

SKRIPSI

**APROKSIMASI NILAI EIGEN SUATU MATRIKS DENGAN
METODE PANGKAT, METODE BAGI DUA, DAN METODE
DEFLASI**



BRIAN

NPM: 6161901112

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2024**

FINAL PROJECT

**EIGENVALUE APPROXIMATION OF A MATRIX USING THE
POWER METHOD, BISECTION METHOD, AND DEFLATION
METHOD**



BRIAN

NPM: 6161901112

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2024**

LEMBAR PENGESAHAN

APROKSIMASI NILAI EIGEN SUATU MATRIKS DENGAN METODE PANGKAT, METODE BAGI DUA, DAN METODE DEFLASI

Brian

NPM: 6161901112

Telah lulus ujian skripsi pada 24 Januari 2024 dengan penguji:
Dr. Julius Dharma Lesmono dan Iwan Sugiarto, M.Si.

Bandung, 31 Januari 2024

Menyetujui,

Pembimbing 1

Pembimbing 2

Dr. Daniel Salim

Benny Yong, Ph.D.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Jonathan Hoseana, Ph.D.

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

APROKSIMASI NILAI EIGEN SUATU MATRIKS DENGAN METODE PANGKAT, METODE BAGI DUA, DAN METODE DEFLASI

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
31 Januari 2024



Brian
NPM: 6161901112

ABSTRAK

Nilai eigen matriks memiliki peran krusial dalam berbagai bidang ilmu, seperti fisika, ekonomi, dan rekayasa. Kemampuannya mempermudah analisis sinyal suara, gerak harmonik, getaran bangunan, hingga analisis wajah memberikan kontribusi signifikan dalam memecahkan beragam masalah. Khususnya, nilai eigen dominan dan tak dominan memiliki peran penting dalam identifikasi iris mata, dinamika populasi, rantai Markov, dan analisis jaringan sosial. Skripsi ini bertujuan untuk menentukan nilai eigen dari suatu matriks dengan beberapa metode. Tiga metode yang digunakan adalah, metode pangkat, metode bagi dua, dan metode deflasi. Metode persamaan karakteristik akan menjadi pembanding akurasi dari tiga metode tersebut. Penyelesaian persamaan karakteristik matriks untuk mencari nilai eigen biasanya sulit untuk matriks berukuran besar. Metode pangkat merupakan metode yang mampu mengatasi kendala tersebut. Beberapa metode pangkat yang akan digunakan di sini adalah metode pangkat langsung, metode pangkat invers, metode pangkat tergeser, dan metode pangkat invers tergeser. Setiap metode memiliki keunggulan dan batasan masing-masing. Metode pangkat hanya bisa mencari nilai eigen dominan dan tidak dominan. Untuk mencari nilai eigen selain dominan dan tidak dominan akan digunakan metode bagi dua dan metode deflasi. Metode bagi dua akan memberikan nilai eigen yang berada pada sebuah interval yang ditetapkan. Metode deflasi akan memberikan semua nilai eigen dari sebuah matriks dengan proses dasar metode pangkat langsung. Dari semua metode tersebut, jika dibandingkan dengan metode persamaan karakteristik, semua metode dapat mengaproksimasi nilai eigen dengan relatif akurat, namun metode pangkat langsung dan metode deflasi memiliki keunggulan dalam kepraktisan penggunaan.

Kata-kata kunci: nilai eigen; metode pangkat langsung; metode pangkat invers; metode pangkat tergeser; metode pangkat invers tergeser; metode bagi dua; metode deflasi.

ABSTRACT

The eigenvalue of matrices plays a crucial role in various fields of science, including physics, economics, and engineering. Its ability to simplify the analysis of sound signals, harmonic motion, building vibrations, and facial analysis contributes significantly to solving various problems. Particularly, dominant and non-dominant eigenvalues play an important role in iris identification, population dynamics, Markov chains, and social network analysis. This study aims to determine the eigenvalues of a matrix using several methods. Three methods used are power method, bisection method, and deflation method. The characteristic equation method will be used as a comparison of accuracy for these three methods. Solving the characteristic equation of a matrix to find eigenvalues is usually difficult for large-sized matrices. The power method is a method that can overcome this constraint. Some power methods used here are the direct power method, inverse power method, shifted power method, and shifted inverse power method. Each method has its advantages and limitations. The power method can only find dominant and non-dominant eigenvalues. To find eigenvalues other than dominant and non-dominant, bisection method and deflation method will be used. Bisection method will provide eigenvalues within a predetermined interval. The deflation method will provide all eigenvalues of a matrix using the basic process of the direct power method. Among all these methods, when compared to the characteristic equation method, all methods can approximate eigenvalues relatively accurate, but the direct power method and deflation method have advantages in practical use.

Keywords: eigen value; direct power method; invers power method; shifted power method; shifted inverse power method; bisection method; deflation method.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa atas penyertaan, tuntunan, dan berkat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan baik. Skripsi yang berjudul “Aproksimasi Nilai Eigen Suatu Matriks Dengan Metode Pangkat, Metode Bagi Dua, dan Metode Deflasi” disusun sebagai salah satu syarat wajib untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan. Dalam proses penyelesaian skripsi ini, penulis menemukan banyak sekali rintangan yang pasti tidak mungkin diselesaikan tanpa dukungan dan doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih sebanyak-banyaknya kepada:

- Kedua orangtua dan kakak yang selalu mendukung dan mendoakan penulis selama proses penyelesaian skripsi ini.
- Bapak Dr. Daniel Salim selaku dosen pembimbing pertama dan Bapak Benny Yong, Ph.D. selaku dosen pembimbing kedua yang bersedia meluangkan waktu untuk membimbing, memberi masukan, ide, kesabaran, dan ilmu kepada penulis selama proses penyelesaian skripsi ini.
- Bapak Dr. Julius Dharma Lesmono selaku dosen penguji pertama dan Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. selaku dosen penguji kedua yang telah memberikan kritik, saran, dan ilmu pada penulis sehingga skripsi ini menjadi lebih baik.
- Seluruh dosen Program Studi Matematika atas segala ilmu dan bimbingan yang diberikan kepada penulis selama proses perkuliahan, serta staf Tata Usaha dan karyawan FTIS atas bantuannya dalam melengkapi segala hal yang diperlukan selama proses perkuliahan.
- Teman-teman SMA yang memberi semangat dan menjadi tempat meluapkan keluh kesah selama proses perkuliahan.
- Teman-teman Matematika UNPAR angkatan 2019.
- Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-satu atas bantuan, dukungan, dan doanya.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, segala kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan untuk perbaikan di masa mendatang. Semoga skripsi ini dapat memberi manfaat bagi para pembaca dan dapat memberi kontribusi positif bagi perkembangan ilmu pengetahuan di bidang Matematika

Bandung, 31 Januari 2024

Brian

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	x
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Tujuan	2
1.4 <i>State of the Art</i>	2
2 LANDASAN TEORI	3
2.1 Nilai Eigen	3
2.2 Persamaan Karakteristik	3
2.3 Teorema Gersgorin	4
3 APROKSIMASI NILAI EIGEN DOMINAN DAN TIDAK DOMINAN	6
3.1 Metode Pangkat	6
3.2 Metode Pangkat Langsung	6
3.3 Metode Pangkat Invers	12
3.4 Metode Pangkat Tergeser	14
3.5 Metode Pangkat Invers Tergeser	17
3.6 Beberapa Kasus Khusus	21
3.6.1 Kasus Nilai Eigen Kembar	21
3.6.2 Kasus Nilai Eigen Kompleks	24
4 APROKSIMASI NILAI EIGEN LAINNYA	27
4.1 Metode Bagi Dua	27
4.2 Metode Deflasi	29
5 PENUTUP	34
5.1 Kesimpulan	34
5.2 Saran	34
DAFTAR REFERENSI	35

DAFTAR TABEL

3.1	Tabel Iterasi Metode Pangkat Langsung	8
3.2	Tabel Iterasi Vektor Awal Berbeda	11
3.3	Tabel Iterasi Metode Pangkat Invers	13
3.4	Tabel Iterasi Metode Pangkat Tergeser	16
3.5	Tabel Iterasi Metode Pangkat Invers Tergeser	18
3.6	Tabel Iterasi Contoh Soal 3.12	22
3.7	Tabel Iterasi Contoh Soal 3.13	23
3.8	Tabel Iterasi Contoh Soal 3.15	25
3.9	Tabel Iterasi Contoh Soal 3.15 Dengan Metode Pangkat Langsung	26
4.1	Tabel Interval	28
4.2	Tabel Iterasi Metode Bagi Dua Interval $[4, 5]$	28
4.3	Tabel Iterasi Metode Bagi Dua Interval $[-5, -4]$	29
4.4	Tabel Iterasi Metode Bagi Dua Interval $[-3, -2]$	29
4.5	Tabel Iterasi Metode Deflasi A	31
4.6	Tabel Iterasi Metode Deflasi B	32
4.7	Tabel Iterasi Metode Deflasi C	32
4.8	Perbandingan Semua Metode Dalam Mencari Nilai Eigen Pada Suatu Matriks	33

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Nilai eigen suatu matriks memiliki peran krusial dalam berbagai bidang ilmu seperti fisika, ekonomi, dan rekayasa. Nilai eigen dapat memberikan kemudahan untuk memecahkan beragam masalah, di antaranya untuk analisis sinyal suara, gerak harmonik, getaran suatu bangunan, dan analisis wajah [1]. Secara khusus nilai eigen dominan dan tak dominan berperan dalam mengidentifikasi iris mata, dinamika populasi, rantai markov, dan analisis jaringan sosial [2]. Di sini nilai eigen dominan yang dimaksud adalah nilai eigen dengan nilai absolut terbesar, sedangkan nilai eigen tidak dominan adalah nilai eigen dengan nilai absolut terkecil.

Salah satu cara untuk mencari nilai eigen sebuah matriks adalah dengan menyelesaikan persamaan karakteristiknya. Namun untuk matriks-matriks yang berukuran besar, persamaan karakteristiknya memiliki derajat tinggi sehingga tidak mudah diselesaikan. Untuk mengatasi kesulitan tersebut, metode numerik dapat digunakan untuk menemukan nilai eigen dari suatu matriks relatif lebih mudah. Salah satu kelompok metode numerik untuk mengaproksimasi nilai dan vektor eigen dari suatu matriks adalah metode pangkat [1].

Metode pangkat adalah suatu metode untuk mengaproksimasi nilai eigen, khususnya untuk nilai eigen dominan ataupun tidak dominan. Ada beberapa jenis metode pangkat, yaitu metode pangkat langsung, metode pangkat invers, metode pangkat tergeser, dan metode pangkat invers tergeser. Metode pangkat langsung dan metode pangkat invers tergeser hanya dapat digunakan untuk mencari nilai eigen dominan, sedangkan metode pangkat invers dan metode pangkat tergeser hanya dapat digunakan untuk mencari nilai eigen tak dominan, metode pangkat invers dan metode pangkat invers tergeser hanya bisa dipakai untuk matriks yang bersifat invertibel [3].

Pada skripsi ini akan dilakukan pengkajian lebih lanjut dengan metode pangkat untuk menentukan nilai eigen dominan dan tidak dominan. Selain itu, pengkajian nilai eigen lainnya dengan metode bagi dua dan deflasi. Setelah menentukan nilai eigen dengan metode pangkat, metode bagi dua, dan metode deflasi akan diberikan perbandingan masing-masing metode tersebut, setelah itu akan dianalisis kelebihan dan kekurangan masing-masing metode.

1.2 Rumusan Masalah

Berikut rumusan masalah-masalah yang akan dibahas:

1. Bagaimana cara menentukan nilai eigen dominan dan tidak dominan dari suatu matriks

dengan metode pangkat langsung, metode pangkat invers, metode pangkat tergeser, dan metode pangkat invers tergeser?

2. Bagaimana cara menentukan nilai eigen lainnya dari suatu matriks dengan metode bagi dua dan metode deflasi?
3. Bagaimana hasil nilai eigen dengan metode pangkat, metode bagi dua, dan metode deflasi jika dibandingkan dengan hasil yang diperoleh dengan metode persamaan karakteristik?

1.3 Tujuan

Tujuan yang akan dicapai adalah sebagai berikut:

1. Mengaproksimasi nilai eigen dominan dan tidak dominan dari suatu matriks dengan metode pangkat langsung, metode pangkat invers, metode pangkat tergeser, dan metode pangkat invers tergeser.
2. Mengaproksimasi nilai eigen lainnya dari suatu matriks dengan metode bagi dua dan metode deflasi.
3. Membandingkan hasil aproksimasi nilai eigen dengan metode pangkat, metode bagi dua, dan metode deflasi jika dibandingkan dengan hasil yang diperoleh dengan metode persamaan karakteristik.

1.4 *State of the Art*

Nilai eigen sebuah matriks biasanya dicari dengan menyelesaikan persamaannya karakteristiknya. Salah satu tokoh besar dalam pengembangan metode ini adalah Augustin-Louis Cauchy pada abad ke-18 [4, hlm. 454]. Persamaan karakteristik memungkinkan penentuan nilai eigen suatu matriks dengan mencari akar dari polinom karakteristiknya. Untuk matriks yang berukuran besar, penentuan persamaan karakteristik untuk matriks yang memiliki derajat tinggi akan semakin kompleks dan berat. Untuk mengatasi kesulitan tersebut, metode pangkat merupakan salah satu metode alternatif dalam menemukan nilai eigen dari suatu matriks. Karena metode pangkat hanya dapat memperoleh nilai eigen dominan dan tidak dominan, maka digunakan metode bagi dua dan deflasi untuk mencari nilai eigen lainnya.

Dalam skripsi akan diberikan beberapa contoh soal yang berkaitan dengan metode yang sedang dibahas. Kontribusi dalam skripsi ini adalah perbandingan hasil, eksplorasi dalam beberapa jenis soal untuk metode yang bersangkutan, dan evaluasi dalam pemilihan vektor awal.