

SKRIPSI

**MODIFIKASI METODE HUNGARIA UNTUK MASALAH
PENUGASAN YANG TIDAK SEIMBANG**



ALMA ZORAYA LAKSANA

NPM: 6161901117

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2024**

FINAL PROJECT

**MODIFIED HUNGARIAN METHOD FOR UNBALANCED
ASSIGNMENT PROBLEM**



ALMA ZORAYA LAKSANA

NPM: 6161901117

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2024**

LEMBAR PENGESAHAN

MODIFIKASI METODE HUNGARIA UNTUK MASALAH PENUGASAN YANG TIDAK SEIMBANG

Alma Zoraya Laksana

NPM: 6161901117

Telah lulus ujian skripsi pada 19 Januari 2024 dengan penguji:
Iwan Sugiarto, M.Si. dan Dr. Livia Owen

Bandung, 2 Februari 2024

Menyetujui,

Pembimbing

Prof. Dr. Julius Dharma Lesmono

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Jonathan Hoseana, Ph.D.

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

MODIFIKASI METODE HUNGARIA UNTUK MASALAH PENUGASAN YANG TIDAK SEIMBANG

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
2 Februari 2024



Alma Zoraya Laksana
NPM: 6161901117

ABSTRAK

Masalah penugasan merupakan salah satu masalah penting dalam setiap industri yang berkaitan dengan penugasan beberapa pekerjaan ke beberapa mesin dengan tujuan minimasi biaya atau waktu atau maksimasi keuntungan tergantung pada jenis masalah atau kasus yang dihadapi. Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut, metode yang biasa digunakan adalah metode Hungaria. Metode ini mengasumsikan bahwa satu mesin hanya dapat mengerjakan satu dan hanya satu pekerjaan. Dalam skripsi ini, akan diterapkan modifikasi metode Hungaria untuk mengatasi keterbatasan pada metode Hungaria. Dalam modifikasi metode Hungaria, setiap mesin dapat menangani lebih dari satu pekerjaan. Dalam skripsi ini akan dibahas modifikasi metode Hungaria untuk penugasan yang tidak seimbang untuk diuji berdasarkan jenis kasus, seperti kasus minimasi, kasus maksimasi, dan pada masalah penugasan yang tidak diterima. Hasil dari metode ini akan dibandingkan dengan metode lain yang juga merupakan variasi dari metode Hungaria.

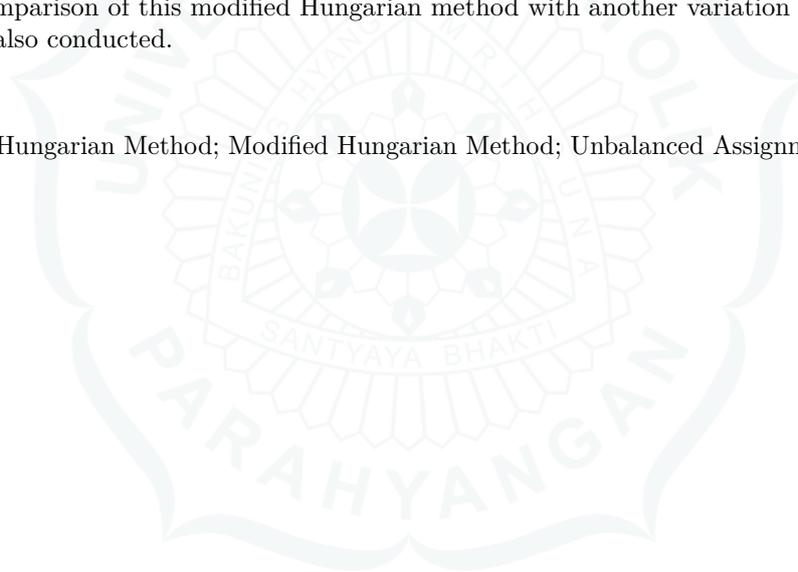
Kata-kata kunci: Metode Hungaria; Modifikasi Metode Hungaria; Masalah Penugasan Tidak Seimbang.



ABSTRACT

Assignment problems are one of the important problems in any industry that generally address the problems of assigning some jobs to machines with the aim of achieving the lowest cost or largest profit depending on the type of problem or case addressed. To solve those problems, usually can be calculated using Hungarian method. This method assuming to assign one job to one machine and could be leaving other jobs without execution. In this research paper, a new modified Hungarian method will be applied to solve limitations of Hungarian method. In this modified method, each machine can be assigned to more than a job. In this research paper, a new modified Hungarian method for solving unbalanced assignment problem will be tested in terms of the type of the cases, such as to minimise, to maximise and for unaccepted assignment problem. Comparison of this modified Hungarian method with another variation of Hungarian method was also conducted.

Keywords: Hungarian Method; Modified Hungarian Method; Unbalanced Assignment Problem.



*Dari sekian banyaknya jiwa di bumi, kaulah yang selalu di hati.
Kupersembahkan kesuksesan ini untukmu, Papa.*



KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala kuasa dan izin-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penelitian skripsi yang berjudul "Modifikasi Metode Hungaria untuk Masalah Penugasan yang Tidak Seimbang" yang disusun sebagai salah satu syarat wajib untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung.

Perjalanan panjang telah penulis lalui dalam menyelesaikan skripsi ini. Tidak dapat dipungkiri juga, selama proses penyelesaian ini, penulis menerima banyak saran, kritikan, dukungan hingga motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini, dengan penuh hormat penulis mengucapkan terima kasih kepada yang terhormat:

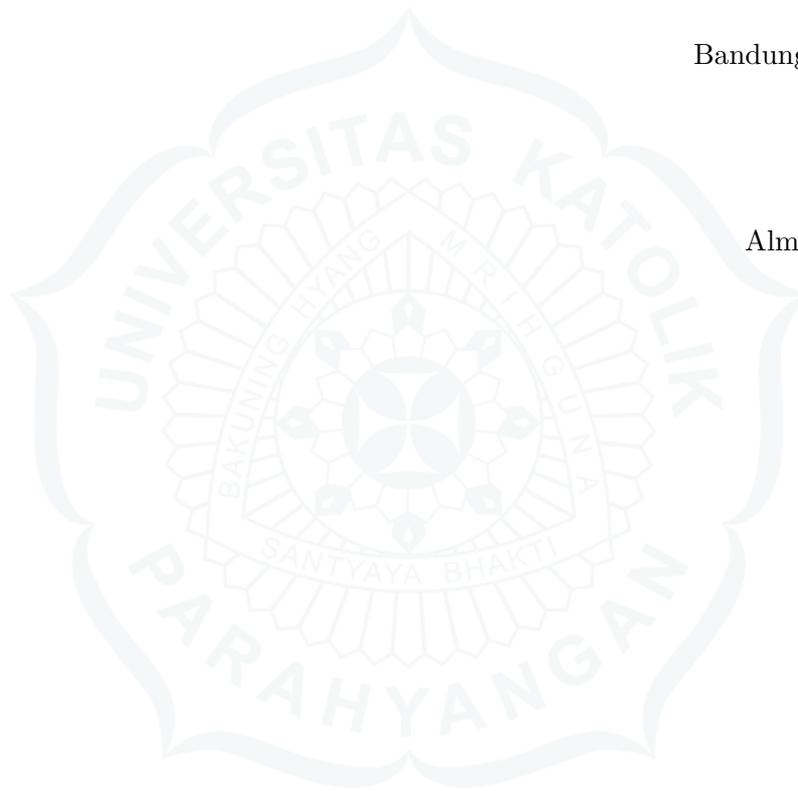
1. Diri sendiri karena sudah bertahan dan terus berjuang menghadapi segala rintangan dengan besar hati dan penuh keikhlasan diiringi rasa bersyukur atas segala karunia Tuhan Yang Maha Esa hingga saat ini.
2. Almarhum Papa atas segala perjuangan yang telah dilalui untuk memenuhi segala kebutuhan lahir dan batin penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
3. Mama atas perjuangan dalam melahirkan penulis hingga penulis dapat memiliki pribadi yang kuat, mandiri hingga berjuang sejauh ini.
4. Bapak Prof. Dr. Julius Dharma Lesmono selaku dosen pembimbing yang telah dengan sabar meluangkan waktu untuk membimbing, memberi masukan dan arahan kepada penulis sejak awal pembuatan skripsi hingga terselesaikannya skripsi ini.
5. Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. selaku dosen penguji-1, Ibu Dr. Livia Owen selaku dosen penguji-2, dan Bapak Dr. Daniel Salim selaku dosen koordinator skripsi yang telah memberikan ilmu, saran, dan kritik sehingga skripsi ini menjadi lebih baik.
6. Ibu Felivia Kusnadi, M.Act.Sc. selaku dosen wali yang telah membantu dan memberikan solusi dalam proses penyusunan hingga penyelesaian skripsi ini.
7. Seluruh dosen dan karyawan Tata Usaha FTIS atas jasanya kepada penulis selama mengikuti perkuliahan.
8. Hanum Pramesti Dewi Raksadinata sebagai sahabat terbaik satu-satunya serta sebagai keluarga yang telah menemani dan selalu mendukung penulis di setiap momen jatuh bangunnya penulis baik di dalam maupun di luar penulisan skripsi ini.
9. Seluruh keluarga besar Laksana yang telah mendukung penulis secara morel dan materiel dan selalu mendoakan penulis untuk segala kebaikan dan keberkahan dalam menyelesaikan skripsi ini.
10. Teman-teman dan sahabat dari grup "Crazy Rich Dajjal", di antaranya Abel, Aldy, Alex, Annisa, Aspira, Anton, Enrico, Qiya, Stephanie, Verra, Uday, Sharen, Thahira, Irene, dan Sherina yang telah menemani di setiap momen perkuliahan dengan canda tawa dan keributan.

11. Yohanes Reinhart yang selalu memberikan dukungan dan bantuan selama masa perkuliahan di kala pandemi hingga membantu menyelesaikan penyusunan skripsi ini.
12. Om Taslim dan Ibu Somiah beserta keluarga yang terlibat yang telah berbesar hati membantu dalam memenuhi kebutuhan sehari-hari penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan penuh motivasi dan harapan.
13. Semua pihak yang telah berjasa kepada penulis selama masa studi dan dalam proses penyusunan skripsi ini.

Akhir kata, penulis menyadari bahwasanya penulis masih dalam proses belajar dan akan terus berkembang setiap harinya. Oleh karena itu, karena adanya keterbatasan ilmu dan pengalaman yang dimiliki, penulis memohon maaf apabila terdapat kesalahan dalam susunan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi para pembaca dan juga dapat berdampak baik di segala aspek.

Bandung, 2 Februari 2024

Alma Zoraya Laksana



DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Tujuan	2
1.4 <i>State of the Art</i>	2
1.5 Metodologi	3
1.6 Sistematika Pembahasan	3
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Masalah Penugasan	5
2.1.1 Definisi	5
2.1.2 Formulasi	6
2.2 Metode Hungaria	6
2.2.1 Definisi	6
2.2.2 Langkah Pengerjaan	7
2.3 Penugasan yang Tidak Dapat Diterima	10
3 METODOLOGI PENELITIAN	11
3.1 Modifikasi Metode Hungaria	11
3.1.1 Definisi	11
3.1.2 Langkah Pengerjaan	11
3.1.3 Perbedaan Metode	11
3.2 Modifikasi Metode Hungaria	12
3.2.1 Kasus Minimasi	12
3.2.2 Kasus Maksimasi	12
3.2.3 Penugasan yang Tidak Dapat Diterima	13
4 PENGAPLIKASIAN DAN ANALISIS HASIL	14
4.1 Modifikasi Metode Hungaria dengan metode Kumar [1]	14
4.2 Modifikasi Metode Hungaria Kasus Minimasi	16
4.3 Modifikasi Metode Hungaria Kasus Maksimasi	20
4.4 Penugasan yang Tidak Dapat Diterima	23
4.5 Analisis Hasil	27
5 KESIMPULAN	29
DAFTAR REFERENSI	30

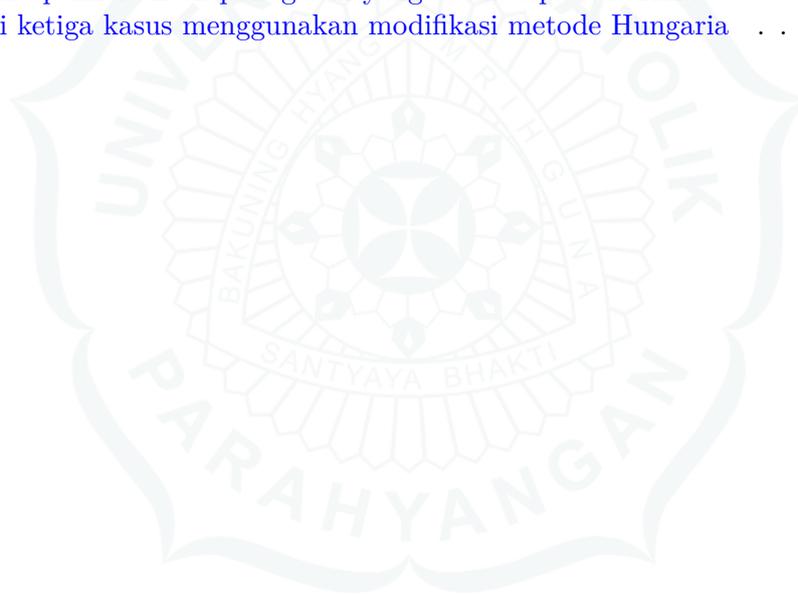
A KODE PROGRAM	31
A.1 Modifikasi Metode Hungaria	31
A.2 Modifikasi Metode Hungaria Kasus Maksimasi	33
A.3 Penugasan yang Tidak Dapat Diterima	35
B HASIL EKSPERIMEN	37
B.1 Modifikasi Metode Hungaria	37
B.2 Modifikasi Metode Hungaria Kasus Maksimasi	39
B.3 Penugasan yang Tidak Dapat Diterima	41



DAFTAR TABEL

2.1	Matriks penugasan	5
2.2	Matriks pembiayaan	5
2.3	Perbedaan matriks penugasan dan matriks pembiayaan	5
2.4	Matriks penugasan perenang untuk berbagai gaya renang	8
2.5	Waktu penugasan (dalam detik)	8
2.6	Hasil pengurangan elemen baris terkecil	8
2.7	Hasil pengurangan elemen kolom terkecil	8
2.8	Hasil nilai nol dan perhitungan jumlah garis	8
2.9	Penambahan dan pengurangan seluruh elemen dengan elemen terkecil selain nol	9
2.10	Hasil nilai nol dan perhitungan jumlah garis	9
2.11	Menentukan kombinasi elemen yang menghasilkan waktu minimum	9
2.12	Penugasan optimal	9
2.13	Perubahan matriks pada penugasan yang tidak dapat diterima	10
2.14	Kombinasi elemen penugasan yang tidak dapat diterima	10
2.15	Penugasan optimal pada penugasan yang tidak dapat diterima	10
3.1	Perbedaan metode Hungaria dengan modifikasi metode Hungaria	11
4.1	Matriks pembiayaan untuk kasus minimasi dengan metode Kumar	14
4.2	Matriks total biaya per kolom untuk kasus minimasi dengan metode Kumar	14
4.3	Matriks total biaya per baris untuk kasus minimasi dengan metode Kumar	14
4.4	Matriks seimbang 1	15
4.5	Matriks seimbang 2	15
4.6	Penugasan optimal pada matriks 1 untuk kasus minimasi dengan metode Kumar	15
4.7	Penugasan optimal pada matriks 2 untuk kasus minimasi dengan metode Kumar	15
4.8	Penugasan optimal untuk kasus minimasi dengan metode Kumar	16
4.9	Matriks pembiayaan	16
4.10	Proses pengurangan setiap elemen pada setiap kolom untuk kasus minimasi	16
4.11	Hasil pengurangan setiap elemen kolom untuk kasus minimasi	17
4.12	Proses pengurangan setiap elemen pada setiap baris untuk kasus minimasi	17
4.13	Hasil pengurangan setiap elemen baris untuk kasus minimasi	17
4.14	Hasil dari pembentukan garis pada baris dan kolom untuk kasus minimasi	18
4.15	Penambahan dan pengurangan seluruh elemen dengan elemen terkecil selain nol untuk kasus minimasi	18
4.16	Jumlah elemen bernilai nol dan perhitungan jumlah garis yang sudah optimal untuk kasus minimasi	18
4.17	Menentukan kombinasi elemen yang menghasilkan biaya minimum	19
4.18	Menentukan kombinasi elemen yang menghasilkan biaya minimum	19
4.19	Penugasan optimal untuk kasus minimasi	20
4.20	Matriks keuntungan untuk kasus maksimasi	20
4.21	Proses pengurangan setiap elemen pada setiap kolom untuk kasus maksimasi	21
4.22	<i>Opportunity losses matrix</i>	21
4.23	Proses pengurangan setiap elemen pada setiap baris untuk kasus maksimasi	21

4.24 Hasil pengurangan setiap elemen baris untuk kasus maksimasi	21
4.25 Hasil dari pembentukan garis pada baris dan kolom untuk kasus maksimasi	22
4.26 Menentukan kombinasi elemen yang menghasilkan keuntungan maksimum	23
4.27 Menentukan kombinasi elemen yang menghasilkan keuntungan maksimum	23
4.28 Keuntungan optimal	23
4.29 Kombinasi elemen untuk solusi optimal	24
4.30 Perubahan elemen pada matriks	24
4.31 Proses pengurangan setiap elemen pada setiap kolom untuk penugasan yang tidak dapat diterima	24
4.32 Hasil pengurangan elemen kolom terkecil untuk penugasan yang tidak dapat diterima	25
4.33 Proses pengurangan setiap elemen pada setiap baris untuk penugasan yang tidak dapat diterima	25
4.34 Hasil pengurangan elemen baris terkecil untuk penugasan yang tidak dapat diterima	25
4.35 Jumlah elemen bernilai nol dan perhitungan jumlah garis untuk penugasan yang tidak dapat diterima	25
4.36 Jumlah elemen bernilai nol dan perhitungan jumlah garis yang sudah optimal untuk penugasan yang tidak dapat diterima	26
4.37 Jumlah elemen bernilai nol dan perhitungan jumlah garis yang sudah optimal untuk penugasan yang tidak dapat diterima	26
4.38 Penugasan optimal untuk penugasan yang tidak dapat diterima	27
4.39 Hasil dari ketiga kasus menggunakan modifikasi metode Hungaria	27



BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Bekerja merupakan salah satu kebutuhan bagi setiap pribadi sebagai cara untuk memenuhi kebutuhan sehari-harinya. Pemanfaatan berbagai mata pencaharian hingga saat ini telah berkembang pesat mengikuti evolusi zaman yang mana hal tersebut berhubungan dengan aspek keuangan. Pembagian upah atau biaya penugasan yang setara dengan pekerjaan yang dilakukan menjadi salah satu faktor penting agar tercipta simbiosis mutualisme bagi para pekerja dan perusahaan yang berkemungkinan dapat berdampak juga pada aspek yang lain. Namun, tidak dapat dipungkiri bahwasanya melalui berbagai pertimbangan faktor pendukung, seperti adanya krisis atau wabah yang tidak terelakkan, upah atau biaya penugasan perlu diminimumkan demi menjaga kestabilan dinamika keuangan bagi perusahaan. Dalam menerapkan hal tersebut, terdapat sebuah metode yang dapat memecahkan masalah penugasan, yaitu metode Hungaria.

Metode ini yang awalnya ditemukan oleh D. König dan E. Egerváry lalu dikembangkan oleh Kuhn (1955) [2], melibatkan pencarian penugasan optimal pekerjaan ke pekerja atau mesin dengan biaya minimum dengan syarat jumlah pekerja dan pekerjaan harus seimbang. Metode ini memiliki peranan penting untuk mempermudah perhitungan pembagian penugasan dengan biaya atau waktu yang minimum secara optimal. Metode ini juga dapat diterapkan untuk masalah penugasan dengan tujuan maksimasi keuntungan.

Dalam prakteknya, sering dijumpai bahwa banyaknya pekerjaan melebihi banyaknya pekerja, sehingga pekerja akan mengerjakan lebih dari satu pekerjaan. Hal ini memunculkan modifikasi dari metode Hungaria untuk menyelesaikan masalah penugasan seperti ini, baik dengan tujuan minimasi biaya ataupun maksimasi keuntungan.

Di dalam skripsi ini, akan dibahas mengenai penerapan modifikasi metode Hungaria untuk masalah penugasan yang tidak seimbang. Penugasan ini mencakup kasus minimasi, kasus maksimasi, dan penugasan yang tidak dapat diterima. Untuk kasus minimasi, modifikasi metode Hungaria yang dibahas di dalam skripsi ini mengacu pada [3], sedangkan untuk kasus maksimasi dan kasus penugasan yang tidak dapat diterima merupakan kontribusi dari skripsi ini, yang dikembangkan dari metode yang ada di [3].

1.2 Rumusan Masalah

Berikut masalah yang akan dibahas dalam skripsi ini.

1. Bagaimana penerapan modifikasi metode Hungaria pada masalah penugasan yang tidak seimbang?
2. Bagaimana perbandingan hasil modifikasi metode Hungaria dan metode lain yang dikembangkan oleh Kumar [1] pada masalah penugasan yang tidak seimbang?
3. Bagaimana penerapan modifikasi metode Hungaria pada masalah penugasan yang tidak seimbang untuk kasus maksimasi dan penugasan yang tidak dapat diterima?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah

1. Menerapkan modifikasi metode Hungaria pada masalah penugasan yang tidak seimbang.
2. Membandingkan hasil modifikasi metode Hungaria dan metode lain yang dikembangkan oleh Kumar [1] pada masalah penugasan yang tidak seimbang.
3. Menerapkan modifikasi metode Hungaria pada masalah penugasan yang tidak seimbang untuk kasus maksimasi dan penugasan yang tidak dapat diterima.

1.4 *State of the Art*

Dalam beberapa tahun terakhir, metode Hungaria telah menjadi alat penting untuk menyelesaikan masalah penugasan secara optimal. Beberapa perkembangan dan adaptasi telah ditemukan oleh para peneliti untuk dapat meningkatkan kinerja dari metode tersebut. Berikut akan dijelaskan berbagai modifikasi metode Hungaria beserta hasil dari total biaya minimum penugasan dengan setiap pengaplikasian menggunakan data matriks pembiayaan berukuran 5×8 . Hal ini bertujuan untuk melihat perbandingan dalam mendapatkan solusi paling optimal yang dilakukan oleh para peneliti.

1. Kuhn [2]
Metode Hungaria dikenal luas karena keefektifannya dalam menyelesaikan masalah penugasan. Keefisienannya terletak pada kemampuannya untuk menemukan penugasan optimal dengan menyesuaikan penugasan secara iteratif hingga solusi optimal tercapai. Metode ini sangat berguna pada situasi di mana perlu dioptimalkan alokasi pekerja ke pekerjaan.
2. Kumar [1]
Modifikasi yang dilakukan oleh Kumar berkaitan dengan masalah penugasan yang tidak seimbang. Penugasan yang tidak seimbang terjadi ketika jumlah pekerja (m) lebih kecil dari jumlah pekerjaan (n) atau $n > m$. Adaptasi penggunaan metode Hungaria pada kasus ini adalah dengan membagi matriks menjadi dua bagian sehingga terdapat matriks berukuran $m \times m$ dengan nilai $m > 1$ dan matriks lainnya berukuran $(m - n) \times (m - n)$ atau dengan kata lain mengubah matriks yang tidak seimbang menjadi dua matriks yang seimbang.
3. Betts dan Vasko [4]
Modifikasi yang dilakukan oleh Betts dan Vasko merupakan perkembangan dari [1] yang

berfokus pada perubahan matriks yang tidak seimbang menjadi matriks yang seimbang. Hal tersebut dilakukan dengan cara membuat tiruan atau kloning untuk menambah jumlah mesin atau pekerja sehingga matriks memiliki ukuran yang baru, yaitu jumlah pekerja sama dengan jumlah pekerjaan atau $n = m$.

4. Rabbani, Khan, dan Quddoos [3]

Modifikasi metode Hungaria berfokus untuk mengatasi masalah penugasan yang tidak seimbang dengan pekerjaan ganda. Berbeda dengan adaptasi dan modifikasi dari penelitian sebelumnya, metode ini dapat diaplikasikan pada situasi dengan struktur pekerjaan yang lebih kompleks. Pada modifikasi ini, perbedaan yang signifikan terlihat pada seluruh pekerjaan yang pasti dikerjakan oleh pekerja atau mesin yang tertera dan seluruh pekerja atau mesin dapat mengerjakan lebih dari satu pekerjaan. Oleh karena itu, dikarenakan pekerjaan yang dilakukan lebih dari satu, maka total biaya minimum yang dikeluarkan lebih sedikit dibandingkan penelitian sebelumnya yang hanya dapat mengerjakan satu pekerjaan saja.

Pada skripsi ini, akan dibahas mengenai penerapan modifikasi metode Hungaria pengembangan dari [3], pada kasus maksimasi dan penugasan yang tidak dapat diterima. Untuk kasus minimasi, akan dibandingkan hasil dari modifikasi metode Hungaria dari [3] dan [1].

1.5 Metodologi

Metode yang digunakan pada penelitian ini berbasis pada metode Hungaria yang dikembangkan oleh Kuhn [2]. Pengembangan yang dilakukan pada penelitian ini berfokus pada penerapan modifikasi metode Hungaria untuk masalah penugasan yang tidak seimbang. Modifikasi metode Hungaria pada [3], berfokus pada penerapan dalam kasus minimasi. Pada skripsi ini, akan dibahas juga mengenai penerapan modifikasi metode Hungaria dalam kasus maksimasi dan penugasan yang tidak dapat diterima. Perhitungan di dalam skripsi ini dilakukan secara manual dan menggunakan perangkat lunak *Python* yang berfungsi untuk melakukan iterasi dengan memperhatikan efisiensi waktu komputasi untuk menghasilkan solusi yang optimal.

1.6 Sistematika Pembahasan

Sistematika pembahasan pada skripsi ini terdiri dari lima bab, yaitu:

- **BAB 1: PENDAHULUAN**

Bab ini membahas mengenai latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan, *State of The Art*, metodologi penelitian, dan sistematika pembahasan.

- **BAB 2: LANDASAN TEORI**

Bab ini membahas teori-teori dasar dan konsep dari metode Hungaria dan penugasan yang tidak dapat diterima untuk penugasan yang tidak seimbang.

- **BAB 3: METODOLOGI PENELITIAN**

Bab ini membahas tentang teori dasar dan langkah pengerjaan dari modifikasi metode Hungaria dalam berbagai lingkup kasus untuk penugasan yang tidak seimbang.

- **BAB 4: PENGAPLIKASIAN DAN ANALISIS HASIL**

Bab ini berisi aplikasi modifikasi metode Hungaria pada kasus penugasan tidak seimbang dan perbandingan hasil yang diperoleh dengan metode yang lain (Kumar [1]).

- **BAB 5: KESIMPULAN**

Bab ini berisi kesimpulan dari bab-bab sebelumnya.

