

SKRIPSI

**ESTIMASI CADANGAN KLAIM IBNR DENGAN KOPULA
CLAYTON**



AGATHA MARCELLA

NPM: 6162001061

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2024**

FINAL PROJECT

**IBNR CLAIM RESERVE ESTIMATION WITH CLAYTON
COPULA**



AGATHA MARCELLA

NPM: 6162001061

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2024**

LEMBAR PENGESAHAN

ESTIMASI CADANGAN KLAIM IBNR DENGAN KOPULA CLAYTON

Agatha Marcella

NPM: 6162001061

Telah lulus ujian skripsi pada 23 Januari 2024 dengan penguji:
Agus Sukmana, M.Sc. dan Maria Anestasia, M.Si., M.Act.Sc.

Bandung, 31 Januari 2024

Menyetujui,

Pembimbing 1

Pembimbing 2

Prof. M. Wono Setya Budhi

Rizky Reza Fauzi, D.Phil.Math.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Jonathan Hoseana, Ph.D.

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

ESTIMASI CADANGAN KLAIM IBNR DENGAN KOPULA CLAYTON

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
31 Januari 2024



Agatha Marcella
NPM: 6162001061

ABSTRAK

Cadangan klaim, termasuk cadangan klaim *Incurred But Not Reported* (IBNR), merupakan elemen penting dalam pengelolaan risiko perusahaan asuransi. Metode paling umum dalam menghitung cadangan klaim IBNR adalah metode *chain-ladder*, yang bersifat deterministik karena mengasumsikan kelanjutan pola kerugian dari masa lalu ke masa depan. Pada skripsi ini, dilakukan estimasi klaim IBNR menggunakan pendekatan stokastik dengan memanfaatkan kopula Clayton. Kopula ini digunakan untuk menggabungkan distribusi klaim IBNR dari *run-off triangle* dengan *age-to-age factor*, dan penggabungan distribusi klaim inkremental dari satu tahun penundaan dengan tahun penundaan sebelumnya. Dikonstruksi rumus dari kopula Clayton berdasarkan sifat distribusi bersyarat, dengan memperhitungkan tingkat ketergantungan dalam data. Simulasi Monte-Carlo juga dilakukan untuk memastikan konvergensi hasil. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa pendekatan dengan kopula Clayton, khususnya dalam memasang data inkremental tahun penundaan, menghasilkan estimasi yang sedikit lebih besar dibandingkan metode *chain-ladder*. Di sisi lain, metode estimasi klaim IBNR menggunakan kopula Clayton dengan memasang data inkremental dan *age-to-age factor* menghasilkan estimasi yang jauh lebih kecil dibandingkan dengan metode *chain-ladder*. Dapat disimpulkan bahwa pemasangan data yang digunakan dalam kopula Clayton sangat berpengaruh terhadap hasil estimasi klaim IBNR. Hasil yang bervariasi juga dapat mengindikasikan bahwa pilihan pemasangan data yang digunakan belum optimal, atau terdapat kesalahan dalam pemilihan kopula.

Kata-kata kunci: klaim IBNR; kopula Clayton; Monte-Carlo; *chain-ladder*.

ABSTRACT

Claim reserves, including Incurred But Not Reported (IBNR) reserves, are crucial elements in the risk management of insurance companies. The most common method for calculating IBNR claim reserves is the chain-ladder method, which is deterministic as it assumes the continuation of loss patterns from the past into the future. In this thesis, IBNR claim estimation is conducted using a stochastic approach by employing the Clayton copula. This copula is utilized to merge the incremental run-off triangle with age-to-age factor, as well as to merge incremental claims from one delay year with the preceding delay year, both to predict the IBNR claims. A formula is constructed from the Clayton copula based on conditional distribution, considering the level of dependence within the data. Monte-Carlo simulation is also performed to ensure the convergence of results. The calculations indicate that the Clayton copula approach, particularly when pairing incremental delay year data, yields slightly larger estimates compared to the chain-ladder method. On the other side, the IBNR claim estimation method using the Clayton copula with the pairing of incremental data and age-to-age factor produces significantly smaller estimates than the chain-ladder method. It can be concluded that the pairing of data used in the Clayton copula significantly influences the estimates of IBNR claims. The varied results may also indicate that the selection of data pairing is not yet optimal, or there might be errors in the copula selection.

Keywords: IBNR claim; Clayton copula; Monte-Carlo; chain-ladder.

*Here are presented,
the result from long hours of hard work and dedication*



KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa atas berkat, pertolongan, serta penyertaan-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Penulis bersyukur dapat diberi kesempatan untuk mempelajari dan menyelesaikan skripsi yang berjudul “Estimasi Cadangan Klaim IBNR dengan Kopula Clayton.” Selama masa perkuliahan dan penulisan skripsi ini, penulis tiada hentinya memperoleh ilmu, dukungan, dan bantuan dari berbagai pihak yang luar biasa. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih yang tulus kepada:

1. Seluruh anggota keluarga penulis, terutama Mama dan Papa, yang tanpa henti memberikan semangat dan dukungan dari kejauhan.
2. Bapak Prof. Marcus Wono Setya Budhi, Ph.D dan Bapak Rizky Reza Fauzi, D.Phil.Math yang penulis hormati. Terima kasih atas dorongan dan bantuan yang tak henti selama proses penyusunan skripsi. Waktu dan dedikasi yang telah diberikan selama satu tahun terakhir sangat berkontribusi pada kelancaran penulisan skripsi ini.
3. Bapak Agus Sukmana, M.Sc dan Ibu Maria Anestasia, M.Si, MActSc selaku dosen penguji, terima kasih atas saran konstruktif yang diberikan untuk perbaikan dan pengembangan skripsi ini. Penulis ingin mengucapkan terima kasih atas waktu, kesempatan, dan saran yang diberikan selama sidang.
4. Bapak Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI selaku dosen wali penulis yang senantiasa mendampingi penulis dalam menapaki perjalanan akademik, serta seluruh dosen Matematika UNPAR yang telah memberikan pengajaran dan ilmu bagi penulis hingga bisa sampai pada titik ini.
5. Angel, Wristopher, dan Catherine yang telah menjadi teman seperjuangan dari semester satu. Terima kasih atas kebersamaannya selama 3,5 tahun ini. Dalam berbagai suka duka, masa sulit perkuliahan hingga proses penyusunan skripsi, berbagai bantuan telah penulis terima baik secara akademis maupun emosional, yang sangat berarti bagi penulis.
6. Teman-teman Potret, yang secara tidak langsung telah menjadi tempat *healing* bagi penulis sepanjang perjalanan kuliah hingga menyelesaikan skripsi.
7. Audrey, Gitta, dan sahabat-sahabat semasa SMA lainnya, terima kasih atas kesabarannya menjadi tempat bagi penulis untuk berbagi cerita dan keluh kesah selama masa kuliah dan proses penulisan skripsi ini.
8. Rekan-rekan kuliah yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu, terima kasih atas kebersamaan dan dukungannya sepanjang kuliah ini, serta seluruh pihak yang telah mendoakan, memberikan dukungan, dan membantu penulis dalam penulisan skripsi.

Adanya dukungan dari berbagai pihak telah membantu penulis dalam mengatasi berbagai tantangan dan hambatan yang dihadapi selama proses penulisan. Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak lepas dari kekurangan dan keterbatasan. Oleh karena itu, penulis terbuka atas berbagai kritik maupun masukan yang membangun dari pembaca sebagai potensi untuk perbaikan dan pengembangan lebih lanjut.

Akhir kata, penulis berharap bahwa skripsi ini dapat memberikan kontribusi positif dan menjadi referensi yang bermanfaat bagi pembaca. Semoga hasil penelitian ini dapat membuka wawasan baru dan memberikan pemahaman yang mendalam. Terima kasih atas perhatian dan kerjasamanya.

Bandung, 31 Januari 2024

Penulis



DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 <i>State of the Art</i>	2
2 LANDASAN TEORI	3
2.1 Variabel Acak Univariat	3
2.2 Distribusi <i>Standard Uniform</i>	4
2.2.1 Transformasi Invers	5
2.3 Distribusi Weibull	8
2.4 Distribusi Lognormal	10
2.5 Variabel Acak Bivariat	11
2.6 Koefisien Tau Kendall	13
3 METODE KOPULA UNTUK DATA <i>Run-Off Triangle</i>	14
3.1 <i>Run-Off Triangle</i> dan <i>Future Triangle</i>	14
3.2 Metode <i>Chain-Ladder</i>	15
3.3 Kopula	16
3.3.1 Kopula Clayton	18
3.3.2 Teori Simulasi dengan Kopula Clayton	19
4 PENAKSIRAN CADANGAN KLAIM DENGAN METODE <i>Chain-Ladder</i> DAN KOPULA CLAYTON	21
4.1 Metode <i>Chain-Ladder</i>	21
4.2 Kopula Clayton dengan Memasangkan Data Inkremental dan <i>Age-to-Age Factor</i>	22
4.2.1 Organisasi dan Identifikasi Distribusi Data	23
4.2.2 Transformasi Data	24
4.2.3 Penaksiran Parameter Kopula Clayton	25
4.2.4 Penaksiran <i>Future Triangle</i>	27
4.3 Kopula Clayton dengan Memasangkan Data Inkremental Suatu Tahun Penundaan dengan Tahun Penundaan Sebelumnya	29
4.3.1 Transformasi dan Organisasi Data	29
4.3.2 Penaksiran Parameter Kopula Clayton	29
4.3.3 Penaksiran <i>Future Triangle</i>	30

4.4 Analisis	33
5 KESIMPULAN DAN SARAN	34
5.1 Kesimpulan	34
5.2 Saran	34
DAFTAR REFERENSI	35
A KODE PROGRAM	36
B HASIL ESTIMASI PARAMETER DAN DATA UNTUK PEMASANGAN KOPULA CLAY- TON	39



DAFTAR GAMBAR

2.1	Grafik PDF (pada kiri) dan CDF (pada kanan) dari distribusi <i>standard uniform</i>	4
2.2	PDF dari distribusi eksponensial	5
2.3	Histogram frekuensi relatif dari 10.000 sampel berdistribusi eksponensial $\lambda = 1$	6
2.4	Histogram frekuensi relatif dari 10.000 sampel berdistribusi eksponensial yang ditransformasi dengan fungsi $u = 1 - e^y$	7
2.5	Histogram frekuensi relatif dari 10.000 sampel berdistribusi uniform yang ditransformasi dengan fungsi $x = -\ln(1 - u)$	7
2.6	Transformasi invers distribusi eksponensial	8
2.7	Transformasi invers dengan distribusi umum	8
2.8	Distribusi Weibull dengan parameter skala $\beta = 1$ dan parameter bentuk yang berbeda-beda	9
2.9	Distribusi Weibull dengan parameter bentuk $\alpha = 2$ dan parameter skala yang berbeda-beda	9
2.10	Distribusi lognormal dengan $\sigma = 1$ dan μ yang berbeda-beda	10
2.11	Distribusi lognormal dengan $\mu = 1$ dan σ yang berbeda-beda	10
2.12	Daerah <i>rectangle inequality</i>	12
3.1	Simulasi dari 10.000 data yang dibangkitkan dari kopula Clayton dengan τ atau θ yang berbeda-beda	18
4.1	<i>Scatter plot</i> dari data $I_{i,j}$ dengan $a_{i,j}$	26
4.2	Simulasi 10.000 data yang dibangkitkan dari kopula Clayton dengan $\tau = 0,8760943$	27
4.3	<i>Scatter plot</i> dari data $I_{i,j}$ dengan $I_{i,j-1}$	30
B.1	Estimasi $I_{i,j}$ dengan EasyFit berdistribusi Weibull $\alpha = 1,1466$ dan $\beta = 432,31$	39
B.2	Estimasi $a_{i,j}$ dengan EasyFit berdistribusi lognormal $\sigma = 1,392$, $\mu = -2,1485$, dan $\tau = 1,0081$	39
B.3	Estimasi $I_{i,j}$ tanpa tahun penundaan ke-0 dengan EasyFit berdistribusi Weibull $\alpha = 1,2279$ dan $\beta = 327,72$	40
B.4	Estimasi $I_{i,j}$ tanpa tahun penundaan ke-10 dengan EasyFit berdistribusi Weibull $\alpha = 1,1832$ dan $\beta = 441,32$	40

DAFTAR TABEL

3.1	<i>Run-off triangle</i> dan <i>future triangle</i> dalam bentuk inkremental	14
3.2	<i>Run-off triangle</i> dan <i>future triangle</i> dalam bentuk kumulatif	15
4.1	<i>Run-off triangle</i> klaim IBNR bentuk inkremental (dalam juta dolar Australia)	21
4.2	<i>Run-off triangle</i> klaim IBNR bentuk kumulatif (dalam juta dolar Australia)	22
4.3	<i>Age-to-age factor</i>	22
4.4	<i>Development factor</i>	23
4.5	<i>Run-off triangle</i> dan <i>future triangle</i> klaim IBNR bentuk kumulatif (dalam juta dolar Australia) dengan metode <i>chain-ladder</i>	23
4.6	Besarnya estimasi klaim IBNR dengan metode <i>chain-ladder</i> (dalam juta dolar Australia)	24
4.7	<i>Run-off triangle</i> klaim IBNR bentuk inkremental setelah ditransformasi	25
4.8	<i>Age-to-age factor</i> setelah ditransformasi	25
4.9	<i>Run-off triangle</i> dan <i>future triangle</i> klaim IBNR bentuk inkremental (dalam juta dolar Australia) pada metode kopula Clayton dengan memasang data inkremental dan <i>age-to-age factor</i>	32
4.10	<i>Run-off triangle</i> dan <i>future triangle</i> klaim IBNR bentuk inkremental (dalam juta dolar Australia) pada metode kopula Clayton dengan memasang data inkremental suatu tahun penundaan dengan tahun penundaan sebelumnya	32
4.11	Perbandingan hasil estimasi cadangan klaim IBNR (dalam juta dolar Australia) dengan berbagai metode	33
B.1	Pasangan $I_{i,j}$ dengan $a_{i,j}$	41
B.2	Pasangan $I_{i,j}$ dengan $a_{i,j}$ setelah ditransformasi	41
B.3	Pasangan $I_{i,j}$ dengan $I_{i,j-1}$	42
B.4	Pasangan $I_{i,j-1}$ dengan $I_{i,j}$ setelah ditransformasi	42

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Cadangan teknis merupakan tabungan untuk menanggung kewajiban yang timbul dalam transaksi asuransi. Menurut Peraturan Pemerintah Republik Indonesia Tahun 1992 tentang Penyelenggaraan Usaha Perasuransian Nomor 73 Pasal 14, setiap perusahaan asuransi diwajibkan memiliki cadangan teknis. Salah satu komponen terpenting dari cadangan teknis adalah cadangan klaim, yang merupakan alokasi dana untuk memenuhi pembayaran klaim yang belum dilakukan.

Terdapat tiga kasus ketika perusahaan belum membayar klaim, yakni klaim yang sedang dalam proses penyelesaian, klaim yang sudah terjadi tapi belum dilaporkan (*incurred but not reported* atau IBNR), dan klaim yang telah disetujui tetapi pembayaran manfaatnya tidak dilakukan sekaligus. Cadangan klaim setidaknya harus mencakup ketiga jenis klaim tersebut.¹ Perhitungan cadangan klaim IBNR menjadi tantangan tersendiri bagi praktisi, karena besar klaim yang sebenarnya tidak diketahui sampai semua klaim tersebut berhasil dilaporkan. Ada beberapa sebab terjadinya hal ini, yaitu keterlambatan laporan kejadian oleh pemegang polis, atau diperlukan waktu untuk menghitung besar manfaat yang sebenarnya. Fenomena ini umum terjadi, sehingga penting dilakukan perhitungan yang tepat dalam menentukan besarnya cadangan klaim IBNR.

Praktisi sering menggunakan kerangka awal yang dikenal sebagai *run-off triangle* [1] saat menghitung cadangan klaim IBNR. Dalam *run-off triangle*, data klaim disusun berdasarkan tahun kejadian dan lama keterlambatan pembayarannya. *Run-off triangle* memuat ringkasan dari data semua klaim individu, dan merupakan gambaran klaim secara keseluruhan. Dengan menggunakan data yang telah terjadi, akan diprediksi *future triangle data* atau estimasi nilai klaim IBNR.

Salah satu metode perhitungan yang paling umum digunakan untuk mengestimasi *future triangle data* adalah metode *chain-ladder* [1]. Metode ini memanfaatkan *development factor* yang diperoleh dari *run-off triangle* untuk melakukan estimasi klaim IBNR, dengan asumsi perkembangan kerugian mengikuti pola perkembangan yang umum untuk semua tahun kejadian. Diasumsikan pula bahwa pola dari kerugian pada masa lalu akan terus berlanjut di masa yang akan datang.

Metode *chain-ladder* sangat bergantung pada jumlah kerugian pada tahun penundaan sebelumnya. Akibatnya ketika klaim pada suatu tahun kejadian bernilai nol, estimasi cadangan klaim yang tertunda pada tahun kejadian tersebut juga bernilai nol. Hal ini menjadi tidak masuk akal, karena mengimplikasikan bahwa tidak ada klaim yang dibayarkan atau dilaporkan dalam tahun kejadian

¹Otoritas Jasa Keuangan. *Surat Edaran Otoritas Jasa Keuangan Nomor 27/SEOJK.05/2017 tentang Pedoman Pembentukan Cadangan Teknis bagi Perusahaan Asuransi dan Perusahaan Reasuransi*. Diakses dari <https://ojk.go.id/id/kanal/iknb/regulasi/asuransi/surat-edaran-ojk/Pages/Surat-Edaran-Otoritas-Jasa-Kuangan-Nomor-27-SEOJK.05-2017-.aspx>

tersebut hingga tahun penundaannya.

Asumsi dan karakteristik ini membuat metode *chain-ladder* bersifat deterministik [2], di mana hasil estimasi ditentukan hanya oleh nilai dari data dan kondisi awal. Hal ini berarti bahwa kumpulan data awal yang diberikan akan menghasilkan pola keluaran yang serupa. Keadaan ini tentu tidak ideal, karena secara alamiah data bersifat acak. Oleh karena itu, digunakan metode estimasi stokastik, di mana prediksi berasal dari suatu proses acak. Pemodelan secara stokastik memunculkan estimasi yang didasarkan distribusi probabilitas, sehingga terdapat unsur keacakan yang tidak sepenuhnya berpaku pada data dari masa lampau.

Kopula telah diterapkan dalam pemodelan estimasi klaim IBNR [3], di mana penelitian tersebut tidak melibatkan simulasi dalam jumlah besar sehingga hasil yang diperoleh tidak dijamin kekonvergenannya. Pada skripsi ini, akan digunakan simulasi Monte-Carlo untuk memastikan konvergensi. Dimanfaatkan pula sifat distribusi bersyarat [4] untuk menghitung estimasi klaim IBNR.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan penjabaran pada latar belakang, maka dapat diuraikan rumusan masalah sebagai berikut.

1. Bagaimana penerapan metode *chain-ladder* dalam memprediksi besar cadangan klaim IBNR?
2. Bagaimana penerapan kopula Clayton dalam memprediksi besar cadangan klaim IBNR?
3. Bagaimana perbandingan estimasi klaim IBNR dengan metode deterministik *chain-ladder* dan metode stokastik kopula Clayton?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Menerapkan metode *chain-ladder* dalam memprediksi besar cadangan klaim IBNR.
2. Mengonstruksi langkah-langkah penaksiran IBNR yang memanfaatkan kopula Clayton dan simulasi Monte-Carlo.
3. Membandingkan hasil estimasi klaim IBNR dengan metode deterministik *chain-ladder* dan metode stokastik kopula Clayton.

1.4 *State of the Art*

Kontribusi yang diberikan pada skripsi ini berupa pengembangan metode estimasi untuk cadangan klaim IBNR stokastik dengan menggunakan kopula Clayton, yang mengandalkan proses acak berdasarkan distribusi probabilitas. Skripsi ini juga melibatkan simulasi Monte-Carlo untuk memastikan kekonvergenan, dan memanfaatkan sifat distribusi bersyarat dalam perhitungan estimasi klaim IBNR.