.

Dengan memasukkan elastisitas dari elemen didapat :

$$\{\sigma(x,y)\} = [D] \{\epsilon(x,y)\}$$

Dimana [D] adalah matriks elastisitas yang berisi sifat sifat dari elastisitas.

Dari persamaan III.3 diketahui

$$\{\epsilon(x,y)\} = [B] \{e\}$$

Maka didapat

$$\{\sigma(x,y)\} = [D] [B] \{e\} \dots\dots\dots(III.4)$$

Untuk 'beam element' maka tegangan dalam $\{\sigma(x,y)\}$ dan strain

$\{\epsilon(x,y)\}$ berhubungan dengan momen dalam M_z dan dengan lengkung $-\frac{d^2y}{dx^2}$

Jadi $M_z = -EI \frac{d^2y}{dx^2}$ (Hubungan ini dibentuk dari teori

momen yang sederhana, yang disebut $\frac{M}{I} = \frac{f}{z} = \frac{E}{R}$ dimana lengkung

$\frac{1}{R}$ diwakili dengan $-\frac{d^2y}{dx^2}$

Dari $\sigma = \epsilon \cdot E$ matriks D berisi :

$$D = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}$$

Maka persamaan III.4 menjadi :

$$\{\sigma(x,y)\} = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix} \{B\} \cdot \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{Bmatrix}^e ; \text{ dimana } \{B\} \text{ dan } \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{Bmatrix}^e \text{ adalah}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & (\frac{6}{L^2} - \frac{12X}{L^3})Y & (\frac{4}{L} - \frac{6X}{L^2})Y & 0 & (-\frac{6}{L^2} + \frac{12X}{L^3})Y & (\frac{2}{L} - \frac{6X}{L^2})Y \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_{z1} \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_{z2} \end{Bmatrix}$$

matriks $\{B\}$ $\begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{Bmatrix}^e$

Tegangan (σ_a) elemen bagian atas untuk $Y = \frac{1}{2} h$

Tegangan (σ_b) elemen bagian bawah untuk $Y = -\frac{1}{2} h$

f. Hubungan 'nodal loads' dengan 'nodal displacements'

Mengganti tegangan dalam $\{\sigma(x,y)\}$ dengan 'statically equivalent nodal forces' $\{P^e\}$. Dari akibat hubungan 'nodal loads' dan 'nodal displacement' $\begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{Bmatrix}^e$ dapat ditentukan matriks kekakuan elemen $\{K\}$

Prinsip dari usaha virtual digunakan untuk menentukan kumpulan dari 'nodal loads' yang secara statis sama dengan akibat tegangan dalam.

Kondisi ekuivalen dapat dijelaskan sebagai berikut :

setiap 'virtual displacement' yang terjadi pada elemen, usaha luar total akibat 'nodal loads' sama dengan usaha dalam total akibat tegangan.

$$\{\delta^{*e}\} = \begin{Bmatrix} \delta_1^{*e} \\ \delta_2^{*e} \\ \vdots \\ \delta_n^{*e} \end{Bmatrix}$$

Usaha luar yang diakibatkan oleh 'nodal loads' disebut W_{ext}

$$\begin{aligned} W_{ext} &= \{\delta_1^{*e}\} \{P_1^e\} + \{\delta_2^{*e}\} \{P_2^e\} + \dots + \{\delta_n^{*e}\} \{P_n^e\} \\ &= \{\delta^{*e}\}^T \{P^e\} \quad \dots \dots \dots (III.5) \end{aligned}$$

'Displacement' menyebabkan terjadinya strain $\epsilon(x,y)$ dan tegangan $\sigma(x,y)$ pada suatu titik. Maka usaha dalam persatuan volume W_{int} adalah: $\{\epsilon(x,y)^*\}^T \{\sigma(x,y)\}$

Total usaha dalam didapat dengan mengintegrasikan seluruh volume : $\int W_{int} d(vol) = \int \{\epsilon(x,y)^*\}^T \{\sigma(x,y)\} d(vol) \quad (III.6)$

Dari persamaan strain yaitu $\{\epsilon(x,y)\} = [B] \{\delta^e\}$ serta karena 'nodal displacement' yang terjadi adalah $\{\delta^{*e}\}$ maka persamaan menjadi: $\{\epsilon(x,y)^*\} = [B] \{\delta^{*e}\}$

Dari persamaan (III.4) dimana $\{\sigma(x,y)\} = [D] [B] \{\delta^e\}$

Maka substitusi kedalam persamaan (III.6) didapat:

$$\int W_{int} d(vol) = \int \{\delta^{*e}\}^T [B]^T [D] [B] \{\delta^e\} d(vol)$$

Karena $W_{int} = W_{ext}$ maka

$$\{P^e\} = \left[\int [B]^T [D] [B] d(vol) \right] \{\delta^e\} \quad (III.7)$$

Dengan membandingkan persamaan :

$$\{P^e\} = [k] \{\delta^e\}$$

Dihasilkan :

$$[k] = \int [B]^T [D] [B] d(vol) \quad (III.8)$$

Jadi untuk 'beam element': oleh karena $\{\sigma(x,y)\}$ berhubungan dengan Momen persatuan panjang M_z maka untuk menghitung usaha dalam total kita harus mengintegrasikan hasil kali antara M_z dengan kurva yang bersangkutan untuk seluruh panjang elemen.

Untuk 'beam element' mempunyai lebar b maka $\int d(vol)$ pada per

samaan (III.8) harus diganti dengan $\int_{-i^h}^{i^h} \int_0^L dy dx$ sehingga:

$$\{P^e\} = \int_{-i^h}^{i^h} \int_0^L [B]^T [D] [B] \begin{Bmatrix} e \\ 0 \end{Bmatrix} b dy dx$$

dengan semua komponen pada persamaan diatas telah diketahui semua. Alhasil matriks $\{k\}$ adalah sebagai berikut :

$$\{k\} = \int_{-i^h}^{i^h} \int_0^L [B]^T [D] [B] b dy dx$$

Bila dituliskan secara lengkap matriks kekakuan elemen $\{k\} =$

(lihat halaman berikutnya)

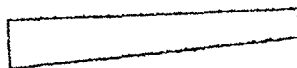
$$[k] = \int_{-h}^h \int_{-h}^h dx dy \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{6}{L^2} - \frac{12X}{L^3}\right)Y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{4}{L} - \frac{6X}{L^2}\right)Y & -\frac{bE}{L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{bE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \left(-\frac{6}{L^2} + \frac{12X}{L^3}\right)Y & 0 & 0 & bE\left(\frac{-6}{L^2} + \frac{12X}{L^3}\right)Y & bE\left(\frac{2}{L} - \frac{6X}{L^2}\right)Y \\ 0 & \left(\frac{2}{L} - \frac{6X}{L^2}\right)Y & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 [k] = k \begin{matrix} L \\ \circ \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{A}{L^2 I} & 0 & 0 & -\frac{A}{IL^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{36}{L^4} - \frac{144X}{L^5} + \frac{144X^2}{L^6} & \frac{24}{L^3} - \frac{84X}{L^4} + \frac{72X^2}{L^5} & 0 & -\frac{36}{L^4} + \frac{144X}{L^5} - \frac{144X^2}{L^6} & \frac{12}{L^3} - \frac{60X}{L^4} + \frac{72X^2}{L^5} \\ 0 & \frac{24}{L^3} - \frac{84X}{L^4} + \frac{72X^2}{L^5} & \frac{16}{L^2} - \frac{48X}{L^3} + \frac{36X^2}{L^4} & 0 & -\frac{24}{L^3} + \frac{84X}{L^4} - \frac{72X^2}{L^5} & \frac{8}{L^2} - \frac{36X}{L^3} + \frac{36X^2}{L^4} \\ -\frac{A}{L^2 I} & 0 & 0 & \frac{A}{IL^2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{36}{L^4} + \frac{144X}{L^5} - \frac{144X^2}{L^6} & -\frac{24}{L^3} + \frac{84X}{L^4} - \frac{72X^2}{L^5} & 0 & \frac{36}{L^4} - \frac{144X}{L^5} + \frac{144X^2}{L^6} & -\frac{12}{L^3} + \frac{60X}{L^4} - \frac{72X^2}{L^5} \\ 0 & \frac{12}{L^3} - \frac{60X}{L^4} + \frac{72X^2}{L^5} & \frac{8}{L^2} - \frac{36X}{L^3} + \frac{36X^2}{L^4} & 0 & -\frac{12}{L^3} + \frac{60X}{L^4} - \frac{72X^2}{L^5} & \frac{4}{L^2} - \frac{24X}{L^3} + \frac{36X^2}{L^4} \end{bmatrix} dx
 \end{aligned}$$

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

Ini adalah matriks kekakuan untuk setiap elemen pada koordinat lokal.

Catatan:



Bila dijumpai persoalan yang memakai balok dengan 'voute' maka untuk harga I (momen Inersia) dan A (luas penampang melintang) diambil harga rata ratanya.

6. Hubungan antara tegangan dan 'displacement'

Menetapkan 'stress displacement' matriks $[H]$ yang menghubungkan tegangan dalam (internal stress) dengan 'nodal displacement'-nya. Kita lihat dari persamaan (III.4)

$$\{\sigma(x,y)\} = [D][B]\{\delta^e\}$$

$$\{\sigma(x,y)\} = [H]\{\delta^e\}$$

$$\text{Maka matriks } [H] = [D][B]$$

Matriks $[H]$ mengandung x dan y maka akan memberikan hubungan tegangan disetiap titik X dan Y didalam elemen dengan 'nodal displacement'-nya.

Maka untuk 'beam element' dari persamaan $[H] = [D][B]$ akan didapat:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} & 0 & 0 & -\frac{E}{L} & 0 & 0 \\ 0 & EY\left(\frac{6}{L^2} - \frac{12X}{L^3}\right) & EY\left(\frac{4}{L} - \frac{6X}{L^2}\right) & 0 & EY\left(\frac{-6}{L^2} + \frac{12X}{L^3}\right) & EY\left(\frac{2}{L} - \frac{6X}{L^2}\right) \end{bmatrix}$$

Dengan memasukkan koordinat elemen yakni 0 dan L maka matriks $[H]$ berubah menjadi matriks H^e

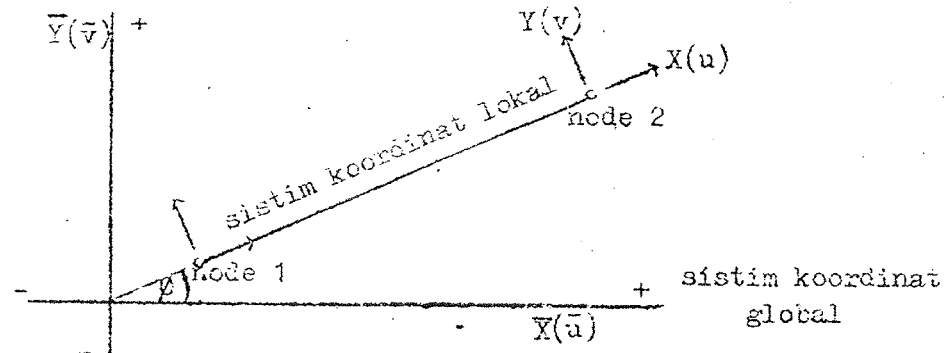
$$[H^e] = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} & 0 & 0 & -\frac{E}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6EY}{L^2} & \frac{4EY}{L} & 0 & -\frac{6EY}{L^2} & \frac{2EY}{L} \\ \frac{E}{L} & 0 & 0 & -\frac{E}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6EY}{L^2} & -\frac{2EY}{L} & 0 & \frac{6EY}{L^2} & -\frac{4EY}{L} \end{bmatrix}$$

4. Mengubah Matriks kekakuan Elemen dari sistim koordinat Lokal ke-sistim koordinat Global.

Yang dimaksudkan dengan koordinat lokal ialah koordinat yang salah satu sumbuanya berimpit dengan sumbu elemen. Biasanya pada suatu bangunan terdapat banyak batang yang arahnya tidak seragam,

mencentuk sudut dan sebagainya.

Untuk mendapatkan matriks kekakuan dari seluruh bangunan, maka matriks kekakuan masing masing elemen k yang sudah dihitung harus ditransformasikan kedalam sistim koordinat global, disebut \bar{K} .



Lihat gambar diatas.

Untuk sistim koordinat lokal notasi yang dipakai adalah X dan Y , sedangkan untuk translasinya u dan v , gaya aksial P_x dan P_y serta rotasinya tetap untuk kedua sistim. Sudut ϕ disebut positif bila berarah berlawanan dengan jarum jam, diukur dari sumbu \bar{X} .

Kemudian untuk koordinat Global notasi yang dipakai adalah \bar{X} dan \bar{Y} , untuk translasinya \bar{u} dan \bar{v} , gaya aksial \bar{P}_x dan \bar{P}_y .

Untuk 'beam element' yang mempunyai 3 D.O.F. yaitu :

- rotasi pada bidang XY akibat momen yang berputar pada sumbu Z .
- Translasi akibat gaya aksial pada sumbu X .
- Translasi akibat gaya lintang pada sumbu Y .

Hubungan antara koordinat lokal dan global untuk ketiga D.O.F.

itu adalah sebagai berikut :

$$P_{x1} = \bar{P}_{x1} \cos \phi + \bar{P}_{y1} \sin \phi$$

$$P_{y1} = -\bar{P}_{x1} \sin \phi + \bar{P}_{y1} \cos \phi$$

$$M_{z1} = \bar{M}_{z1}$$

$$P_{x2} = \bar{P}_{x2} \cos \phi + \bar{P}_{y2} \sin \phi$$

$$P_{y2} = -\bar{P}_{x2} \sin \phi + \bar{P}_{y2} \cos \phi$$

$$M_{z2} = \bar{M}_{z2}$$

Dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} P_{x1} \\ P_{y1} \\ M_{z1} \\ P_{x2} \\ P_{y2} \\ M_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{P}_{x1} \\ \bar{P}_{y1} \\ \bar{M}_{z1} \\ \bar{P}_{x2} \\ \bar{P}_{y2} \\ \bar{M}_{z2} \end{bmatrix}$$

matriks $[T]$

$$\begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [T]^T$$

Matriks T disebut matriks transformasi.

Hubungan antara 'local displacement' dan 'global displacement' dapat dinyatakan sebagai : $\{\delta\} = [T] \{\bar{\delta}\}$

Untuk sistim koordinat Global maka $[k]$ harus diubah menjadi $[\bar{k}]$. Perhitungannya adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \{P\} &= [k] \{\delta\} \\ \{P\} &= [T] \{\bar{P}\} \end{aligned} \quad [k] \{\delta\} = [T] \{\bar{P}\}$$

selanjutnya

$$\begin{aligned} [T]^T [T] \{\bar{P}\} &= [T]^T [k] \{\delta\} \\ [I] \{\bar{P}\} &= [T]^T [k] \{\delta\} \\ \{\bar{P}\} &= [T]^T [k] [T] \{\delta\} \\ [\bar{k}] &= [T]^T [k] [T] \end{aligned}$$

Maka didapat :

$$[\bar{k}] = [T]^T [k] [T]$$

Hasil \bar{k} untuk elemen adalah seperti pada halaman berikutnya :

$$(E) = \frac{EI}{L^3}$$

$\frac{AL^2}{I} C_x^2 + 12C_y^2$	$(\frac{AL^2}{I} - 12) C_x C_y$	$-6LC_y$	$-(\frac{AL^2}{I} C_x^2 + 12C_y^2)$	$-(\frac{AL^2}{I} - 12) C_x C_y$	$-6LC_y$
$(\frac{AL^2}{I} - 12) C_x C_y$	$(\frac{AL^2}{I} C_y^2 + 12C_x^2)$	$6LC_x$	$-(\frac{AL^2}{I} - 12) C_x C_y$	$-(\frac{AL^2}{I} C_y^2 + 12C_x^2)$	$6LC_x$
$-6LC_y$	$6LC_x$	$4L^2$	$6LC_y$	$-6LC_x$	$2L^2$
$-(\frac{AL^2}{I} C_x^2 + 12C_y^2)$	$-(\frac{AL^2}{I} - 12) C_x C_y$	$6LC_y$	$(\frac{AL^2}{I} C_x^2 + 12C_y^2)$	$(\frac{AL^2}{I} - 12) C_x C_y$	$6LC_y$
$-(\frac{AL^2}{I} - 12) C_x C_y$	$-(\frac{AL^2}{I} C_y^2 + 12C_x^2)$	$-6LC_x$	$(\frac{AL^2}{I} - 12) C_x C_y$	$(\frac{AL^2}{I} C_y^2 + 12C_x^2)$	$-6LC_x$
$-6LC_y$	$6LC_x$	$2L^2$	$6LC_y$	$-6LC_x$	$4L^2$

$$C_x = \cos \alpha$$

$$C_y = \sin \alpha$$

5. Pembebanan

Umumnya pembagian suatu konstruksi menjadi elemen elemen lokasinya dipilih sedemikian rupa sehingga titik 'nodalnya' bertepatan dengan letak dari beban luar yang terpusat. Juga ditempat-tempat dimana bentuk geometris konstruksi serta fungsi beban mengalami perubahan.

Ada beberapa cara untuk menyatakan vektor beban yang mewakili seluruh pembebanan pada elemen.

a. Lumped loads

Metode langsung yaitu berupa pendekatan dengan meninjau beban merata pada sebuah elemen yang kemudian membaginya pada 'nodal'. Beban pada 'nodal' merupakan bagian dari beban merata yang berhubungan dengan dengan daerah pengaruh dari 'nodal' tersebut. Beban itu disebut 'lumped loads'.

Contoh :

$$\frac{qL}{4} \quad \frac{qL}{4} \quad \frac{qL}{4} \quad \frac{qL}{4}$$

Vektor beban akibat q τ/m dapat dibentuk dengan catatan bahwa panjang daerah pengaruh tiap titik adalah $\frac{1}{2} L$. Gaya resultan dalam tiap daerah pengaruh adalah $\frac{1}{2} qL$ yang bekerja pada jarak $\frac{1}{4} L$ dari titik 'nodal' tersebut.

Matriks pembebanannya adalah sebagai berikut:

$$\{Q\} = \frac{qL}{8} \begin{bmatrix} 4 & L & 4 & -L \end{bmatrix}$$

b. Consistent loads

'Lumped loads' biasanya mudah pembentukannya dan kegunaannya cukup baik untuk menganalisa suatu persoalan.

Tetapi perhitungan dengan menggunakan 'Consistent loads' lebih baik, hanya agak sulit untuk mendapatkannya.

'consistent loads' dapat dihitung sebagai berikut :

dasarnya adalah energi potensial minimum

$$I_p = \delta u - \delta W = 0$$

$$I_p = \int_0^L du(u, v, \theta) - \int_0^L (\bar{Q}_x u + \bar{Q}_y v + \bar{M}_z \theta) ds$$

Energi potensial minimum $I_p = 0$

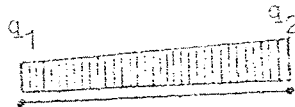
Jadi persamaan

$$\{\delta\}^T \left(\int_0^L [B]^T [D] [B] \{\delta\} - \int_0^L [A^{-1}]^T \{\delta\}^T \{\phi\}^T Q ds \right) = 0$$

$$\{F\} = [K]\{\delta\}$$

dimana : $\{F\} = \int_0^L [A^{-1}]^T \{\phi\}^T Q ds$

Contoh :



$$\{P\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{-3}{L^2} & \frac{2}{L^3} & 1 \\ 0 & 1 & \frac{-2}{L} & \frac{1}{L^2} & X \\ 0 & 0 & \frac{3}{L^2} & \frac{-2}{L^3} & X^2 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{L} & \frac{1}{L^2} & X^3 \end{bmatrix} \int_0^L \left(q_1 - \frac{X}{L} q_1 + \frac{X}{L} q_2 \right) dx$$

matriks $[A^{-1}]^T$

$$[A^{-1}]^T \int_0^L \begin{bmatrix} q_1 - \frac{X}{L} q_1 + \frac{X}{L} q_2 \\ q_1 X - \frac{X^2}{L} q_1 + \frac{X^2}{L} q_2 \\ q_1 X^2 - \frac{X^3}{L} q_1 + \frac{X^3}{L} q_2 \\ q_1 X^3 - \frac{X^4}{L} q_1 + \frac{X^4}{L} q_2 \end{bmatrix} dx =$$

$$\frac{L}{60} \begin{bmatrix} 21 q_1 + 9 q_2 \\ (3 q_1 + 2 q_2) L \\ 9 q_1 + 21 q_2 \\ (2 q_1 + 3 q_2) (-L) \end{bmatrix}$$

Untuk beban merata $q_1 = q_2$

$$P = \frac{L}{60} \begin{bmatrix} 30 q \\ 5 qL \\ 30 q \\ -5 qL \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} qL \\ 1/12 qL^2 \\ \frac{1}{2} qL \\ -1/12 qL^2 \end{bmatrix}$$

Contoh untuk beban horizontal.

Kolom yang menderita akibat berat sendiri pada sistim koordinat lokal merupakan pembebanan horizontal.

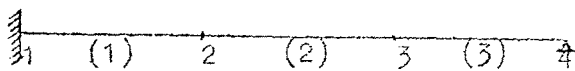
$$\begin{aligned}
 P &= \int_0^L \left[A^{-1} \right]^T \left[\phi \right]^T q \, dx \\
 &= \left[A^{-1} \right]^T \int_0^L \begin{bmatrix} 1 & x \\ 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \frac{1}{2}qL^2 \end{bmatrix} dx \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{L} \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} qL \\ \frac{1}{2}qL^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}qL \\ \frac{1}{2}qL \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

6. Penggabungan (assemblage) Matriks kekakuan elemen dan matriks beban.

Setelah matriks kekakuan elemen dan matriks beban dari sebuah elemen didapat, maka langkah berikutnya yang penting adalah penggabungan menjadi matriks kekakuan total dan matriks beban total didalam sistim koordinat global.

Perhitungan selanjutnya mempergunakan 'computer' untuk memecahkan persoalan dengan memasukkan 'boundary conditions' dari seluruh konstruksi., sehingga akan didapat 'displacement'nya.

Contoh dalam bentuk notasi



Setiap titik mengandung 3 D.O.F.

Matriks kekakuan total

$$\begin{bmatrix}
 K_{AA}^{12} & K_{AB}^{12} & 0 & 0 \\
 K_{BA}^{12} & K_{BB}^{12} + K_{AB}^{23} & K_{AB}^{23} & 0 \\
 0 & K_{BA}^{23} & K_{BB}^{23} + K_{AB}^{34} & K_{AB}^{34} \\
 0 & 0 & K_{BA}^{43} & K_{BB}^{34}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}$$

9. Menghitung 'stress' pada titik 'nodal'

Untuk 'stress' adalah sebagai berikut

$$\sigma = E \epsilon$$

jadi:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{iN} \\ \sigma_{iM} \\ \sigma_{jN} \\ \sigma_{jM} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} & 0 & 0 & -\frac{E}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6EY}{L^2} & \frac{4EY}{L} & 0 & -\frac{6EY}{L^2} & \frac{2EY}{L} \\ \frac{E}{L} & 0 & 0 & -\frac{E}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6EY}{L^2} & -\frac{2EY}{L} & 0 & \frac{6EY}{L^2} & -\frac{4EY}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

Pada ujung balok bagian atas harga 'stress' didapat dengan memasukkan harga $Y = \frac{1}{2}H$ dan bagian bawah dengan $Y = -\frac{1}{2}H$.

Keterangan:

Index i_N menunjukkan akibat normal dititik i.

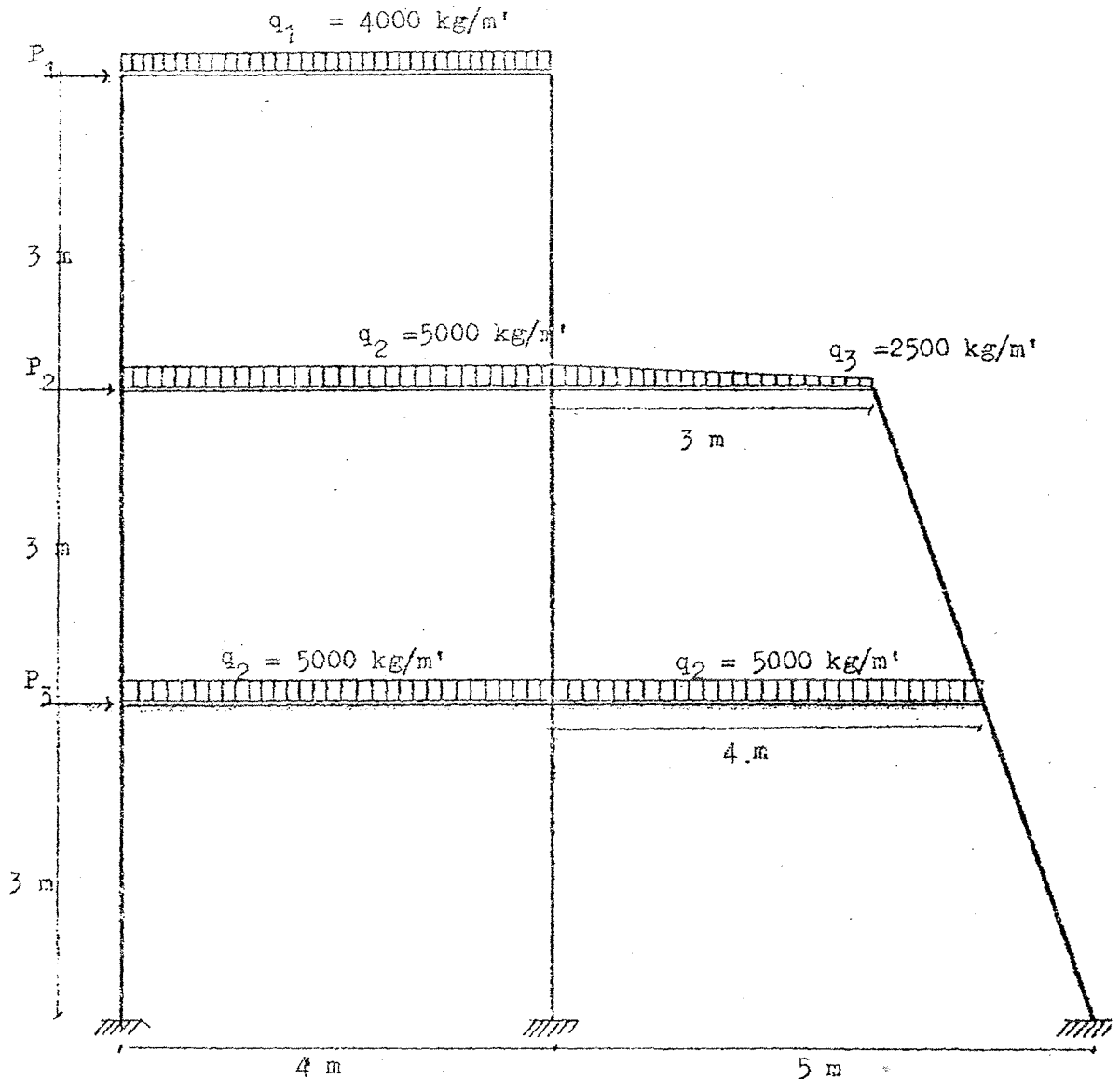
i_M menunjukkan akibat momen dititik i.

10. Menghitung Momen pada titik 'nodal'.

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad M = -\frac{EI}{1} \frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{EI}{Y} \epsilon$$

$$\begin{Bmatrix} M_i \\ M_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_i \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

BAB IV. CONTOH SOAL.



Portal bertingkat seperti tergambar dengan data-data sebagai berikut:

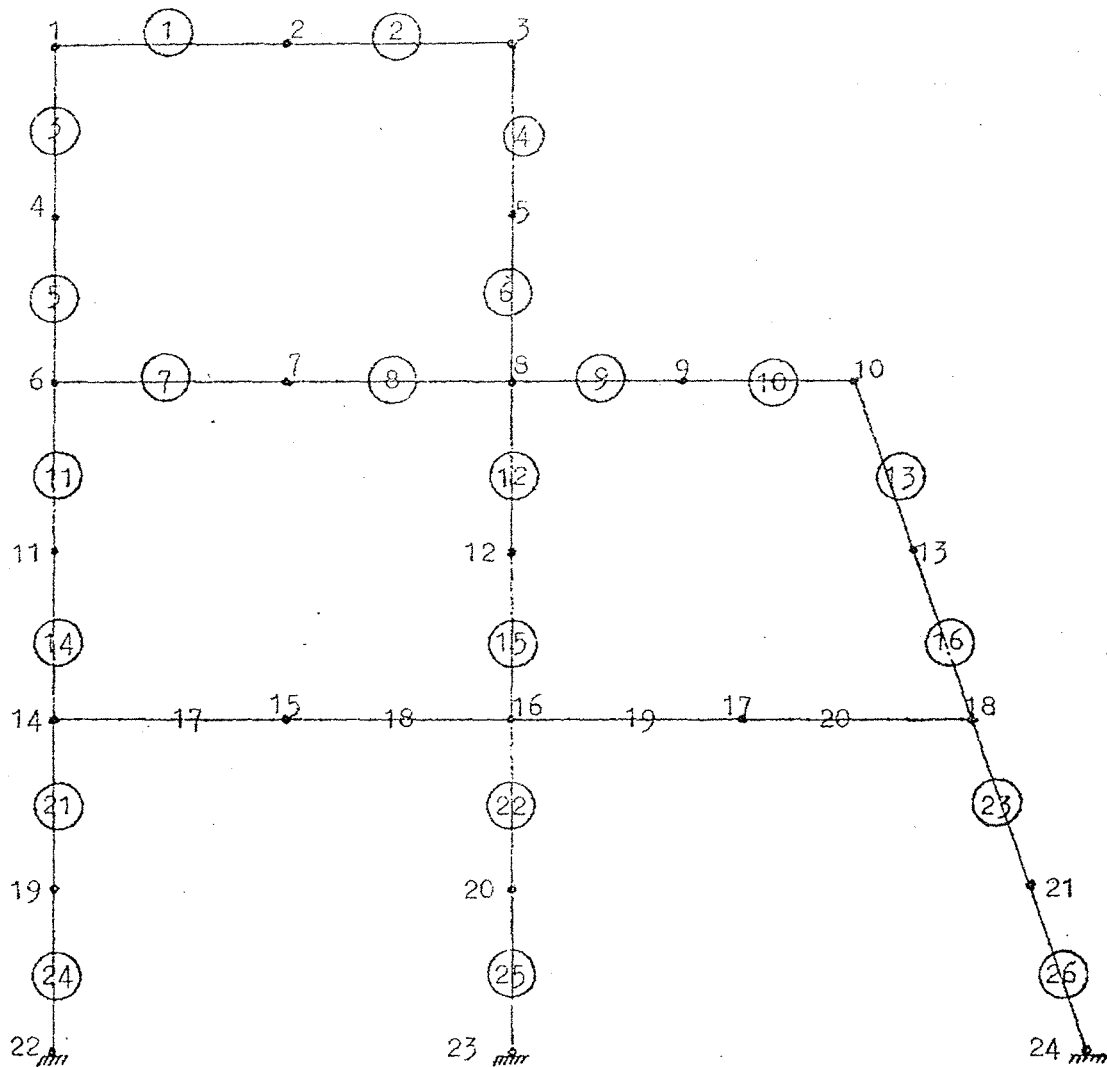
Balok dengan lebar $B = 30 \text{ cm}$ tinggi $H = 60 \text{ cm}$

Kolom dengan lebar $B = 30 \text{ cm}$ tinggi $H = 40 \text{ cm}$

Beban terbagi merata sesuai dengan gambar serta beban-beban terpusat berarah mendatar kekanan : $P_1 = 2000 \text{ kg}$

$P_2 = 4000 \text{ kg}$ dan $P_3 = 5000 \text{ kg}$

E (modulus elastisitas) $= 100000 \text{ kg/cm}^2$



Pembagian dalam elemen-elemen.

Setiap bentang atau tinggi dibagi menjadi dua bagian yang sama.

Maka jumlah elemen total = 26

Jumlah titik nodal = 24

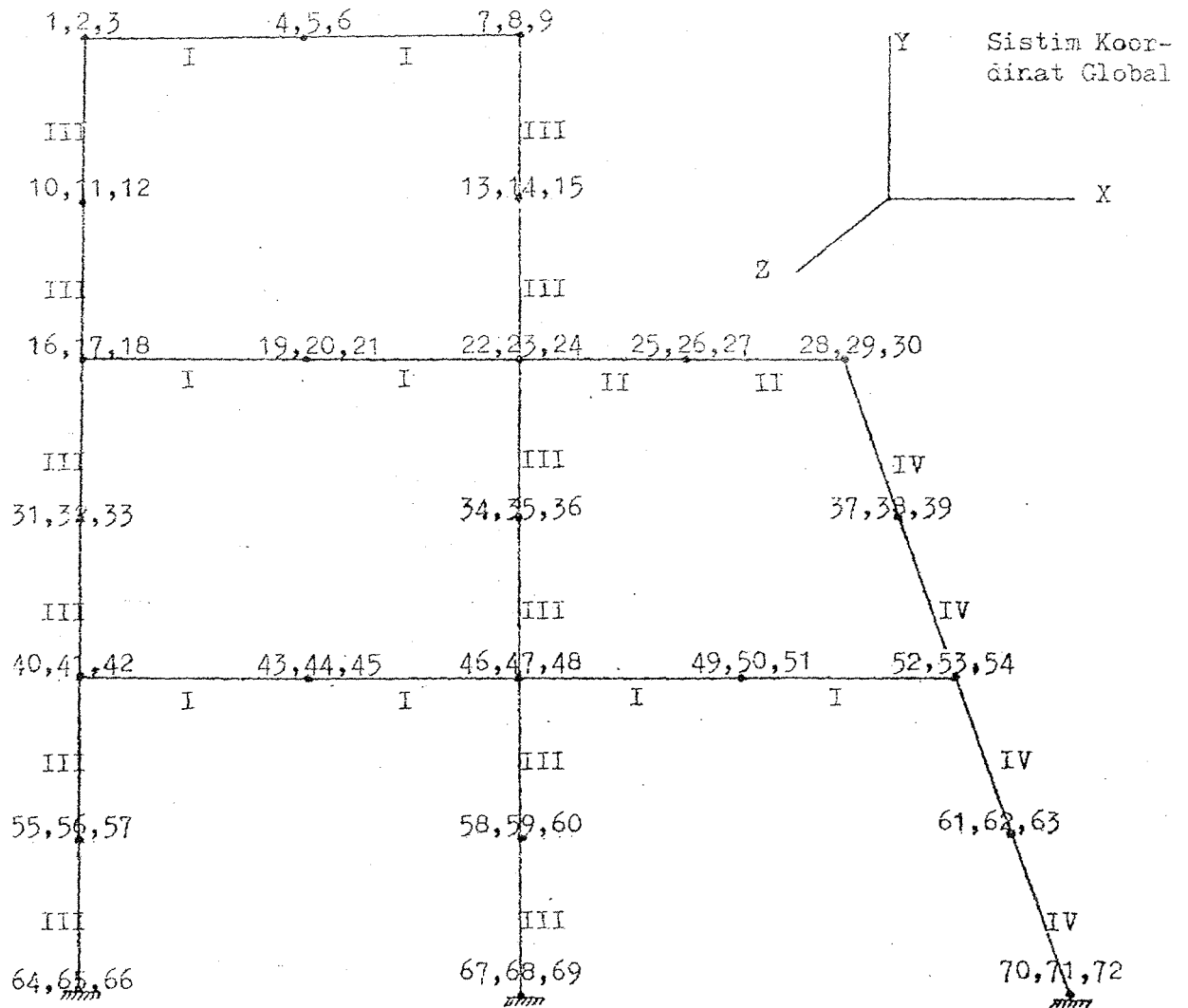
Jumlah DOF = $3 \times 24 = 72$

Setiap titik nodal mengandung 3 D.O.F. yang dituliskan berturut-turut (a,b,c) dimana

a = translasi arah sumbu X pada koordinat Global.

b = translasi arah sumbu Y pada koordinat Global.

c = rotasi pada bidang XY untuk koordinat Global.



Type I : B = 30 cm

$$A = 1800 \text{ cm}^2$$

$$L = 200 \text{ cm}$$

$$\alpha = 0^\circ$$

$$H = 60 \text{ cm}$$

$$I = 540000 \text{ cm}^4$$

Type III : B = 30 cm

$$A = 1200 \text{ cm}^2$$

$$L = 150 \text{ cm}$$

$$\alpha = 270^\circ$$

$$H = 40 \text{ cm}$$

$$I = 160000 \text{ cm}^4$$

Type II : B = 30 cm

$$A = 1800 \text{ cm}^2$$

$$L = 150 \text{ cm}$$

$$\alpha = 0^\circ$$

$$H = 60 \text{ cm}$$

$$I = 540000 \text{ cm}^4$$

Type IV : B = 30 cm

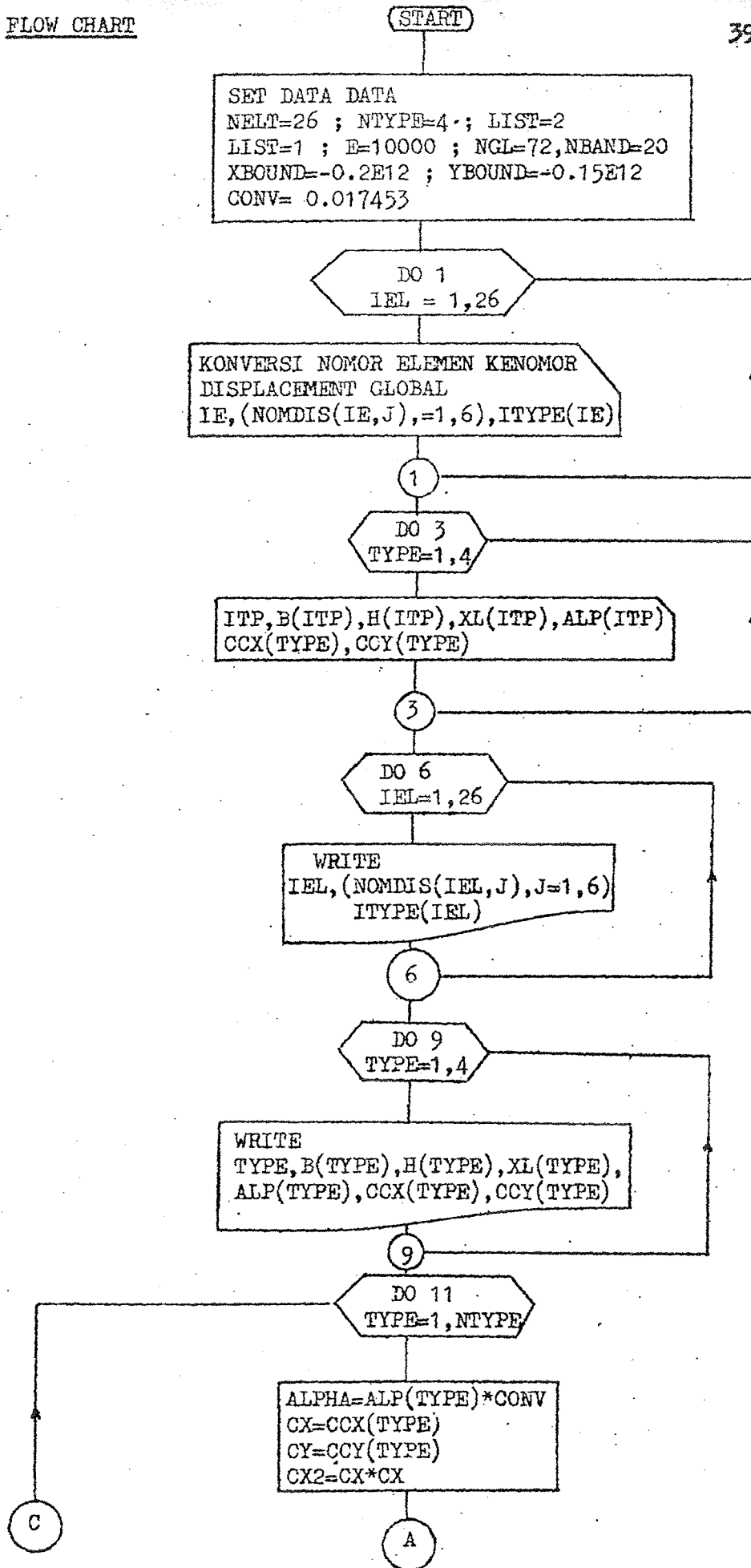
$$A = 1200 \text{ cm}^2$$

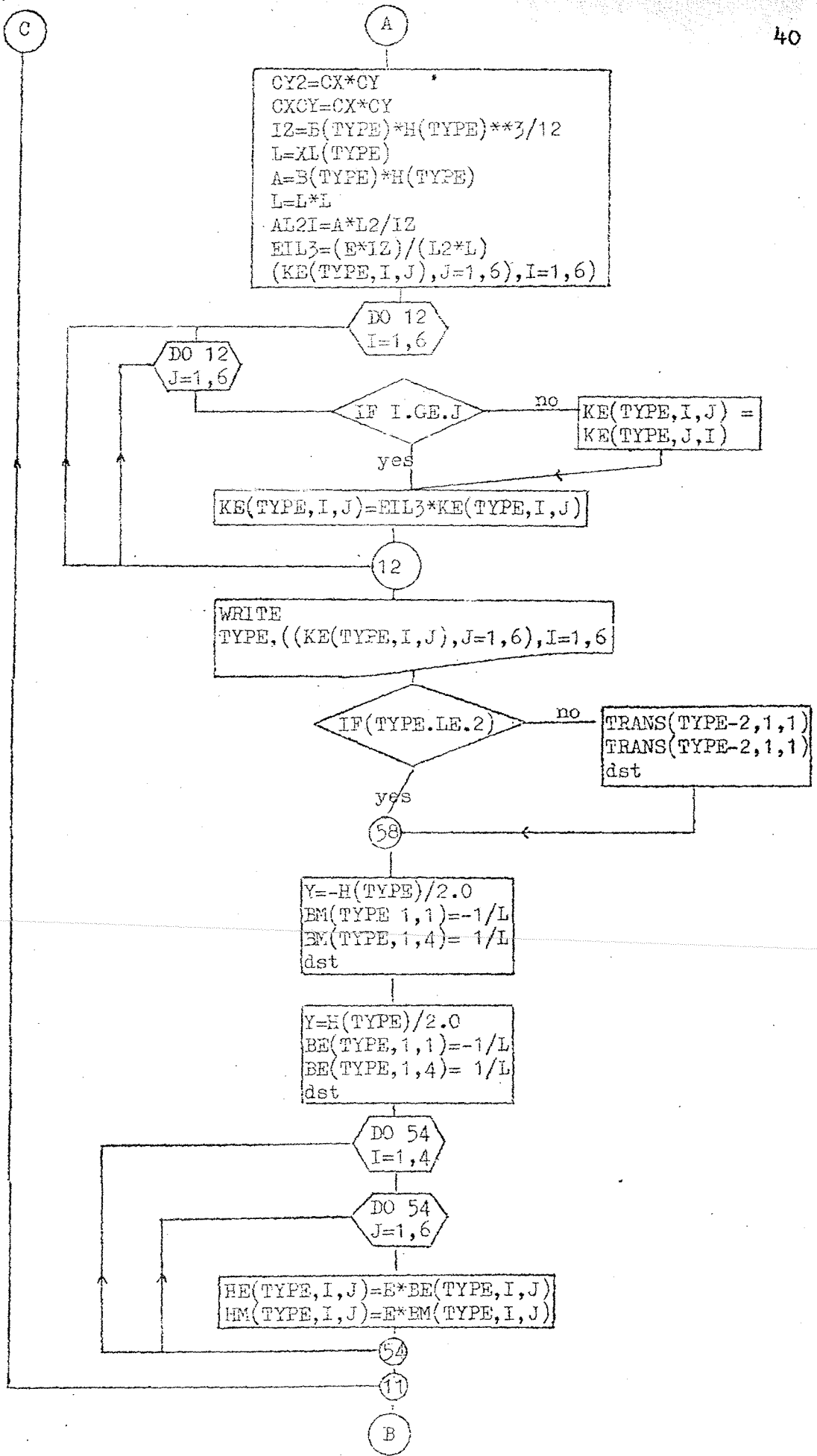
$$L = 158,1139 \text{ cm}$$

$$\alpha = 288^\circ 26' 5''$$

$$H = 40 \text{ cm}$$

$$I = 160000 \text{ cm}^4$$





```

CY2=CX*CY
CXCY=CX*CY
I2=B(TYPE)*H(TYPE)**3/12
L=XL(TYPE)
A=B(TYPE)*H(TYPE)
L=L*L
AL2I=A*L2/I2
EIL3=(E*I2)/(L2*L)
(KE(TYPE,I,J),J=1,6),I=1,6)

```

DO 12
I=1,6

DO 12
J=1,6

IF I.GE.J

no
KE(TYPE,I,J) =
KE(TYPE,J,I)

yes
KE(TYPE,I,J)=EIL3*KE(TYPE,I,J)

12

WRITE
TYPE, ((KE(TYPE,I,J),J=1,6),J=1,6)

IF(TYPE.LE.2)

no
TRANS(TYPE-2,1,1)
TRANS(TYPE-2,1,1)
dst

yes
58

Y=-H(TYPE)/2.0
EM(TYPE,1,1)=-1/L
EM(TYPE,1,4)= 1/L
dst

Y=H(TYPE)/2.0
BE(TYPE,1,1)=-1/L
BE(TYPE,1,4)= 1/L
dst

DO 54
I=1,4

DO 54
J=1,6

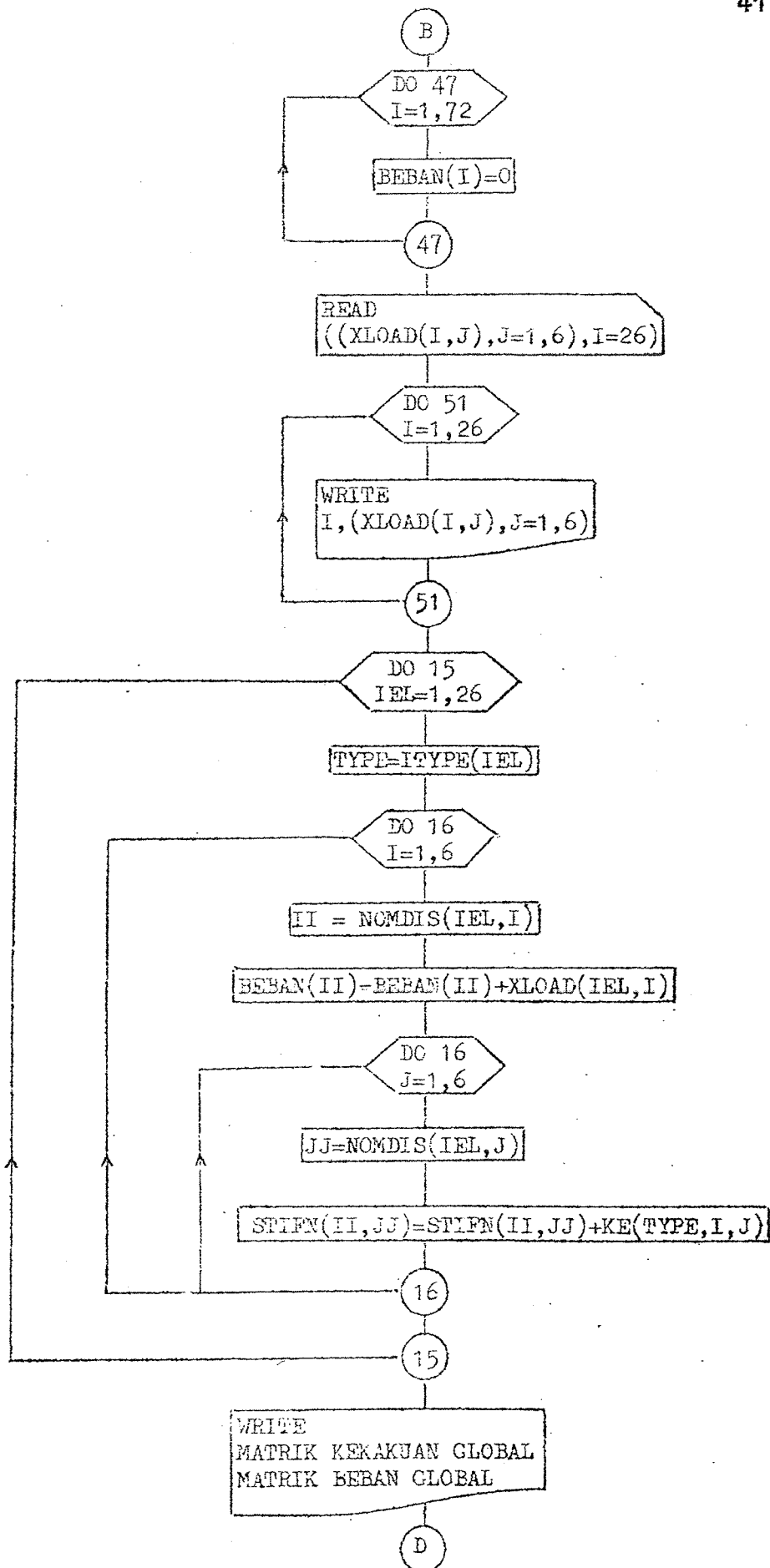
HE(TYPE,I,J)=E*BE(TYPE,I,J)
HM(TYPE,I,J)=E*EM(TYPE,I,J)

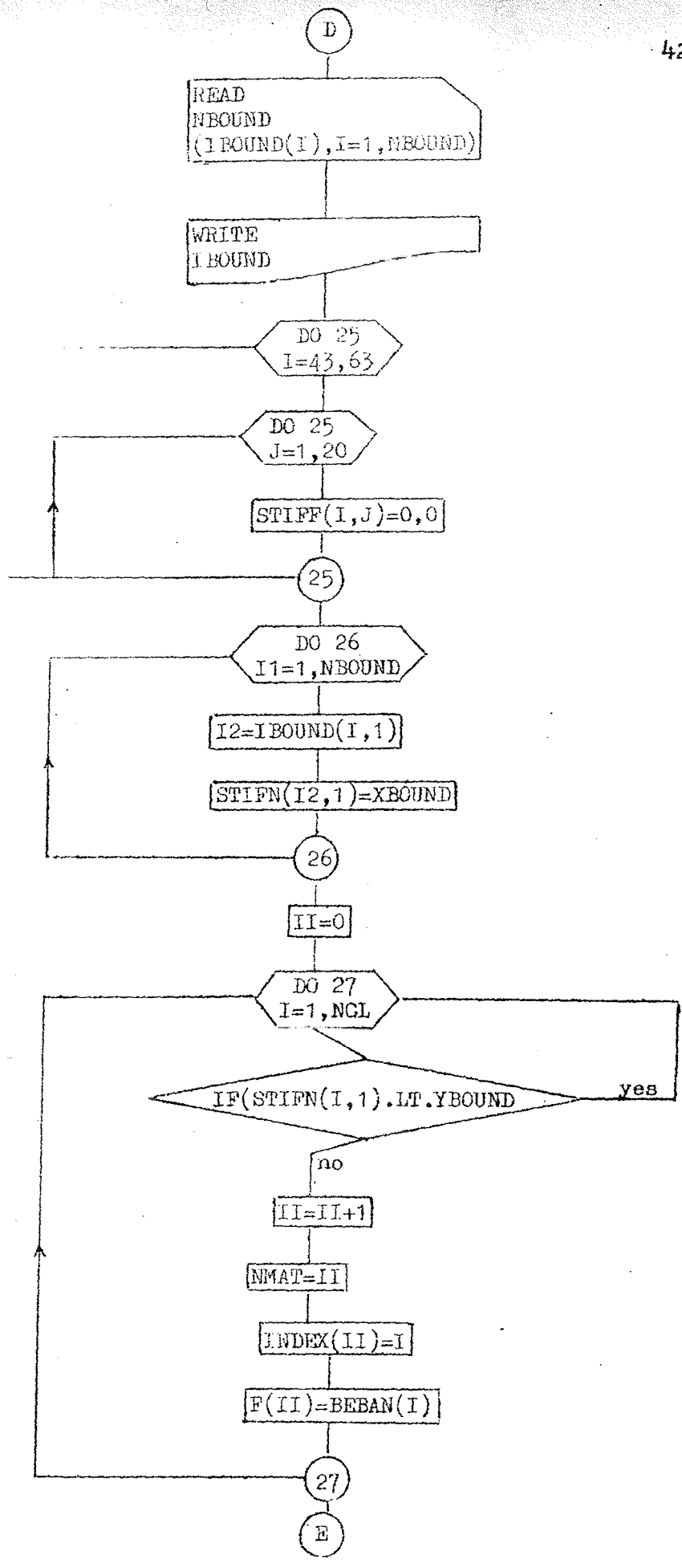
54

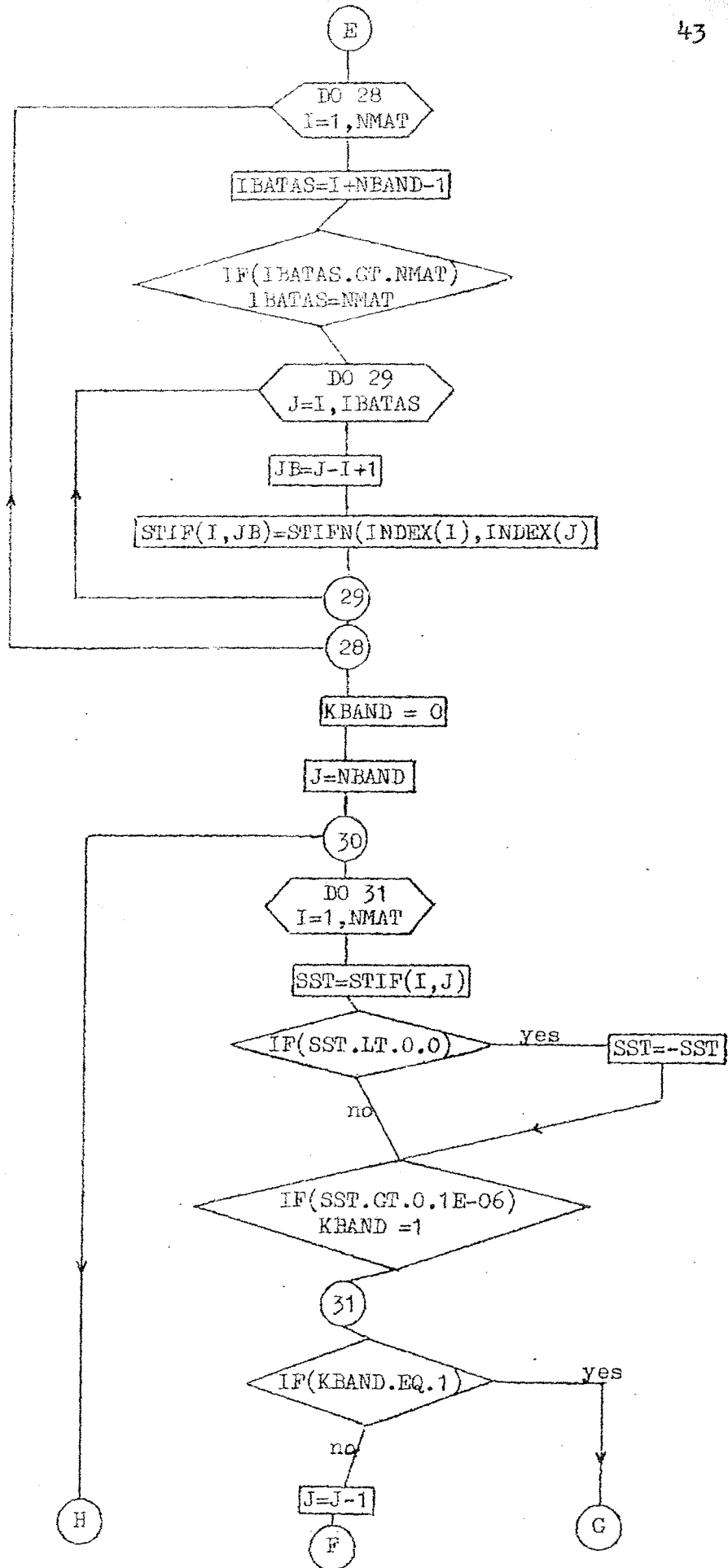
11

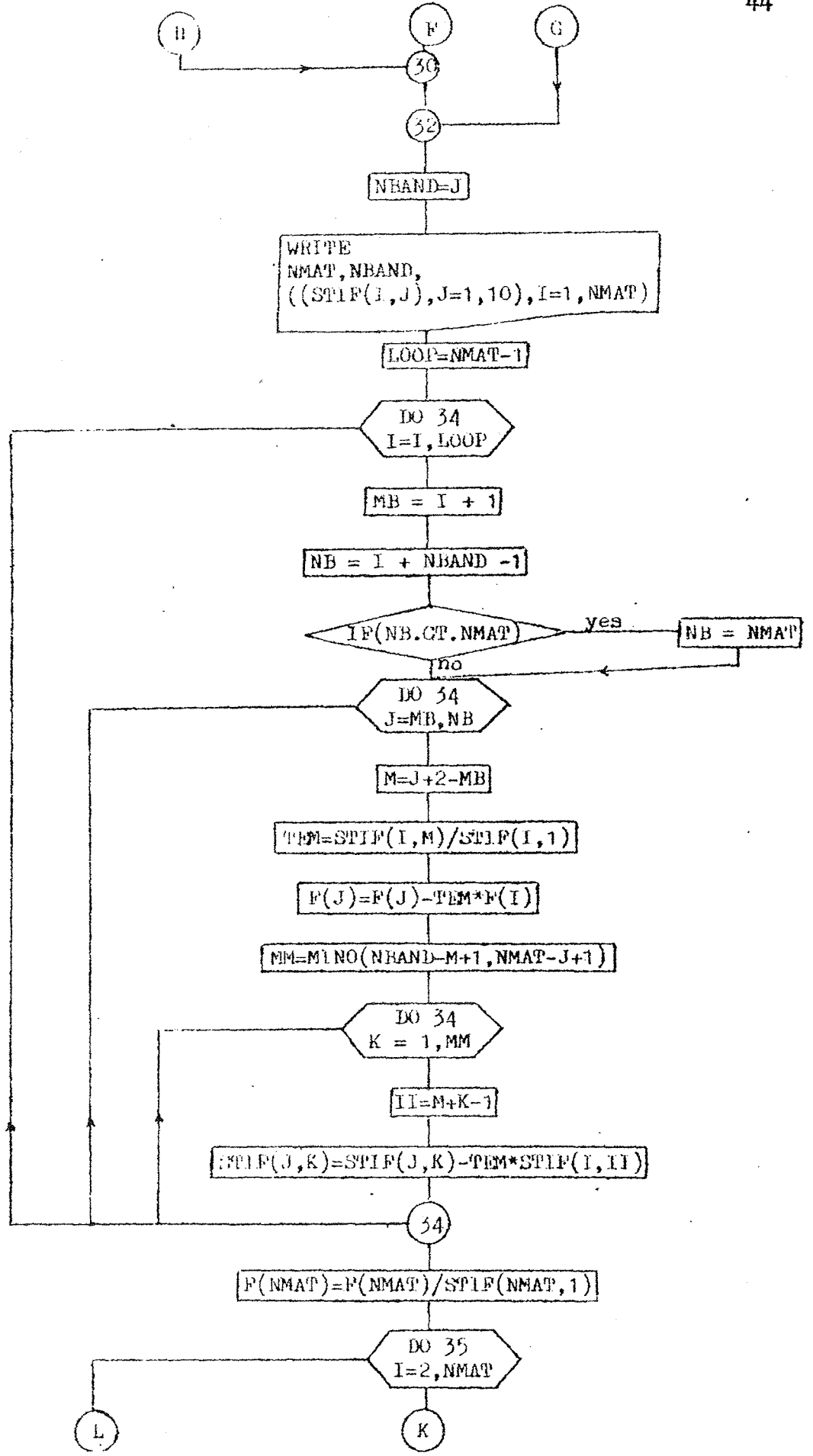
B

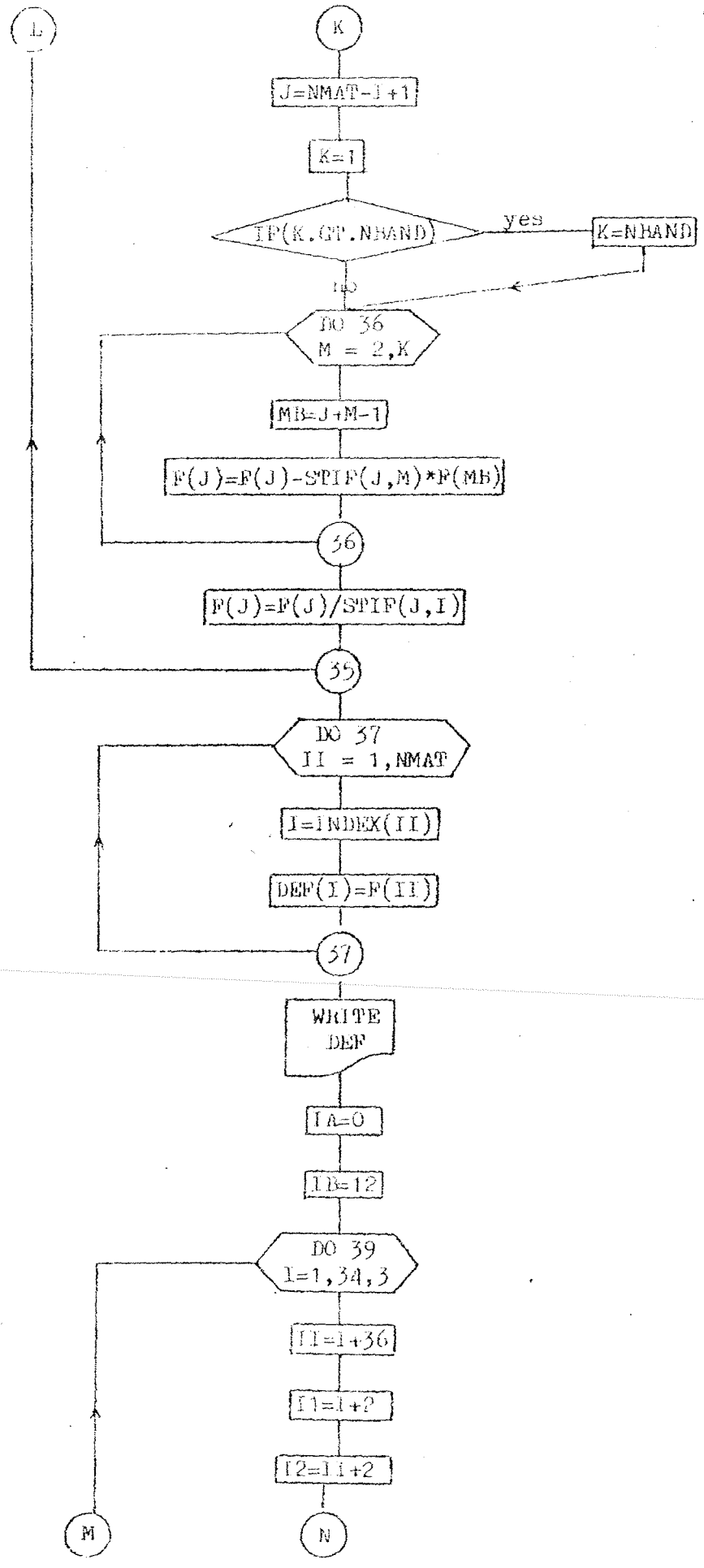
C

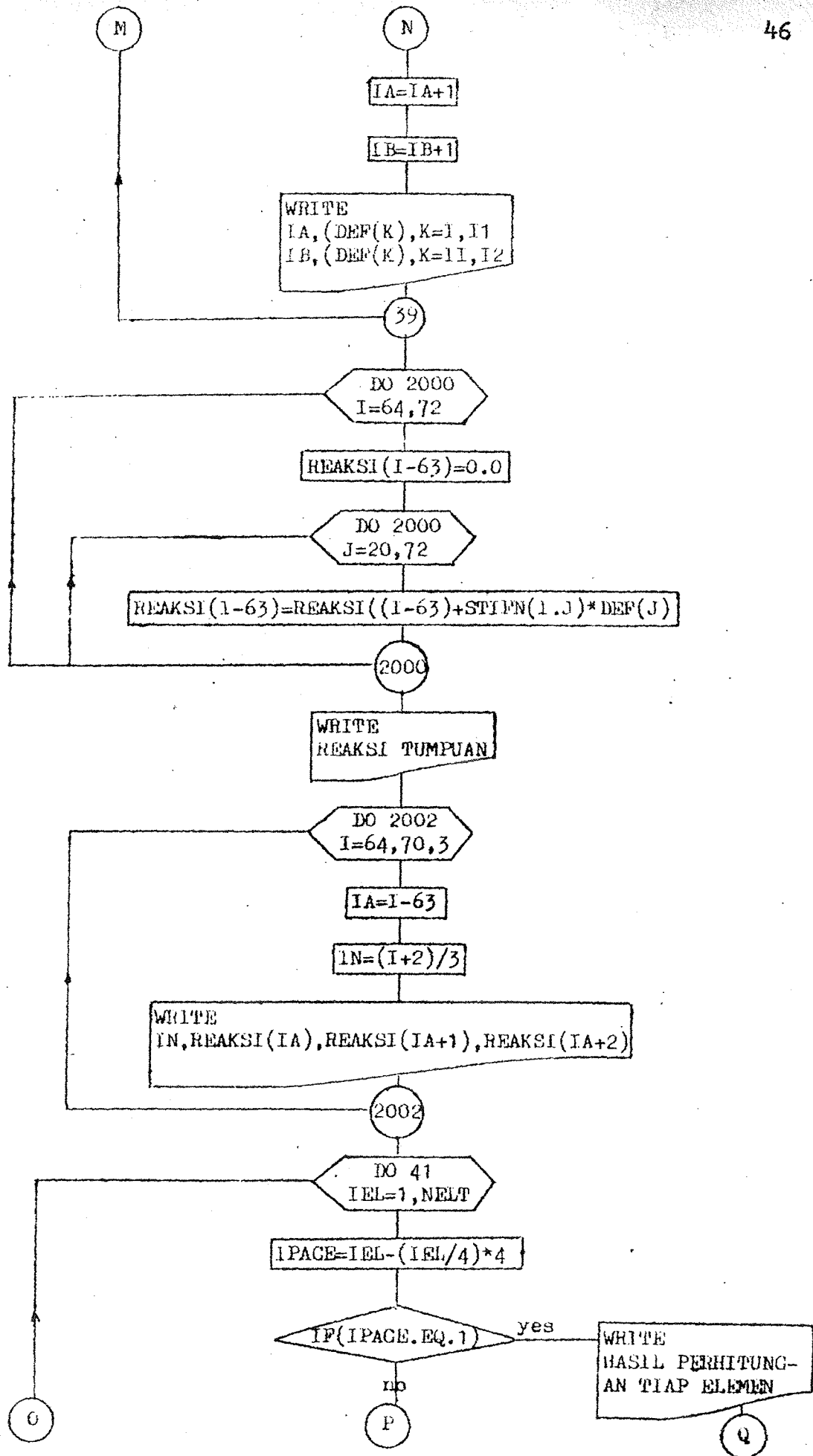


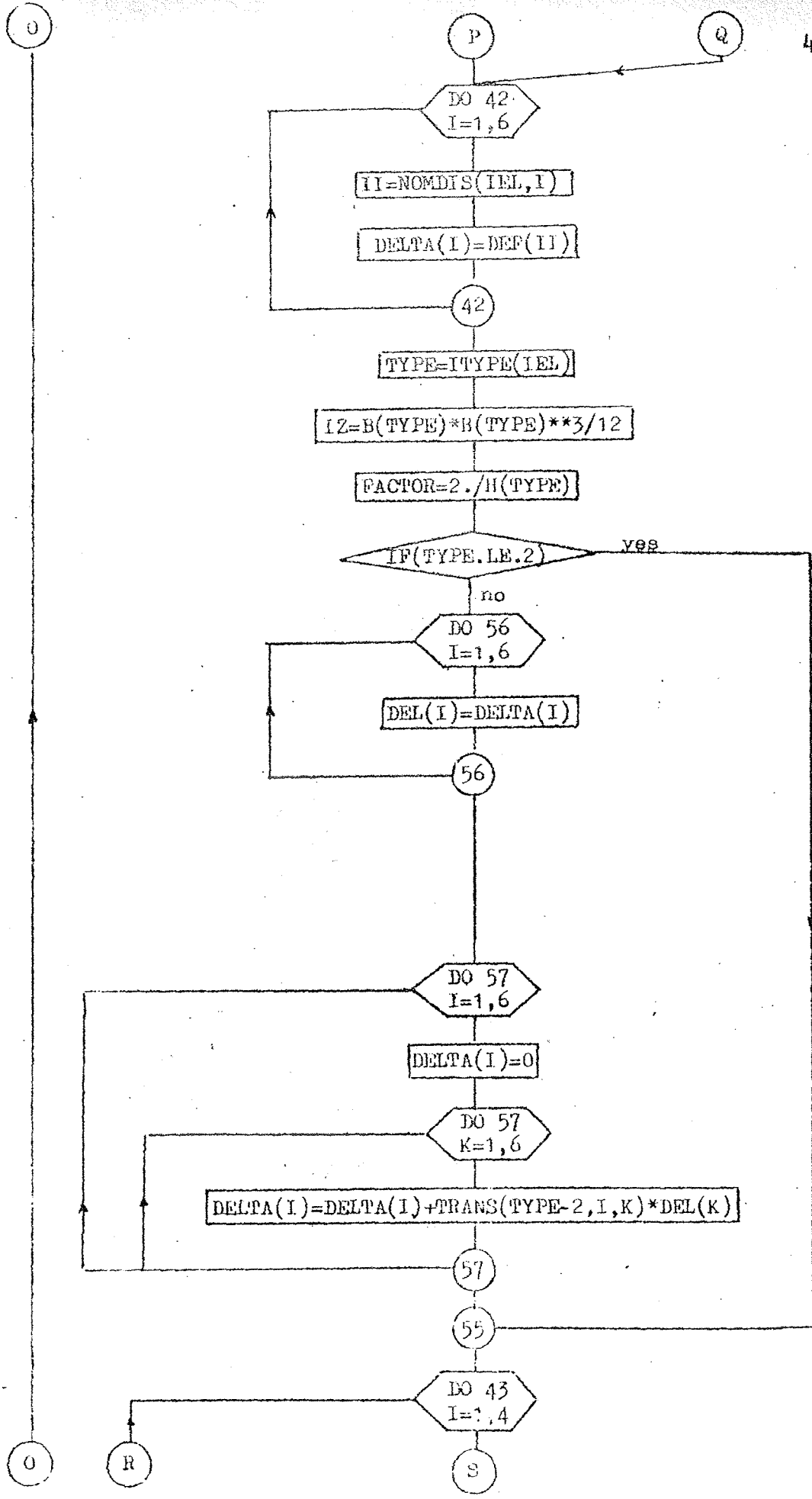


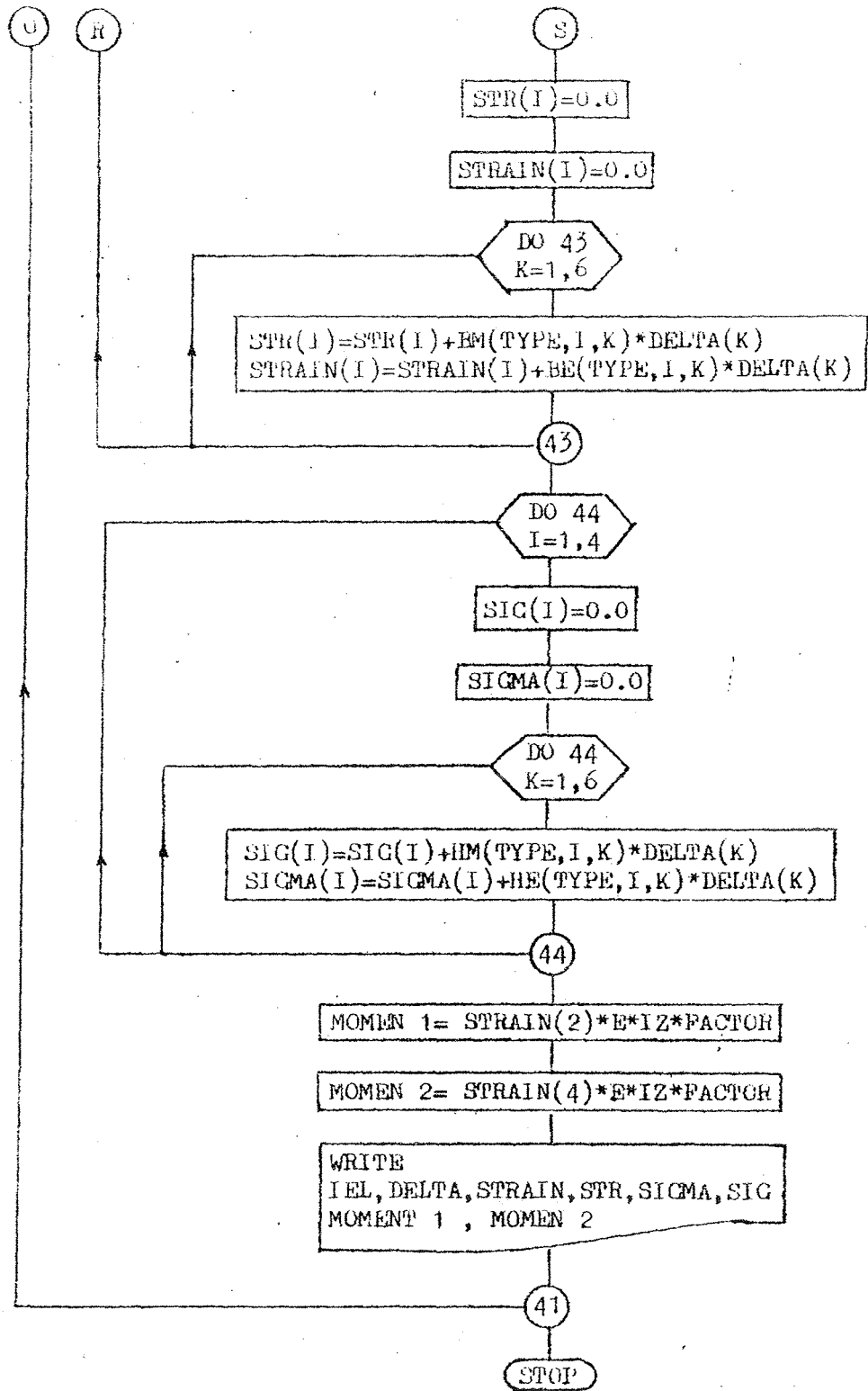












```

0001 REAL*8 STIF(63,23), IEM, F(63)/43*0.0/
0002 REAL*4 L(12), KC(4,6,6), STIFN(72,72)/5184*0.0/,
      *RFBAN(72), XLOAD(26,6), CCX(4), CCY(4),
      *E(4), H(4), BE(4,6,6)/144*0.0/, HE(4,6,6)/144*0.0/,
      *XL(4), ALP(4), STRAIN(4), SIGMA(4), DELTA(6), DEL(6),
      *HM(4,6,6)/144*0.0/, BM(4,6,6)/144*0.0/, STR(4), SIG(4),
      *MOMEN1, MOMEN2, REAKSI(9),
      *DEF(72)/72*0.0/, TRANS(2,6,6)/72*0.0/, IZ
0003 INTEGER*2 IYF, INDEX(65), IBOUND(9), NOMDIS(26,6), ITYPE(26)
0004 NELT=26
0005 NTYPE=4
0006 LIST=2
0007 LIST=1
0008 E=100000.0
0009 NGL=72
0010 NBAND=20
0011 XBOUND=-0.2E12
0012 YBOUND=-0.15E12
0013 CONV=0.017453
0014 DO 1 IEL=1,26
0015 READ(1,2) IE, (NOMDIS(IE, J), J=1,6), ITYPE(IE)
0016 2 FORMAT(8I3)
0017 1 CONTINUE
0018 DO 3 TYPE=1,4
0019 READ(1,4) ITP, B(ITP), H(ITP), XL(ITP), ALP(ITP), CCX(ITYPE), CCY(ITYPE)
0020 4 FORMAT(I3,2F4.0,2F8.3,2F10.4)
0021 3 CONTINUE
0022 WRITE(3,5)
0023 5 FORMAT('1'/////////40X, 'TABEL NOMOR DISPLACEMENT TIAP ELEMEN'/
      *47X, 'PADA SISTIM GLOBAL'/37X, 42('='))

```



```

0024      DO 4 ILL=1,26
0025          WRITE(3,7) ILL,(NOMDIS(IEL,J),J=1,6),ITYPE(ILL)
0026      7 FORMAT(37X,8I5)
0027      8 CONTINUE
0028          WRITE(3,8)
0029      8 FORMAT(37X,42('='))//46X,'TABEL DATA TIAP ELEMEN'/46X,22('=')//)
0030      DO 9 IYPE=1,4
0031          WRITE(3,10) IYPE,B(IYPE),H(IYPE),XL(IYPE),ALP(IYPE),
          *CCX(IYPE),CCY(IYPE)
0032      10 FORMAT(40X,I3,2F6.0,4F10.5)
0033      9 CONTINUE
0034      DO 11 IYPE=1,NTYPE
0035          ALPHA=ALP(IYPE)*CONV
0036          CX=CCX(IYPE)
0037          CY=CCY(IYPE)
0038          CX2=CX*CX
0039          CY2=CY*CY
0040          CXCY=CX*CY
0041          IZ=B(IYPE)*H(IYPE)**3/12
0042          L=XL(IYPE)
0043          A=B(IYPE)*H(IYPE)
0044          L2=L*L
0045          AL2I=A*I2/I2
0046          EIL3=(E*IZ)/(L2*L)
0047          Y=H(IYPE)/2
0048          KE(IYPE,1,1)=AL2I*CX2+12.*CY2
0049          KE(IYPE,2,1)=(AL2I-12.)*CXCY
0050          KE(IYPE,2,2)=AL2I*CY2+12.*CX2

```

```
0051      KE(TYPE,3,1)=-6.*L*CY
0052      KE(TYPE,3,2)= 6.*L*CX
0053      KE(TYPE,3,3)= 4.*L*L
0054      KE(TYPE,4,1)=- (AL2I*CX2+12.*CY2)
0055      KE(TYPE,4,2)=- (AL2I-12.)*CX*CY
0056      KE(TYPE,4,3)= 6.*L*CY
0057      KE(TYPE,4,4)=AL2I*CX2+12.*CY2
0058      KE(TYPE,5,1)=- (AL2I-12.)*CX*CY
0059      KE(TYPE,5,2)=- (AL2I*CY2+12.*CX2)
0060      KE(TYPE,5,3)=-6.*L*CX
0061      KE(TYPE,5,4)= (AL2I-12.)*CX*CY
0062      KE(TYPE,5,5)=AL2I*CY2+12.*CX2
0063      KE(TYPE,6,1)=-6.*L*CY
0064      KE(TYPE,6,2)= 6.*L*CX
0065      KE(TYPE,6,3)= 2.*L*L
0066      KE(TYPE,6,4)= 6.*L*CY
0067      KE(TYPE,6,5)=-6.*L*CX
0068      KE(TYPE,6,6)=4.*L2
0069      DO 12 I=1,6
0070      DO 12 J=1,6
0071      IF (I.GE.J) GO TO 13
0072      KE(TYPE,I,J)=KE(TYPE,J,I)
0073      13 KE(TYPE,I,J)=E1/3*KE(TYPE,I,J)
0074      12 CONTINUE
0075      WRITE(3,14) TYPE,((KE(TYPE,I,J),J=1,6),I=1,6)
0076      14 FORMAT('1',15(/),50X,'MARIKS KEKAKUAN TYPE',I3/
      *50X,24('=')//6(25X,6G12,4//))
```

```

0077      IF(TYPE.LE.2) GO TO 58
0078      TRANS(TYPE-2,1,1)=CX
0079      TRANS(TYPE-2,1,2)=CY
0080      TRANS(TYPE-2,2,1)=-CY
0081      TRANS(TYPE-2,2,2)=CX
0082      TRANS(TYPE-2,3,3)=1.
0083      TRANS(TYPE-2,4,4)=CX
0084      TRANS(TYPE-2,4,5)=CY
0085      TRANS(TYPE-2,5,4)=-CY
0086      TRANS(TYPE-2,5,5)=CX
0087      TRANS(TYPE-2,6,6)=1.
0088      58 CONTINUE
0089      Y=-H(TYPE)/2.0
0090      BM(TYPE,1,1)=1./L
0091      BM(TYPE,1,4)=-1./L
0092      BM(TYPE,2,2)=(6.*Y)/L2
0093      BM(TYPE,2,3)=(4.*Y)/L
0094      BM(TYPE,2,5)=- (6.*Y)/L2
0095      BM(TYPE,2,6)=(2.*Y)/L
0096      BM(TYPE,3,1)=1./L
0097      BM(TYPE,3,4)=-1./L
0098      BM(TYPE,4,2)=- (6.*Y)/L2
0099      BM(TYPE,4,3)=- (2.*Y)/L
0100      BM(TYPE,4,5)= (6.*Y)/L2
0101      BM(TYPE,4,6)=- (4.*Y)/L
0102      Y=H(TYPE)/2.
0103      BE(TYPE,1,1)=1./L
0104      BE(TYPE,1,4)=-1./L
0105      BE(TYPE,2,2)=(6.*Y)/L2
0106      BE(TYPE,2,3)=(4.*Y)/L
0107      BE(TYPE,2,5)=- (6.*Y)/L2

```

```

0108      BE(TYPE,2,6)=(2.*Y)/L
0109      BE(TYPE,3,1)=1./L
0110      BE(TYPE,3,4)=-1./L
0111      BE(TYPE,4,2)=-(6.*Y)/L2
0112      BE(TYPE,4,3)=-12.*Y)/L
0113      BE(TYPE,4,5)=(6.*Y)/L2
0114      BE(TYPE,4,6)=-14.*Y)/L
0115      DO 54 I=1,4
0116      DO 54 J=1,6
0117      HE(TYPE,I,J)=E*BE(TYPE,I,J)
0118      HM(TYPE,I,J)=E*BM(TYPE,I,J)
0119      54 CONTINUE
0120      11 CONTINUE
0121      DO 47 I=1,72
0122      47 BEBAN(I)=0.
0123      READ(1,50) ((XLOAD(I,J),J=1,6),I=1,26)
0124      50 FORMAT(6F10.2)
0125      WRITE(3,53)
0126      53 FORMAT('1'/////////61X,'DAFTAR MATRIKS BEBAN TIAP ELEMEN'/
*35X,73('='))
0127      DO 51 I=1,26
0128      . WRITE(3,52) I,(XLOAD(I,J),J=1,6)
0129      52 FORMAT(35X,I3,2X,6F12.2)
0130      51 CONTINUE
0131      DO 15 IEL=1,26
0132      TYPE=ITYPE(IEI)
0133      DO 16 I=1,6
0134      II=NONDIS(IEI,I)
0135      BEBAN(II)=BEBAN(II)+XLOAD(IEI,I)

```

```

0136      DO 16 J=1,6
0137      JJ=NEMDIS(IEI,J)
0138      STIFN(II,JJ)=STIFN(II,JJ)+KE(TYPE,I,J)
0139      16 CONTINUE
0140      15 CONTINUE
0141      GO TO(17,18),LIST
0142      17 DO 19 IP=1,65,8
0143      IFIN=IP+7
0144      DO 20 IB=1,37,36
0145      IC=IB+35
0146      WRITE(3,21) IP,IFIN,IB,IC,((STIFN(I,J),J=IP,IFIN),I=IB,IC)
0147      21 FORMAT('1',10(/),5 X,'MARIKS KEKAKUAN GLOBAL'//
*58X,'KOLUM',I3,' S/D',I3//58X,'BARIS',I3,' S/D',I3//18X,96('=')//
*36(18X,8G12,4//18X,96('='))

0148      20 CONTINUE
0149      19 CONTINUE
0150      18 CONTINUE
0151      WRITE(3,59)
0152      59 FORMAT('1'////////42X,'MARIKS BEBAN UNTUK SISTIM GLOBAL'//
*37X,45('=')//39X,'TITIK',6X,'EX',9X,'EY',10X,'M'//37X,45('=')//

0153      DO 60 I=1,24
0154      II=(I-1)*3+1
0155      WRITE(3,61) I,BEBAN(II),BEBAN(II+1),BEBAN(II+2)
0156      60 CONTINUE
0157      WRITE(3,62)
0158      61 FORMAT(40X,I3,2X,3F11,2)
0159      62 FORMAT(/37X,45('='))
0160      READ(1,22) NBOUND
0161      22 FORMAT(I4)

```

```

0162 READ(I,23) (IBOUND(I),I=1,NBOUND)
0163 23 FORMAT(20I4)
0164 WRITE(3,24) IBOUND
0165 24 FORMAT('1'///30X,'LIST BOUNDARY'/10X,20I5)
0166 DO 25 I=43,63
0167 DO 25 J=1,20
0168 STIF(I,J)=0.0
0169 25 CONTINUE
0170 DO 26 I1=1,NBOUND
0171 I2=IBOUND(I1)
0172 STIFN(I2,I)=XBOUND
0173 26 CONTINUE
0174 II=0
0175 DO 27 I=1,NGL
0176 IF(STIFN(I,I).LT.YBOUND) GO TO 27
0177 II=II+1
0178 NMAT=II
0179 INDEX(II)=I
0180 E(II)=REBAN(II)
0181 27 CONTINUE
0182 DO 28 I=1,NMAT
0183 IBATAS=I+NBAND-1
0184 IF(IBATAS.GT.NMAT) IBATAS=NMAT
0185 DO 29 J=I,IBATAS
0186 JB=J-1+I
0187 STIF(I,JB)=STIFN(INDEX(I),INDEX(J))
0188 29 CONTINUE
0189 28 CONTINUE
0190 KBAND=0
0191 J=NBAND

```

```

0192          30 DO 31 I=1,NMAT
0193             SST=STIF(I,J)
0194             IF(SST.LT.0.0) SST=-SST
0195             IF(SST.GT.0.1F-0e) KBAND=1
0196          31 CONTINUE
0197             IF(KBAND.EQ.1) GO TO 32
0198             J=J-1
0199             GO TO 30
0200          32 NBAND=J
0201             WRITE(3,53) NMAT,NBAND,((STIF(I,J),J=1,10),I=1,NMAT)
0202          33 FORMAT('1'//20X,'UKURAN BAND MARIKS',I3,'X',I3/
*30X,'LIST 10 KOLOM PERTAMA'/10X,100('=')//63(10X,10G12.4/))
0203             LOOP=NMAT-1
0204             DO 34 I=1,LOOP
0205                 MB=I+1
0206                 NB=I+NBAND-1
0207                 IF(NB.GT.NMAT) NB=NMAT
0208                 DO 34 J=MB,NB
0209                     M=I+2-MB
0210                     TEM=STIF(I,M)/STIF(I,I)
0211                     F(J)=F(J)-TEM*F(I)
0212                     MM=MINO(NBAND-M+1,NMAT-J+1)
0213                     DO 34 K=1,MM
0214                         II=M+K-1
0215                         STIF(J,K)=STIF(J,K)-TEM*STIF(I,II)
0216          34 CONTINUE
0217             F(NMAT)=F(NMAT)/STIF(NMAT,1)
0218             DO 35 I=2,NMAT

```

```
0219 J=NMAT-1+1
0220 K=I
0221 IF(K.GT.NBAND) K=NBAND
0222 DO 36 M=2,K
0223 MB=J+M-1
0224 F(J)=F(J)-STIF(J,M)*F(MB)
0225 36 CONTINUE
0226 F(J)=F(J)/STIF(J,1)
0227 35 CONTINUE
0228 DO 37 II=1,NMAT
0229 I=INDEX{II}
0230 DEF(I)=F(II)
0231 37 CONTINUE
0232 WRITE(3,46) DEF
0233 46 FORMAT('1'//////50X,'TABEL DEFORMASI'/24(30X,3G13.4//))
0234 WRITE(3,38)
0235 38 FORMAT('1'//////50X,'M A T R I K S D E F O R M A S I'//
*25X,89('=')/18X,2(7X,'TITIK',5X,'U',12X,'V',10X,'THETA'//
*17X,2(17X,'CM',11X,'CM',11X,'RAD')/25X,89('='//))
0236 IA=0
0237 IB=12
0238 DO 39 I=1,34,3
0239 II=I+36
0240 II=I+2
0241 I2=II+2
0242 IA=IA+1
0243 IB=IB+1
0244 WRITE(3,40) IA,(DEF(K),K=I,II),IB,(DEF(K),K=II,I2)
0245 39 CONTINUE
```



```

0246          WRITE(3,64)
0247          64 FORMAT(/25X,#9('='))
0248          40 FORMAT(21X,2(4X,I3,3G13.4)/)
0249          DO 2000 I=64,72
0250          REAKSI(I-63)=0.0
0251          DO 2000 J=20,72
0252          REAKSI(I-63)=REAKSI(I-63)+STIFN(I,J)*DEF(J)
0253          2000 CONTINUE
0254          WRITE(3,2001)
0255          2001 FORMAT('1'/////30X,'REAKSI TUMPUAN'/30X,14('=')/)
0256          DO 2002 I=64,70,3
0257          IA=I-63
0258          IN=(I+2)/3
0259          2002 WRITE(3,2003) IN,REAKSI(IA),REAKSI(IA+1),REAKSI(IA+2)
0260          2003 FORMAT(20X,I4,3X,3G12.4/)
0261          DO 41 IEL=1,NELT
0262          IPAGE=IEL-(IEL/4)*4
0263          IF(IPAGE.EQ.1) WRITE(3,63)
0264          63 FORMAT('1'/////30X,'HASIL PERHITUNGAN TIAP ELEMEN'////)
0265          DO 42 I=1,6
0266          II=NOMDIS(IEI,I)
0267          DELTA(I)=DEF(II)
0268          42 CONTINUE
0269          TYPE=ITYPE(IEI)
0270          IZ=B(TYPE)*H(TYPE)**3/12.
0271          FACTOR=2./H(TYPE)
0272          IF(TYPE.LE.2) GO TO 55
0273          DO 56 I=1,6
0274          DEL(I)=DELTA(I)

```

```

0275 54 CONTINUE
0276 DO 57 I=1,6
0277 DELTA(I)=0
0278 DO 57 K=1,6
0279 DELTA(I)=DELTA(I)+TRANS(TYPE-2,I,K)*DELTA(K)
0280 57 CONTINUE
0281 55 CONTINUE
0282 DO 43 I=1,4
0283 STR(I)=0.0
0284 STRAIN(I)=0.0
0285 DO 43 K=1,6
0286 STR(I)=STR(I)+BM(TYPE,I,K)*DELTA(K)
0287 STRAIN(I)=STRAIN(I)+RETYPE(I,K)*DELTA(K)
0288 43 CONTINUE
0289 DO 44 I=1,6
0290 SIG(I)=0.0
0291 SIGNALI=0.0
0292 DO 44 K=1,6
0293 SIG(I)=SIG(I)+HM(TYPE,I,K)*DELTA(K)
0294 SIGMA(I)=SIGMA(I)+RETYPE(I,K)*DELTA(K)
0295 44 CONTINUE
0296 MOMEN1=STRAIN(2)*E*I*FACTOR
0297 MOMEN2=STRAIN(4)*E*I*FACTOR
0298 WRITE(3,45) IEC,DELTA,STRAIN,SIR,SIGMA,SIG,MOMEN1,MOMEN2
0299 45 FORMAT(30X, I3,6G12.4/35X, 13SIRAIN,4X,6G12.4/45X,4G12.4/
*35X, 1SIGMA, 4X,4G12.4/45X,4G12.4/
*35X, 1MOMEN, 2F12.2, 1KG - (M) /)
0300 41 CONTINUE
0301 STOP
0302 END

```

TABEL NOMOR DISPLACEMENT TIAP ELEMEN
 PADA SISTEM GLOBAL

=====

1	1	2	3	4	5	6	1
2	4	5	6	7	8	9	1
3	1	2	3	10	11	12	3
4	7	8	9	13	14	15	3
5	10	11	12	16	17	18	3
6	13	14	15	22	23	24	3
7	16	17	18	19	20	21	1
8	19	20	21	22	23	24	1
9	22	23	24	25	26	27	2
10	25	26	27	28	29	30	2
11	16	17	18	31	32	33	3
12	22	23	24	34	35	36	3
13	28	29	30	37	38	39	4
14	31	32	33	40	41	42	3
15	34	35	36	46	47	48	3
16	37	38	39	52	53	54	4
17	40	41	42	43	44	45	1
18	43	44	45	46	47	48	1
19	46	47	48	49	50	51	1
20	49	50	51	52	53	54	1
21	40	41	42	55	56	57	3
22	46	47	48	58	59	60	3
23	52	53	54	61	62	63	4
24	55	56	57	64	65	66	3
25	58	59	60	67	68	69	3
26	61	62	63	70	71	72	4

=====

TABEL DATA TIAP ELEMEN

=====

1	30.	60.	200.00000	0.0	1.00000	0.0
2	30.	60.	150.00000	0.0	1.00000	0.0
3	30.	40.	150.00000	270.00000	0.0	-1.00000
4	30.	40.	158.11400	288.43481	0.31620	-0.94870

MATRIKS KEKAKUAN TYPE 1

=====

0.9000E 06	0.0	0.0	-0.9000E 06	0.0	0.0
0.0	0.8100E 05	0.8100E 07	0.0	-0.8100E 05	0.8100E 07
0.0	0.8100E 07	0.1080E 10	0.0	-0.8100E 07	0.5400E 09
-0.9000E 06	0.0	0.0	0.9000E 06	0.0	0.0
0.0	-0.8100E 05	-0.8100E 07	0.0	0.8100E 05	-0.8100E 07
0.0	0.8100E 07	0.5400E 09	0.0	-0.8100E 07	0.1080E 10

MATRIKS KEKAKUAN TYPE 2

0.1200E 07	0.0	0.0	-0.1200E 07	0.0	0.0
0.0	0.1920E 06	0.1440E 08	0.0	-0.1920E 06	0.1440E 08
0.0	0.1440E 08	0.1440E 10	0.0	-0.1440E 08	0.7200E 09
-0.1200E 07	0.0	0.0	0.1200E 07	0.0	0.0
0.0	-0.1920E 06	-0.1440E 08	0.0	0.1920E 06	-0.1440E 08
0.0	0.1440E 08	0.7200E 09	0.0	-0.1440E 08	0.1440E 10

MATRIKS KEKAKUAN TYPE 3

=====

0.5689E 05	0.0	0.4267E 07	-0.5689E 05	0.0	0.4267E 07
0.0	0.8000E 06	0.0	0.0	-0.8000E 06	0.0
0.4267E 07	0.0	0.4267E 09	-0.4267E 07	0.0	0.2133E 09
-0.5689E 05	0.0	-0.4267E 07	0.5689E 05	0.0	-0.4267E 07
0.0	-0.8000E 06	0.0	0.0	0.8000E 06	0.0
0.4267E 07	0.0	0.2133E 09	-0.4267E 07	0.0	0.4267E 09

MATRIKS KEKAKUAN TYPE 4

=====

0.1196E 06	-0.2131E 06	0.3643E 07	-0.1196E 06	0.2131E 06	0.3643E 07
-0.2131E 06	0.6879E 06	0.1214E 07	0.2131E 06	-0.6879E 06	0.1214E 07
0.3643E 07	0.1214E 07	0.4048E 09	-0.3643E 07	-0.1214E 07	0.2024E 09
-0.1196E 06	0.2131E 06	-0.3643E 07	0.1196E 06	-0.2131E 06	-0.3643E 07
0.2131E 06	-0.6879E 06	-0.1214E 07	-0.2131E 06	0.6879E 06	-0.1214E 07
0.3643E 07	0.1214E 07	0.2024E 09	-0.3643E 07	-0.1214E 07	0.4048E 09

DAFTAR MATRIKS BEBAN TIAP ELEMEN

1	0.0	4000.00	133333.31	0.0	4000.00	-133333.31
2	0.0	4000.00	133333.31	0.0	4000.00	-133333.31
3	-2000.00	216.00	0.0	0.0	216.00	0.0
4	0.0	216.00	0.0	0.0	216.00	0.0
5	0.0	216.00	0.0	0.0	216.00	0.0
6	0.0	216.00	0.0	0.0	216.00	0.0
7	0.0	5000.00	166666.63	0.0	5000.00	-166666.63
8	0.0	5000.00	166666.63	0.0	5000.00	-166666.63
9	0.0	3468.75	84375.00	0.0	3093.75	-60937.50
10	0.0	2531.25	60937.50	0.0	2156.25	-56250.00
11	-4000.00	216.00	0.0	0.0	216.00	0.0
12	0.0	216.00	0.0	0.0	216.00	0.0
13	0.0	227.68	1897.37	0.0	227.68	-1897.37
14	0.0	216.00	0.0	0.0	216.00	0.0
15	0.0	216.00	0.0	0.0	216.00	0.0
16	0.0	227.68	1897.37	0.0	227.68	-1897.37
17	0.0	5000.00	166666.63	0.0	5000.00	-166666.63
18	0.0	5000.00	166666.63	0.0	5000.00	-166666.63
19	0.0	5000.00	166666.63	0.0	5000.00	-166666.63
20	0.0	5000.00	166666.63	0.0	5000.00	-166666.63
21	-5000.00	216.00	0.0	0.0	216.00	0.0
22	0.0	216.00	0.0	0.0	216.00	0.0
23	0.0	227.68	1897.37	0.0	227.68	-1897.37
24	0.0	216.00	0.0	0.0	216.00	0.0
25	0.0	216.00	0.0	0.0	216.00	0.0
26	0.0	227.68	1897.37	0.0	227.68	-1897.37

Matriks Kekakuan Global
 Kolum I S/D 3
 Baris I S/D 36

0.9569E 04	0.0	0.4267E 07	-0.9000E 06	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.8100E 06	0.8100E 07	0.0	-0.8100E 05	0.8100E 07	0.0	0.0
0.4267E 07	0.8100E 07	0.1507E 10	0.0	-0.8100E 07	0.5400E 09	0.0	0.0
-0.9000E 06	0.0	0.0	0.1800E 07	0.0	0.0	-0.9000E 06	0.0
0.0	-0.8100E 05	-0.8100E 07	0.0	0.1620E 06	0.0	0.0	-0.8100E 05
0.0	0.8100E 07	0.5400E 09	0.0	0.0	0.2160E 10	0.0	-0.8100E 07
0.0	0.0	0.0	-0.9000E 06	0.0	0.0	0.9569E 06	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	-0.8100E 05	-0.8100E 07	0.0	0.8100E 06
0.0	0.0	0.0	0.0	0.8100E 07	0.5400E 09	0.4267E 07	-0.8100E 07
-0.5689E 05	0.0	-0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	-0.8000E 06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.4267E 07	0.0	0.2133E 09	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.5689E 05	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.8000E 06
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.4267E 07	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

MATRIX KEKAKUAN GLOBAL
 KOLUM 9 S/D 16
 BARIS 1 S/D 36

0.0	-0.5689E 05	0.0	0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	-0.8000E 06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	-0.4267E 07	0.0	0.2133E 09	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.8100E 07	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.5400E 09	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	-0.5689E 05	0.0	0.4267E 07	0.0
-0.8100E 07	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.8000E 06	0.0	0.0
0.1507E 10	0.0	0.0	0.0	-0.4267E 07	0.0	0.2133E 09	0.0
0.0	0.1138E 06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.5689E 05
0.0	0.0	0.1600E 07	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.8533E 09	0.0	0.0	0.0	-0.4267E 07
-0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.1138E 06	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1600E 07	0.0	0.0
0.2133E 09	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.8533E 09	0.0
0.0	-0.5689E 05	0.0	-0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.1014E 07
0.0	0.0	-0.8000E 06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.4267E 07	0.0	0.2133E 09	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.9000E 06
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	-0.5689E 05	0.0	-0.4267E 07	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.8000E 06	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.4267E 07	0.0	0.2133E 09	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.5689E 05
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.4267E 07
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0

0.0

0.0

0.0

0.0

0.0

0.0

0.0

MATRIKS KEKAKUAN GLOBAL

KOLUM 25 S/D 32

BARIS 37 S/D 72

0.0	0.0	0.0	-0.1196E 06	0.2131E 06	-0.3643E 07	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.2131E 06	-0.6879E 06	-0.1214E 07	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.3643E 07	0.1214E 07	0.2024E 09	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.5689E 05	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.8000E 06
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.4267E 07	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

MATRIKS KEKAKUAN GLOBAL

KOLOM 33 S/D 40

BARIS 37 S/D 72

0.0	0.0	0.0	0.0	0.2392E 06	-0.4262E 06	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	-0.4262E 06	0.1376E 07	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.8095E 09	0.0
-0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1014E 07
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.2133E 09	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.9000E 06
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	-0.5689E 05	0.0	-0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	-0.8000E 06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.4267E 07	0.0	0.2133E 09	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1196E 06	0.2131E 06	-0.3643E 07	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.2131E 06	-0.6879E 06	-0.1214E 07	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.3643E 07	0.1214E 07	0.2024E 09	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.5689E 05
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.4267E 07
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

MATRIKS KEKAKUAN GLOBAL

KOLOM 49 S/D 56

BARIS 1 S/D 36

0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

0.0

0.0

0.0

0.0

0.0

0.0

MATRIKS KEKAKUAN GLOBAL
KOLUM 57 S/D 64
BARIS 37 S/D 72

0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.2133E 09	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	-0.5689E 05	0.0	0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	-0.8000E 06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	-0.4267E 07	0.0	0.2133E 09	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1196E 06	0.2131E 06	0.3643E 07
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2131E 06	-0.6879E 06	0.1214E 07
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.3643E 07	-0.1214E 07	0.2024E 09
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.5689E 05
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.8533E 09	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.4267E 07
0.0	0.1138E 06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.1600E 07	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.8533E 09	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.2392E 06	-0.4262E 06	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	-0.4262E 06	0.1376E 07	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.8095E 09	0.0
-0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5689E 05
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.2133E 09	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.4267E 07
0.0	-0.5689E 05	0.0	-0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	-0.8000E 06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.4267E 07	0.0	0.2133E 09	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1196E 06	0.2131E 06	-0.3643E 07	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.2131E 06	-0.6879E 06	-0.1214E 07	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.3643E 07	0.1214E 07	0.2024E 09	0.0

0.0
0.0

0.0
0.0

0.0
0.0

0.0
0.0

0.0
0.0

0.0
0.0

0.0

0.0

MATRIKS KERAKUAN GLOBAL
KOLUM 65 S/D 72
BARIS 37 S/D 72

0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-0.8000E 06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.2133E 09	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	-0.5689E 05	0.0	0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	-0.8000E 06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	-0.4267E 07	0.0	0.2133E 09	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1196E 06	0.2131E 06	0.3643E 07	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2131E 06	-0.6879E 06	0.1214E 07	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.3643E 07	-0.1214E 07	0.2024E 09	0.0
0.0	-0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.8000E 06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.4267E 09	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.5689E 05	0.0	-0.4267E 07	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.8000E 06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	-0.4267E 07	0.0	0.4267E 09	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1196E 06	-0.2131E 06	-0.3643E 07	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.2131E 06	0.6879E 06	-0.1214E 07	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.3643E 07	-0.1214E 07	0.4048E 09	0.0

MATRIKS BEBAN UNTUK SISTIM GLOBAL

=====
 TITIK FX FY M
 =====

1	-2000.00	4216.00	133333.31
2	0.0	8000.00	0.0
3	0.0	4216.00	-133333.31
4	0.0	432.00	0.0
5	0.0	432.00	0.0
6	-4000.00	5432.00	166666.63
7	0.0	10000.00	0.0
8	0.0	8900.75	-82291.63
9	0.0	5625.00	0.0
10	0.0	2383.93	-54352.63
11	0.0	432.00	0.0
12	0.0	432.00	0.0
13	0.0	455.36	0.0
14	-5000.00	5432.00	166666.63
15	0.0	10000.00	0.0
16	0.0	10432.00	0.0
17	0.0	10000.00	0.0
18	0.0	5455.36	-166666.56
19	0.0	432.00	0.0
20	0.0	432.00	0.0
21	0.0	455.36	0.0
22	0.0	216.00	0.0
23	0.0	216.00	0.0
24	0.0	227.68	-1897.37

=====

LIST BOUNDARY

64 65 66 67 68 69 70 71 72

TABEL DEFORMASI

-0.7564	0.1291	0.1307E-02
-0.7533	0.3096	0.9804E-04
-0.7501	0.2058	-0.5486E-03
-0.6231	0.1198	0.6660E-03
-0.6264	0.1946	0.1535E-02
-0.4981	0.1099	0.1195E-02
-0.4935	0.2861	0.6611E-04
-0.4889	0.1828	-0.3657E-03
-0.4845	0.8580E-01	-0.9984E-03
-0.4802	-0.7917E-01	-0.8808E-03
-0.3887	0.8817E-01	0.4957E-03
-0.3987	0.1512	0.1144E-02
-0.3865	-0.5944E-01	0.1379E-02
-0.2798	0.6591E-01	0.1187E-02
-0.2762	0.2079	-0.1258E-03
-0.2725	0.1191	0.1145E-03
-0.2689	0.1353	-0.4726E-03
-0.2653	-0.3112E-01	-0.4777E-03
-0.9541E-01	0.3322E-01	0.1103E-02
-0.1320	0.5984E-01	0.1334E-02
-0.1492	-0.2079E-01	0.1360E-02
0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0

M A T R I K S D E F O R M A S I

TITIK	U CM	V CM	THETA RAD	TITIK	U CM	V CM	THETA RAD
1	-0.7564	0.1291	0.1307E-02	13	-0.3865	-0.5944E-01	0.1379E-02
2	-0.7533	0.3096	0.9804E-04	14	-0.2798	0.6591E-01	0.1187E-02
3	-0.7501	0.2058	-0.5486E-03	15	-0.2762	0.2079	-0.1258E-03
4	-0.6231	0.1198	0.6660E-03	16	-0.2725	0.1191	0.1145E-03
5	-0.6264	0.1946	0.1535E-02	17	-0.2689	0.1353	-0.4726E-03
6	-0.4981	0.1099	0.1195E-02	18	-0.2653	-0.3112E-01	-0.4777E-03
7	-0.4935	0.2861	0.6611E-04	19	-0.9541E-01	0.3322E-01	0.1103E-02
8	-0.4889	0.1828	-0.3657E-03	20	-0.1320	0.5984E-01	0.1334E-02
9	-0.4845	0.8580E-01	-0.9984E-03	21	-0.1492	-0.2079E-01	0.1360E-02
10	-0.4802	-0.7917E-01	-0.8808E-03	22	0.0	0.0	0.0
11	-0.3887	0.8817E-01	0.4957E-03	23	0.0	0.0	0.0
12	-0.3987	0.1512	0.1144E-02	24	0.0	0.0	0.0

REARSI TUMPUAN

=====

22	724.0	-0.2658E 05	-0.1719E 06
23	1816.	-0.4787E 05	-0.2785E 06
24	8463.	-0.1915E 05	-0.2937E 06

HASIL PERHITUNGAN TIAP ELEMEN

1	-0.7564	0.1291	0.1307E-02	-0.7533	0.3096	0.9804E-04
STRAIN	-0.1574E-04	0.1385E-05	-0.1574E-04	0.3614E-03	-0.1574E-04	-0.3614E-03
SIGMA	-1.573	0.1385	-1.573	36.14	-1.573	-36.14
MOMEN	2493.35	650551.38	(KG - CM)			
2	-0.7533	0.3096	0.9804E-04	-0.7501	0.2058	-0.5486E-03
STRAIN	-0.1574E-04	0.3614E-03	-0.1574E-04	-0.1674E-03	-0.1574E-04	0.1674E-03
SIGMA	-1.574	36.14	-1.574	-16.74	-1.574	16.74
MOMEN	650551.38	-301391.19	(KG - CM)			
3	-0.1291	-0.7564	0.1307E-02	-0.1198	-0.6231	0.6660E-03
STRAIN	-0.6214E-04	0.1636E-03	-0.6214E-04	0.7475E-05	-0.6214E-04	-0.7475E-05
SIGMA	-6.214	16.36	-6.214	0.7476	-6.214	-0.7476
MOMEN	130841.38	5979.83	(KG - CM)			
4	-0.2058	-0.7501	-0.5486E-03	-0.1946	-0.6264	0.1535E-02
STRAIN	-0.7480E-04	-0.5434E-03	-0.7480E-04	-0.1220E-04	-0.7480E-04	0.1220E-04
SIGMA	-7.480	-54.34	-7.480	-1.220	-7.480	1.220
MOMEN	-434722.94	-9756.90	(KG - CM)			

HASIL PERHITUNGAN TIAP ELEMEN

5	-0.1198	-0.6231	0.6660E-03	-0.1099	-0.4981	0.1195E-02
STRAIN	-0.6574E-04	0.7476E-05	-0.6574E-04	-0.1486E-03		
	-0.6574E-04	-0.7476E-05	-0.6574E-04	0.1486E-03		
SIGMA	-6.574	0.7478	-6.574	-14.86		
	-6.574	-0.7478	-6.574	14.86		
MOMEN	5980.95	-118875.06	(KG - CM)			

6	-0.1946	-0.6264	0.1535E-02	-0.1828	-0.4889	-0.3657E-03
STRAIN	-0.7840E-04	-0.1219E-04	-0.7840E-04	0.5190E-03		
	-0.7840E-04	0.1219E-04	-0.7840E-04	-0.5190E-03		
SIGMA	-7.840	-1.219	-7.840	51.90		
	-7.840	1.219	-7.840	-51.90		
MOMEN	-9755.45	415215.88	(KG - CM)			

7	-0.4981	0.1099	0.1195E-02	-0.4935	0.2861	0.6611E-04
STRAIN	-0.2309E-04	-0.5611E-04	-0.2309E-04	0.3948E-03		
	-0.2309E-04	0.5611E-04	-0.2309E-04	-0.3948E-03		
SIGMA	-2.309	-5.611	-2.309	39.48		
	-2.309	5.611	-2.309	-39.48		
MOMEN	-100995.38	710717.25	(KG - CM)			

8	-0.4935	0.2861	0.6611E-04	-0.4889	0.1828	-0.3657E-03
STRAIN	-0.2309E-04	0.3948E-03	-0.2309E-04	-0.2653E-03		
	-0.2309E-04	-0.3948E-03	-0.2309E-04	0.2653E-03		
SIGMA	-2.310	39.48	-2.310	-26.53		
	-2.310	-39.48	-2.310	26.53		
MOMEN	710717.25	-477568.50	(KG - CM)			

HASIL PERHITUNGAN TIAP ELEMEN

9	-0.4889	0.1828	-0.3657E-03	-0.4845	0.8580E-01	-0.9984E-03
STRAIN	-0.2880E-04	0.8438E-04	-0.2880E-04	0.1687E-03		
	-0.2880E-04	-0.8438E-04	-0.2880E-04	-0.1687E-03		
SIGMA	-2.880	8.438	-2.880	16.87		
	-2.880	-8.438	-2.880	-16.87		
MOMEN	151884.25	303667.00	(KG - CM)			
10	-0.4845	0.8580E-01	-0.9984E-03	-0.4802	-0.7917E-01	-0.8808E-03
STRAIN	-0.2880E-04	0.1687E-03	-0.2880E-04	-0.2157E-03		
	-0.2880E-04	-0.1687E-03	-0.2880E-04	0.2157E-03		
SIGMA	-2.880	16.87	-2.880	-21.57		
	-2.880	-16.87	-2.880	21.57		
MOMEN	303664.81	-388298.50	(KG - CM)			
11	-0.1099	-0.4981	0.1195E-02	-0.8817E-01	-0.3887	0.4957E-03
STRAIN	-0.1448E-03	0.1860E-03	-0.1448E-03	0.5532E-06		
	-0.1448E-03	-0.1860E-03	-0.1448E-03	-0.5532E-06		
SIGMA	-14.48	18.60	-14.48	0.5527E-01		
	-14.48	-18.60	-14.48	-0.5527E-01		
MOMEN	148788.25	442.56	(KG - CM)			
12	-0.1828	-0.4889	-0.3657E-03	-0.1512	-0.3987	0.1144E-02
STRAIN	-0.2105E-03	-0.3707E-03	-0.2105E-03	-0.3201E-04		
	-0.2105E-03	0.3707E-03	-0.2105E-03	0.3201E-04		
SIGMA	-21.05	-37.07	-21.05	-3.201		
	-21.05	37.07	-21.05	3.201		
MOMEN	-296528.38	-25608.01	(KG - CM)			

HASIL PERHITUNGAN TIAP ELEMEN

13	-0.7674E-01	-0.4806	-0.8808E-03	-0.6583E-01	-0.3855	0.1379E-02
STRAIN	-0.6898E-04	-0.5533E-03	-0.6898E-04	-0.1838E-04		
	-0.6898E-04	0.5533E-03	-0.6898E-04	0.1838E-04		
SIGMA	-6.898	-55.33	-6.898	-1.838		
	-6.898	55.33	-6.898	1.838		
MOMEN	-442653.56	-14705.20	(KG - CM)			

14	-0.8817E-01	-0.3887	0.4957E-03	-0.6591E-01	-0.2798	0.1187E-02
STRAIN	-0.1484E-03	0.5534E-06	-0.1484E-03	-0.1849E-03		
	-0.1484E-03	-0.5534E-06	-0.1484E-03	0.1849E-03		
SIGMA	-14.84	0.5533E-01	-14.84	-18.49		
	-14.84	-0.5533E-01	-14.84	18.49		
MOMEN	442.75	-147901.19	(KG - CM)			

15	-0.1512	-0.3987	0.1144E-02	-0.1191	-0.2725	0.1145E-03
STRAIN	-0.2141E-03	-0.3201E-04	-0.2141E-03	0.3066E-03		
	-0.2141E-03	0.3201E-04	-0.2141E-03	-0.3066E-03		
SIGMA	-21.41	-3.201	-21.41	30.66		
	-21.41	3.201	-21.41	-30.66		
MOMEN	-25607.47	245314.88	(KG - CM)			

16	-0.6583E-01	-0.3855	0.1379E-02	-0.5436E-01	-0.2615	-0.4777E-03
STRAIN	-0.7258E-04	-0.1838E-04	-0.7258E-04	0.4881E-03		
	-0.7258E-04	0.1838E-04	-0.7258E-04	-0.4881E-03		
SIGMA	-7.258	-1.838	-7.258	48.81		
	-7.258	1.838	-7.258	-48.81		

HASIL PERHITUNGAN TIAP ELEMEN

17	-0.2798	0.6591E-01	0.1187E-02	-0.2762	0.2079	-0.1258E-03
STRAIN	-0.1826E-04	0.3559E-04	-0.1826E-04	0.3582E-03		
	-0.1826E-04	-0.3559E-04	-0.1826E-04	-0.3582E-03		
SIGMA	-1.826	3.559	-1.826	35.82		
	-1.826	-3.559	-1.826	-35.82		
MOMEN	64062.20	644777.50	(KG - CM)			

18	-0.2762	0.2079	-0.1258E-03	-0.2725	0.1191	0.1145E-03
STRAIN	-0.1826E-04	0.3582E-03	-0.1826E-04	-0.4303E-03		
	-0.1826E-04	-0.3582E-03	-0.1826E-04	0.4303E-03		
SIGMA	-1.826	35.82	-1.826	-43.03		
	-1.826	-35.82	-1.826	43.03		
MOMEN	644777.00	-774506.06	(KG - CM)			

19	-0.2725	0.1191	0.1145E-03	-0.2689	0.1353	-0.4726E-03
STRAIN	-0.1821E-04	-0.1461E-03	-0.1821E-04	0.3222E-03		
	-0.1821E-04	0.1461E-03	-0.1821E-04	-0.3222E-03		
SIGMA	-1.821	-14.61	-1.821	32.22		
	-1.821	14.61	-1.821	-32.22		
MOMEN	-262903.38	579943.38	(KG - CM)			

20	-0.2689	0.1353	-0.4726E-03	-0.2653	-0.3112E-01	-0.4777E-03
STRAIN	-0.1821E-04	0.3222E-03	-0.1821E-04	-0.3207E-03		
	-0.1821E-04	-0.3222E-03	-0.1821E-04	0.3207E-03		
SIGMA	-1.821	32.22	-1.821	-32.07		
	-1.821	-32.22	-1.821	32.07		
MOMEN	579942.88	-577208.44	(KG - CM)			

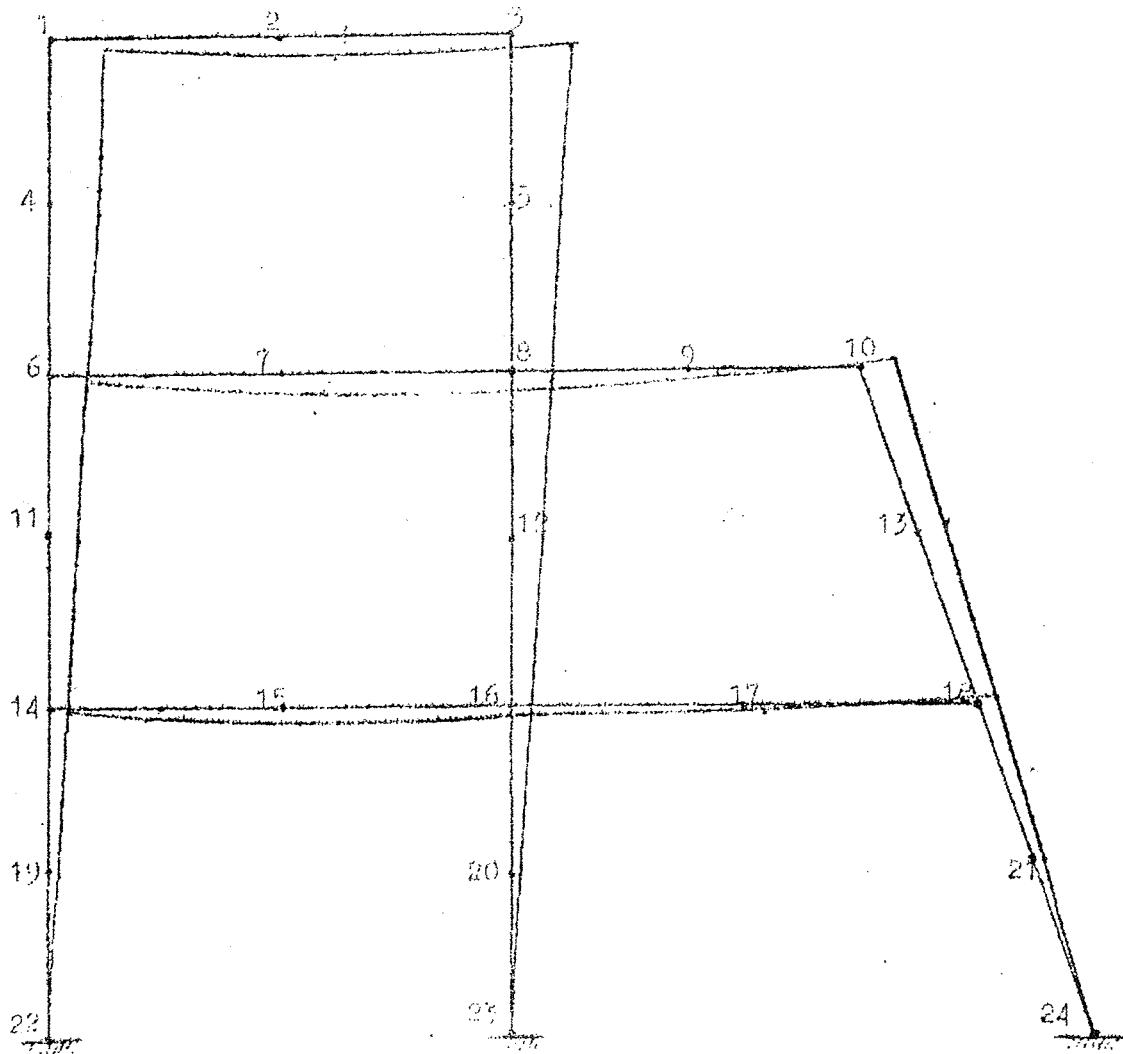
HASIL PERHITUNGAN TIAP ELEMEN

21	-0.6591E-01	-0.2798	0.1187E-02	-0.3322E-01	-0.9541E-01	0.1103E-02
STRAIN	-0.2179E-03	-0.5662E-04	-0.2179E-03	0.7913E-04		
	-0.2179E-03	0.5662E-04	-0.2179E-03	-0.7913E-04		
SIGMA	-21.79	-5.662	-21.79	7.913		
	-21.79	5.662	-21.79	-7.913		
MOMEN	-45296.35	63301.79	(KG - CM)			
22	-0.1191	-0.2725	0.1145E-03	-0.5984E-01	-0.1320	0.1334E-02
STRAIN	-0.3953E-03	-0.3329E-03	-0.3953E-03	0.7632E-05		
	-0.3953E-03	0.3329E-03	-0.3953E-03	-0.7632E-05		
SIGMA	-39.53	-33.29	-39.53	0.7632		
	-39.53	33.29	-39.53	-0.7632		
MOMEN	-266288.63	6105.38	(KG - CM)			
23	-0.5436E-01	-0.2615	-0.4777E-03	-0.2746E-01	-0.1481	0.1360E-02
STRAIN	-0.1701E-03	-0.4417E-03	-0.1701E-03	-0.2310E-04		
	-0.1701E-03	0.4417E-03	-0.1701E-03	0.2310E-04		
SIGMA	-17.01	-44.17	-17.01	-2.310		
	-17.01	44.17	-17.01	2.310		
MOMEN	-353398.63	-18478.18	(KG - CM)			
24	-0.3322E-01	-0.9541E-01	0.1103E-02	0.0	0.0	0.0
STRAIN	-0.2215E-03	0.7913E-04	-0.2215E-03	0.2149E-03		
	-0.2215E-03	-0.7913E-04	-0.2215E-03	-0.2149E-03		
SIGMA	-22.15	7.913	-22.15	21.49		
	-22.15	-7.913	-22.15	-21.49		
MOMEN	63302.34	171900.19	(KG - CM)			

HASIL PERHITUNGAN TIAP ELEMEN

25	-0.5984E-01	-0.1320	0.1334E-02	0.0	0.0	0.0
STRAIN	-0.3989E-03	0.7633E-05	-0.3989E-03	0.3481E-03		
	-0.3989E-03	-0.7633E-05	-0.3989E-03	-0.3481E-03		
SIGMA	-39.89	0.7633	-39.89	34.81		
	-39.89	-0.7633	-39.89	-34.81		
MOMEN	6106.31	278500.56	(KG - CM)			
26	-0.2746E-01	-0.1481	0.1360E-02	0.0	0.0	0.0
STRAIN	-0.1737E-03	-0.2310E-04	-0.1737E-03	0.3671E-03		
	-0.1737E-03	0.2310E-04	-0.1737E-03	-0.3671E-03		
SIGMA	-17.37	-2.310	-17.37	36.71		
	-17.37	2.310	-17.37	-36.71		
MOMEN	-18477.43	293676.56	(KG - CM)			

Sketsa deformasi dari hasil perhitungan komputer:



Dari perhitungan komputer didapat

Reaksi tumpuan

Titik 22 : $R_x = 724 \text{ kg} (\leftarrow)$; $V_y = 26580 \text{ kg} (\uparrow)$; $M = 171900 \text{ kgcm}$

Titik 23 : $H_x = 1816 \text{ kg} (\leftarrow)$; $V_y = 47870 \text{ kg} (\uparrow)$; $M = 278500 \text{ kgcm}$

Titik 24 : $H_x = 8463 \text{ kg} (\leftarrow)$; $V_y = 19150 \text{ kg} (\uparrow)$; $M = 293700 \text{ kgcm}$

Kontrol

$$\begin{aligned} \text{Beban vertikal} &= (26580 + 47870 + 19150 + 216 + 216 + 227,06) \text{ kg} - \\ &94255,44 \text{ kg} = 94259,06 \text{ kg} - 94255,44 \text{ kg} \approx 0 \text{ kg}. \end{aligned}$$

(cocok)

$$\begin{aligned} \text{Beban horizontal} &= (724 + 1816 + 8463) \text{ kg} - 11000 \text{ kg} \\ &= 11003 \text{ kg} - 11000 \text{ kg} \approx 0 \text{ kg} \text{ (cocok)} \end{aligned}$$

Menentukan besarnya momen yang bekerja pada setiap titik :

Rumus umum
$$M_{i,e}^t = M_{i,e}^o + M_{i,e}^{EH}$$

dimana :

$M_{i,e}^t$ = Momen total pada titik i , elemen e.

$M_{i,e}^o$ = Momen akibat beban pada titik i, elemen e.

$M_{i,e}^{EH}$ = Momen hasil perhitungan komputer pada titik i, elemen e.

Tinjauan harga momen momen tersebut adalah bersifat momen nodal.

Bila berputar searah jarum jam = positif.

Contoh:

Titik 1 , elemen 1 : $M_{1,1}^o = 133333,31 \text{ kgcm} \quad (\curvearrow)$

$M_{1,1}^{EH} = - 2493,35 \text{ kgcm} \quad (\curvearrow)$

$M_{1,1}^t = 130839,96 \text{ kgcm} \quad (\curvearrow)$

elemen 3 : $M_{1,3}^o = 0 \text{ kgcm}$

$M_{1,3}^{EH} = - 130841,38 \text{ kgcm} \quad (\curvearrow)$

$M_{1,3}^t = - 130841,38 \text{ kgcm} \quad (\curvearrow)$

Check : $M_{1,1}^t + M_{1,3}^t = 130839,96 - 130841,38 = 0 \text{ kgcm} \text{ (cocok)}$

Titik 16 , elemen 15 : $M_{16,15}^0 = 0$ kgcm

$$M_{16,15}^{EH} = 245314,88 \text{ kgcm ()}$$

$$M_{16,15}^t = 245314,88 \text{ kgcm ()}$$

elemen 18 : $M_{16,18}^0 = -166666,66 \text{ kgcm ()}$

$$M_{16,18}^{EH} = -774506,06 \text{ kgcm ()}$$

$$M_{16,18}^t = -941172,72 \text{ kgcm ()}$$

elemen 19 : $M_{16,19}^0 = 166666,66 \text{ kgcm ()}$

$$M_{16,19}^{EH} = 262903,38 \text{ kgcm ()}$$

$$M_{16,19}^t = 429570,04 \text{ kgcm ()}$$

elemen 22 : $M_{16,22}^0 = 0$ kgcm

$$M_{16,22}^{EH} = 266288,63 \text{ kgcm ()}$$

$$M_{16,22}^t = 266288,63 \text{ kgcm ()}$$

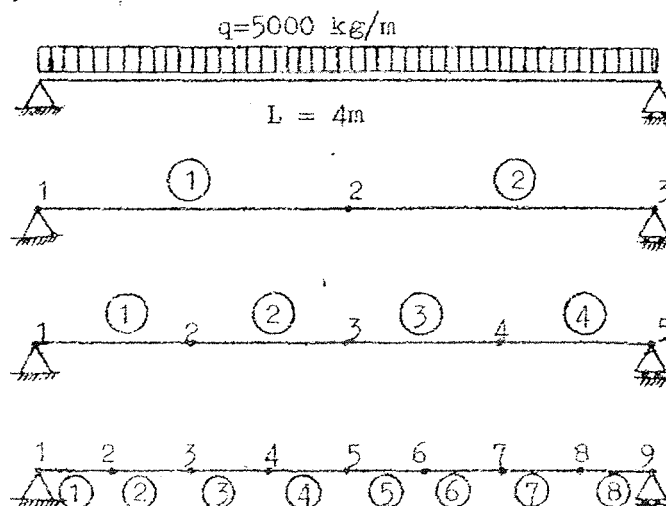
Chek : $M_{16,15}^t + M_{16,18}^t + M_{16,19}^t + M_{16,22}^t =$

$$245314,88 - 941172,72 + 429570,04 + 266288,63 \approx 0 \text{ kgcm}$$

(cocok)

Berikut ini kami berikan sebuah contoh yang sederhana dimana pembagian elemennya dimulai dari 2 elemen, 4 elemen dan 8 elemen. Data datanya adalah sebagai berikut:

lebar balok $B = 30 \text{ cm}$; tinggi balok $H = 40 \text{ cm}$; luas penampang melintang $A = 1200 \text{ cm}^2$; Momen Inersia $I = 160000 \text{ cm}^4$ serta modulus elastisitas $E = 100000 \text{ kg/cm}^2$.



Dari hasil perhitungan, didapatkan harga momen maksimum ditengah bentang sebagai berikut:

Jumlah elemen	M^o (kg cm)	M^{MI} (kg cm)	$M^t = M^o + M^{MI}$ (kg cm)
2	-166667	1166668	1000001
4	- 41667	1041684,75	1000017,75
8	- 10417	1010508	1000091

Dari perhitungan mekanika teknik didapat :

$$M_{\max} = \frac{1}{8} q L^2 = \frac{1}{8} 50 (400)^2 = 1.000.000 \text{ kgcm.}$$

BAB V . KESIMPULAN.

Dari contoh soal portal bertingkat yang pertama penentuan besarnya Momen disetiap titik 'nodal' dengan menggunakan persamaan :

$$M_{i,e}^t = M_{i,e}^o + M_{i,e}^{EH}$$

Dari persamaan diatas jelas bahwa bila pembagian elemennya untuk setiap bentang makin banyak, maka harga $M_{i,e}^o$ akan menuju nol. Dengan lain perkataan harga $M_{i,e}^t$ akan mendekati harga $M_{i,e}^{EH}$.

Juga dari contoh soal sederhana kedua terlihat bahwa dengan pembagian elemen semakin banyak ternyata harga $M_{i,e}^{EH}$ mendekati harga sebenarnya.

Dari kedua contoh soal tersebut diatas dapat kita simpulkan bahwa pemakaian cara Elemen Hingga untuk penyelesaian suatu perhitungan portal, akan didapatkan hasil yang lebih cermat bila pembagian elemen elemennya lebih banyak.

DAFTAR PUSTAKA.

1. Soemono, "Ilmu Gaya", Jambatan Jakarta, 1971.
2. Rockey K.C., Evans H.R., Griffiths D.W., Nethercot D.A., "The Finite Element Method", Crosby Lockwood Staples London, 1975.
3. Desai Chandrakant S., Abel John F., "Introduction To The Finite Element Method", Van Nostrand Reinhold Company, 1972.
4. Kardestuncer Hayrettin, "Elementary Matrix Analysis For Structure", McGraw Hill Kogakusha Ltd, 1974
5. Przemieniecki J.S., "Theory of Matrix Struktural Analysis", McGraw Hill Book Company, 1968.
6. Harijono Djojodihardjo, Muhamadi Siswo Sudarmo, "Pengantar Pemrograman Dengan Bahasa Fortran IV", Gramedia Jakarta, 1974.

LAMPIRAN

PENGANTAR ALJABAR MATRIKS

Aljabar matriks yang akan dijelaskan disini hanya sebagai pelengkap saja. Oleh karenanya bentuk bentuk matriks yang akan diuraikan nanti adalah bentuk yang sering dijumpai pada perhitungan dengan Metode Finite Element (Elemen Hingga).

Definisi matriks

Matriks adalah kumpulan dari unsur unsur yang tersusun dalam baris baris serta kolom kolom sehingga berbentuk segi empat.

Unsur yang menyusun matriks tersebut bisa berupa : bilangan kompleks, 'expression', konstanta, variabel atau kombinasi dari keempatnya. Contoh:

$$\{A\} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ \vdots & & a_{ij} & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Dimana :

$\{A\}$ = matriks A

a_{11} = salah satu unsur dari matriks

a_{ij} = unsur matriks pada baris ke i dan kolom ke j.

Jenis matriks ditentukan oleh banyaknya baris dan kolom. Matriks A terdiri dari m baris dan n kolom maka disebut matriks m x n .

Matriks Bujur Sangkar : bila jumlah baris = jumlah kolom ; jadi m=n

Unsur a_{ii} terletak sepanjang diagonal utama dari matriks bujur sangkar.

Contoh :

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 2X & 3 \\ 4X & X+4 & 0 \\ -6 & -9X & 3 \end{bmatrix} \quad a_{ii} = 1 ; X+4 ; 3$$

Matriks Kolom $\{B\}$: bila matriks hanya terdiri dari satu kolom.
Atau juga disebut 'column vector' = vektor kolom. Contoh :

$$\{B\} = \begin{Bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ a_{41} \end{Bmatrix}$$

Matriks Baris $\{D\}$: bila matriks hanya terdiri dari satu baris.
Atau juga dinamakan 'row vector' = vektor baris. Contoh :

$$\{D\} = \{ a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13} \quad a_{14} \}$$

Matriks Transpose $\{A\}$: transpose dari matriks $\{A\}$ dinyatakan dalam bentuk notasi $\{A\}^T$

Matriks transpose didapatkan dengan memukarkan antara baris dengan kolom dan kolom dengan baris dari matriks $\{A\}$. Contoh :

$$\{A\} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad \{A\}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & \dots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & a_{3n} & & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Suatu matriks kolom bila ditransposekan akan menjadi matriks baris dan sebaliknya.

Matriks Simetris : Bila matriks itu sama dengan transposenya.

$$\text{Atau : } \{A\} = \{A\}^T$$

Pengurangan dan penjumlahan : Matriks hanya dapat dijumlahkan atau dikurangkan dengan matriks lain yang berderajat sama (sejenis). Jadi matriks $(m \times n)$ tidak bisa dijumlahkan dengan matriks $(p \times q)$.

lisis dari matriks A dan B adalah :

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

contoh :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_{11}+b_{11}) & (a_{12}+b_{12}) \\ (a_{21}+b_{21}) & (a_{22}+b_{22}) \end{bmatrix}$$

Bila dijumpai suatu keadaan dimana kita harus menjumlahkan dua matriks yang tidak sejenis, maka hal ini diperbolehkan dengan menambahkan derajat matriks yang kecil sehingga keduanya berderajat sama. Yang dimaksudkan dengan memperbesar derajat matriks ialah menambahkan kolom atau barisnya dengan bilangan-bilangan nol. Contoh :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ derajatnya diperbesar menjadi } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Perkalian : Dua buah matriks hanya dapat dikalikan bila banyaknya kolom pada matriks yang pertama = banyaknya baris pada matriks yang kedua. Jadi matriks (mxn) kali matriks (nxp) akan menghasilkan matriks (mxp). Harga dari setiap unsur matriks (C) yang merupakan hasil kali antara matriks (A) dengan matriks (B) adalah jumlah dari perkalian antara setiap unsur pada baris dari matriks (A) dengan setiap unsur pada kolom dari matriks (B) .

Dalam bentuk notasi :

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj}$$

Contoh:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}) & (a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}) \\ (a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}) & (a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}) \\ (a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}) & (a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}) \end{bmatrix}$$

Jika α adalah suatu bilangan dan [A] adalah matriks, maka yang dimaksud dengan hasil kali $\alpha \cdot A$ ialah suatu matriks B yang sejenis dengan [A] dengan unsur-unsurnya : $b_{ij} = a_{ij} \cdot \alpha$

Contoh :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} \\ \alpha a_{21} & \alpha a_{22} \end{bmatrix}$$

Transpose dari hasil kali matriks. : Transpose dari hasil kali antara matriks [A] dengan matriks [B] sama dengan hasil kali transpose matriks [B] dengan transpose matriks [A] .

Dalam bentuk notasi : $[A][B] = [C]$
 $[B]^T [A]^T = [D] = [C]^T$

Contoh : $[A]$ $[B]$ $[C]$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}$$

$[B]^T$ $[A]^T$ $[D] = [C]^T$

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 43 \\ 22 & 50 \end{bmatrix}$$

Matriks Inverse : Matriks Inverse $[A]^{-1}$ dari matriks bujur sangkar

terdefinisi bila kondisi berikut ini dipenuhi yaitu :

$$[A]^{-1} [A] = [I] = [A][A]^{-1} \text{ dan } |A| \neq 0$$

dimana : [I] = matriks satuan yaitu matriks bujur sangkar yang unsur unsur diagonal utamanya adalah satu, serta unsur yang lain adalah nol.

$$|A| = \text{harga dari determinan } |A|$$

$$[A]^{-1} = \text{matriks Inverse}$$

Bila $|A| = 0$, inverse dari matriks [A] tidak terdefinisi dan [A] disebut 'singular matrix'. Hanya 'nonsingular matrix' bujur sangkar yang mempunyai inverse.

Dalam bentuk notasi adalah sebagai berikut :

$$[A]^{-1} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix} =$$

$$\frac{[A_{jk}]}{|A|}$$

dimana : A_{jk} = minor dari $[A]$

A_{jk} = matriks ajoint dari minor $[A]$

Matriks dan persamaannya : Salah sebuah faedah matriks yang sangat penting bagi bidang keinsinyuran ialah kemampuannya untuk menu - liskan sejumlah persamaan yang panjang secara serempak. Hal itu akan mempermudah perhitungan selanjutnya, karena dapat diubah dalam bentuk program komputer yang membantu kita menyelesaikan hasil akhir dari persamaan itu.

Dalam bentuk notasi : $[A] = [B]$

Contoh :

$$\begin{array}{rcl} X + 2Y + Z = 8 & & \\ 2X - Y + 3Z = 7 & \text{dalam ben-} & \\ X + Y - Z = 4 & \text{tuk matriks} & \end{array} \quad \begin{array}{c} [A] \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{c} [B] \\ \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} \end{array}$$

dimana $[A]$ = matriks segi empat.

dan $[B]$ = matriks kolom.

Dengan menggunakan hukum dari matriks Inverse maka :

$$[A] = [B] ; [A]^{-1}[A] = [A]^{-1}[B]$$

$$[I] = [A]^{-1}[B] \longrightarrow = [A]^{-1}[B]$$

Dimana :

$$[I] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Diferensiasi Matriks : Sebuah matriks dapat dideferensier dengan men

differensialkan setiap unsur dari matriks tersebut. Contoh :

$$[A] = \begin{pmatrix} X^2 & 3X^2 & 4X \\ 6 & \frac{1}{2}X^2 & 5X \\ 2X^3 & X^4 & 2 \end{pmatrix} \quad \frac{d}{dX} [A] = \begin{pmatrix} 2X & 6X & 4 \\ 0 & X & 5 \\ 6X & 4X & 0 \end{pmatrix}$$

Integrasi matriks : Dengan cara yang sama dengan diatas matriks da-

pat diintegalkan. Contoh :

$$[A] = \begin{pmatrix} X^2 & 3X^2 & 4X \\ 6 & \frac{1}{2}X^2 & 5X \\ 2X^3 & X^4 & 2 \end{pmatrix} \quad \int [A] dX = \begin{pmatrix} \frac{X^3}{3} & X^3 & 2X^2 \\ 6X & \frac{X^3}{6} & \frac{5X^2}{2} \\ \frac{X^4}{2} & \frac{X^5}{5} & 2X \end{pmatrix}$$