

SKRIPSI

**ANALISIS BERBAGAI METODE BINOMIAL DALAM
VALUASI HARGA OPSI**



IVANA APRILIA

NPM: 6162001088

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2024**

FINAL PROJECT

**ANALYSIS OF VARIOUS BINOMIAL METHODS IN OPTION
PRICE VALUATION**



IVANA APRILIA

NPM: 6162001088

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2024**

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS BERBAGAI METODE BINOMIAL DALAM VALUASI HARGA OPSI

Ivana Aprilia

NPM: 6162001088

Telah lulus ujian skripsi pada 15 Januari 2024 dengan penguji:
Dr. Ferry Jaya Permana dan Robyn Irawan, M.Sc.

Bandung, 20 Januari 2024

Menyetujui,

Pembimbing 1

Pembimbing 2

Dr. Erwinna Chendra

Agus Sukmana, M.Sc.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Jonathan Hoseana, Ph.D.

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

ANALISIS BERBAGAI METODE BINOMIAL DALAM VALUASI HARGA OPSI

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
20 Januari 2024



Ivana Aprilia
NPM: 6162001088

ABSTRAK

Biasanya investor saham sebisa mungkin ingin menghindari risiko kerugian. Untuk menghindari risiko kerugian, dapat digunakan instrumen keuangan yang berupa opsi atas saham. Opsi merupakan kontrak yang berupa hak untuk membeli atau menjual saham. Harga opsi Eropa dapat dihitung secara analitik menggunakan formula Black-Scholes dengan dengan asumsi bahwa pergerakan harga saham mengikuti Gerak Brown Geometrik. Sementara itu, jenis opsi lainnya tidak bisa dihitung secara eksak sehingga memerlukan perhitungan secara numerik. Metode numerik yang paling dasar untuk menentukan harga opsi adalah metode binomial CRR yang diusulkan oleh Cox, Ross, dan Rubinstein. Metode binomial terus dikembangkan seiring waktu agar modelnya lebih optimal dan hasilnya lebih akurat. Pada skripsi ini, dibahas mengenai analisis perbandingan antara model binomial CRR, binomial Tian, binomial Chang dan Palmer (CP), *split tree*, dan bino-trinomial untuk opsi Eropa dan opsi Amerika. Hasil perhitungan opsi Eropa dengan menggunakan kelima model tersebut konvergen ke solusi analitiknya. Berdasarkan nilai *error* yang diperoleh, dapat disimpulkan bahwa model CP merupakan model yang terbaik untuk memodelkan harga opsi Eropa karena memiliki nilai *error* yang paling kecil di antara model yang lain. Sementara itu, hasil grafik perhitungan untuk harga opsi Amerika konvergen ke suatu nilai. Kemudian, perhitungan harga opsi *put* Amerika dengan model CP paling mendekati perhitungan harga opsi dengan model Tian dan bino-trinomial.

Kata-kata kunci: opsi; binomial CRR; binomial Tian; binomial CP; *split tree*; bino-trinomial.

ABSTRACT

When investing in a stock, the investor aims to minimize the loss at risk. A financial instrument in the form of a stock option is a method to minimize the loss at risk. Stock option is a contract where the buyer has the right to buy or sell stocks. By assuming that stock price movements follows Geometric Brownian Motion, we can use the Black Scholes formula as an analytic solution for European option pricing. Meanwhile, the other option type cannot be priced with an analytical solution, so we need numerical method. The CRR binomial method by Cox, Ross, and Rubinstein is a basic numerical method for option pricing. The binomial method continues to be developed to get better value and the model be more optimal. This thesis discusses comparative analysis between CRR binomial, Tian binomial, Chang and Palmer binomial, *split tree*, and bino trinomial for the European options and American options. The result of European option pricing using those five models converge to the analytics solution. From the value of *error*, can be concluded that CP model became the best model among the others in pricing European option because it has a lower error value than the others. Meanwhile, the graphic result for American option pricing is converges to a value. Then, American put option pricing with CP model is closest to the option pricing with Tian and bino-trinomial models.

Keywords: option; CRR binomial; Tian binomial; CP binomial; *split tree*; bino-trinomial.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas penyertaan, karunia, dan kehendak-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Berbagai Metode Binomial dalam Valuasi Harga Opsi” dengan baik. Skripsi ini menjadi salah satu syarat wajib untuk mencapai gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Fakultas Teknologi Informasi dan Sains di Universitas Katolik Parahyangan.

Proses penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari doa dan dukungan dari berbagai pihak, hingga skripsi ini dapat terselesaikan. Untuk itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Kedua orangtua, adik, dan keluarga besar yang selalu menyertai penulis, serta memberi dukungan dan doa.
2. Ibu Dr. Erwinna Chendra selaku dosen pembimbing pertama dan Bapak Agus Sukmana, M.Sc. selaku dosen pembimbing kedua yang berperan besar dalam proses pengerjaan skripsi ini yang bersedia meluangkan waktunya untuk membimbing dan menuntun saya dengan sangat sabar, memberikan ilmu, ide, saran, serta dukungan.
3. Bapak Dr. Ferry Jaya Permana selaku dosen penguji pertama dan Bapak Robyn Irawan, M.Sc. selaku dosen penguji kedua yang telah memberi kritik dan saran perbaikan.
4. Seluruh dosen Program Studi Matematika UNPAR yang telah memberikan ilmu selama proses perkuliahan, dan staf Tata Usaha serta karyawan FTIS yang membantu melengkapi keperluan selama proses perkuliahan.
5. Yesaya Dharmawan dan keluarga yang selalu memberikan dukungan, doa, saran dan kritik untuk skripsi dan presentasi sidang, bantuan atas koding untuk visualisasi grafik, dan telah berjuang bersama-sama untuk menyelesaikan skripsi.
6. Teman-teman sekolah dan kuliah, khususnya “wa ngambis” yang telah berjuang bersama hingga akhir perkuliahan, mengisi hari-hari perkuliahan dengan canda tawa, serta memberikan dukungan dan doa.
7. Pihak lain yang tidak dapat disebutkan satu-satu atas dukungan, bantuan, dan doa yang diberikan.

Penulis menyadari masih banyak kekurangan dalam penyusunan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun untuk perbaikan kedepannya. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi para pembaca dan berkontribusi untuk perkembangan ilmu dan pengetahuan.

Bandung, 20 Januari 2024

Ivana Aprilia

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	x
DAFTAR TABEL	xi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 <i>State of the Art</i>	2
1.5 Sistematika Pembahasan	3
2 LANDASAN TEORI	4
2.1 Opsi	4
2.2 Model Pergerakan Harga Saham	5
2.3 Model Binomial CRR	7
2.3.1 Konsep <i>Risk-Neutral Valuation</i>	8
2.3.2 Model Binomial Satu Langkah	8
2.3.3 Model Binomial Dua Langkah	9
2.3.4 Parameter u dan d	10
2.4 Prosedur Numerik Metode Binomial	13
2.5 Simulasi Penentuan Harga Opsi dengan Model Binomial CRR	14
3 BEBERAPA PENGEMBANGAN METODE BINOMIAL	15
3.1 Model Binomial Tian	15
3.2 Model Binomial Chang dan Palmer	18
3.3 Analisis Perbandingan antara Model CRR, Tian dan CP	19
3.4 Model Binomial <i>Split Tree</i>	20
4 MODEL BINO-TRINOMIAL	22
5 ANALISIS PERBANDINGAN MODEL	27
5.1 Harga Opsi Eropa	27
5.2 Harga Opsi Amerika	30
5.3 Analisis Perbandingan antara Opsi Eropa dengan Opsi Amerika	33
6 KESIMPULAN DAN SARAN	35
6.1 Kesimpulan	35
6.2 Saran	35
DAFTAR REFERENSI	36

DAFTAR GAMBAR

2.1 Model pohon binomial satu langkah	8
2.2 Model pohon binomial dua langkah	10
2.3 Grafik hasil perhitungan harga opsi terhadap langkah dengan model CRR	14
3.1 Model pohon binomial fleksibel Tian untuk nilai λ yang berbeda	15
3.2 Contoh model pohon binomial fleksibel Tian untuk opsi <i>call</i>	16
3.3 Model log pohon Chang dan Palmer	18
3.4 Grafik perbandingan hasil perhitungan dengan model CRR, Tian, dan CP	19
3.5 Contoh model pohon <i>split tree</i>	20
4.1 Contoh model pohon bino-trinomial	22
5.1 Grafik perbandingan hasil perhitungan harga opsi <i>call</i> Eropa dengan model CRR, Tian, CP, <i>split tree</i> , dan bino-trinomial	27
5.2 Grafik perbandingan hasil perhitungan harga opsi <i>put</i> Eropa dengan model CRR, Tian, CP, <i>split tree</i> , dan bino-trinomial	28
5.3 Grafik perbandingan hasil perhitungan harga opsi Eropa dengan model CRR, Tian, CP, <i>split tree</i> , dan bino-trinomial	28
5.4 Grafik perbandingan hasil <i>error</i> perhitungan harga opsi <i>call</i> Eropa dengan model CRR, Tian, CP, <i>split tree</i> , dan bino-trinomial terhadap Black-Scholes	29
5.5 Grafik perbandingan hasil <i>error</i> perhitungan harga opsi <i>put</i> Eropa dengan model CRR, Tian, CP, <i>split tree</i> , dan bino-trinomial terhadap Black-Scholes	29
5.6 Grafik perbandingan hasil <i>error</i> perhitungan harga opsi Eropa dengan model CRR, Tian, CP, <i>split tree</i> , dan bino-trinomial terhadap Black-Scholes	30
5.7 Grafik perbandingan hasil perhitungan harga opsi <i>call</i> Amerika dengan model CRR, Tian, CP, <i>split tree</i> , dan bino-trinomial	30
5.8 Grafik perbandingan hasil perhitungan harga opsi <i>put</i> Amerika dengan model CRR, Tian, CP, <i>split tree</i> , dan bino-trinomial	31
5.9 Grafik perbandingan hasil perhitungan harga opsi Amerika dengan model CRR, Tian, CP, <i>split tree</i> , dan bino-trinomial	31
5.10 Grafik perbandingan hasil <i>error</i> perhitungan harga opsi <i>put</i> Amerika dengan model CRR, Tian, CP, <i>split tree</i> , dan bino-trinomial terhadap model CP	32
5.11 Grafik perbandingan hasil <i>error</i> perhitungan harga opsi <i>put</i> Amerika dengan model CRR, Tian, <i>split tree</i> , dan bino-trinomial terhadap model CP	32
5.12 Grafik perbandingan hasil <i>error</i> perhitungan harga opsi Amerika dengan model CRR, Tian, <i>split Tree</i> , dan bino-trinomial terhadap model CP	33

DAFTAR TABEL

3.1	Perbandingan antara model CRR, Tian, dan CP	20
5.1	Harga Opsi <i>Call</i> Eropa	33
5.2	Harga Opsi <i>Call</i> Amerika	33
5.3	Harga Opsi <i>Put</i> Eropa	34
5.4	Harga Opsi <i>Put</i> Amerika	34



BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Harga suatu saham mempunyai peluang untuk naik atau turun di masa yang akan datang. Jika kita memiliki saham, sebisa mungkin kita berharap bahwa saham tersebut tidak mengalami penurunan harga agar tidak mengalami kerugian. Namun, jika kita ingin membeli saham, kita berharap bahwa harga sahamnya turun atau rendah. Harga saham tersebut bergantung pada kondisi di pasar keuangan yang tidak bisa diprediksi naik atau turunnya. Lingkungan hidup, sosial, dan tata kelola merupakan faktor risiko tak terduga yang dapat mengarah pada rendahnya ekspektasi pengembalian investasi [1]. Risiko sendiri sebenarnya tidak dapat dihindari, tetapi kita dapat meminimalisir atau bahkan memagari risiko tersebut. Oleh karena itu, diperlukan suatu cara untuk meminimalisir atau memagari risiko terjadinya penurunan nilai saham, contohnya adalah dengan memiliki derivatif.

Derivatif adalah instrumen keuangan yang nilainya ditentukan oleh harga suatu aset [2], seperti saham, indeks saham, komoditas, dll. Fungsi dari derivatif adalah untuk mencapai pengendalian risiko yang lebih efektif sekaligus mengurangnya [3]. Opsi saham adalah contoh dari derivatif yang digunakan untuk memagari risiko dari pembelian saham dengan kontrak berjangka. Harga opsi dapat ditentukan menurut jenis opsinya (jenis kontrak dan waktu eksekusinya). Harga opsi Eropa dapat dihitung secara analitik. Namun, untuk jenis opsi lainnya tidak bisa dihitung secara analitik, sehingga diperlukan suatu pendekatan, yaitu melalui perhitungan secara numerik. Cara untuk menentukan harga opsi secara numerik adalah dengan metode yang memodelkan harga saham, di mana metodenya terus mengalami perkembangan.

Metode yang paling dasar untuk menentukan harga opsi secara adalah metode binomial Cox, Ross, dan Rubinstein (CRR) yang diperkenalkan pada tahun 1979. Perhitungan dengan menggunakan metode CRR menghasilkan harga opsi yang tidak stabil, sehingga diperlukan modifikasi dari modelnya. Dari model CRR, dikembangkan model-model lain seperti metode yang dikembangkan oleh Tian pada tahun 1999 dan Chang dan Palmer (CP) pada tahun 2007 yang tujuannya meningkatkan keakuratan dan memperumum model CRR [4][5]. Kemudian, ada juga model *split tree* yang diperkenalkan oleh Joshi pada tahun 2007, di mana model ini mengembangkan cara untuk meningkatkan keakuratan dan menyederhanakan model sebelumnya dengan menggabungkan model CRR dengan model Tian atau CP [6]. Selanjutnya, ada juga model bino-trinomial yang menggabungkan model trinomial dan model binomial CRR.

Model-model untuk menentukan harga opsi terus berkembang guna untuk mencapai nilai wajar agar adil untuk pembeli maupun penjual opsi. Namun, perkembangan dari masing-masing model tersebut memiliki kekurangan dan kelebihan. Hal ini perlu dianalisis guna mengetahui model yang

baik dan untuk pengembangan model selanjutnya.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, adapun rumusan masalah yang muncul, yaitu

1. Bagaimana cara menentukan harga opsi dengan metode binomial?
2. Apa yang dikembangkan di model Tian, CP, *split tree*, dan bino-trinomial?
3. Bagaimana hasil analisis perbandingan model binomial CRR, Tian, CP, *split tree*, dan bino-trinomial untuk opsi Eropa dan opsi Amerika?

1.3 Tujuan

Adapun tujuan dari penulisan skripsi ini berdasarkan rumusan masalah, yaitu:

1. Memodelkan harga opsi dan menjelaskan langkah-langkah untuk menentukan harga opsi dengan metode binomial.
2. Mengetahui apa yang dimodifikasi dari model CRR untuk model Tian, CP, *split tree*, dan bino-trinomial.
3. Menganalisis perbandingan dari model binomial CRR, Tian, CP, *split tree*, dan bino-trinomial berdasarkan hasil grafiknya untuk opsi Eropa dan opsi Amerika.

1.4 *State of the Art*

Harga opsi dapat ditentukan dengan metode binomial. Metode binomial yang paling dasar adalah metode binomial CRR. Metode ini terus berkembang seiring waktu guna meningkatkan efisiensi dan keakuratan. Dalam membahas perkembangan metode binomial CRR, skripsi ini menggunakan referensi-referensi berupa buku dan jurnal penelitian sebagai acuan. Penelitian sebelumnya berfungsi untuk melihat perbandingan dari perkembangan model-model yang sudah ada. Buku *Derivatives Markets* [2] menjadi referensi terkait pengenalan opsi dan metode binomial CRR. Metode binomial CRR memodelkan harga saham saat ini yang memiliki dua kemungkinan di masa yang akan datang.

Perkembangan model binomial CRR pertama yang dibahas pada skripsi ini adalah model Tian atau disebut juga dengan *flexible binomial model* yang menambahkan parameter baru untuk model binomial, yaitu parameter kemiringan. Parameter ini berguna untuk menempatkan harga saham di suatu titik yang dekat dengan *strike price* sehingga sama dengan nilai *strike price* itu sendiri agar perhitungan harga opsinya lebih akurat. Selanjutnya, Chang dan Palmer (CP) mengembangkan model baru yang memiliki konsep seperti model Tian. Hanya saja model CP menyamakan rata-rata geometris dari harga saham di antara titik yang dekat dengan *strike price* dan nilai *strike price*. Tujuannya adalah untuk meningkatkan keakuratan prediksi nilai opsinya. Kedua model ini dikembangkan lagi oleh Joshi [7] pada model *split tree*. Model ini merupakan kombinasi dari model Tian atau CP dan CRR, di mana model Tian atau CP diterapkan pada setengah pohon pertama, lalu dilanjutkan dengan model CRR untuk setengah pohon sisanya.

Terakhir, skripsi ini membahas metode bino-trinomial yang dibahas juga pada jurnal [8], di mana model ini sedikit berbeda dari model-model yang telah dibahas sebelumnya. Model bino-trinomial menggabungkan konsep pohon trinomial dan konsep pohon binomial CRR. Untuk meningkatkan akurasi, model bino-trinomial menggunakan model pohon trinomial pada rentang waktu pertama. Kemudian, agar proses perhitungannya lebih sederhana, model pohonnya dilanjutkan dengan struktur model pohon binomial CRR hingga akhir.

1.5 Sistematika Pembahasan

Isi dari pembahasan skripsi ini terdiri atas lima bab sebagai berikut.

Bab 2: Landasan Teori

Pada bab ini, dijelaskan mengenai pengenalan opsi, model pergerakan harga saham, dan prosedur numerik metode binomial yang menjadi dasar dari metode-metode di bab selanjutnya. Kemudian, dibahas juga mengenai simulasi penentuan harga opsi dengan menggunakan model binomial CRR.

Bab 3: Beberapa Pengembangan metode Binomial

Bab ini menjelaskan tentang pengembangan model binomial CRR, yaitu binomial Tian, binomial CP, dan *split tree*. Sebelum membahas model *split tree*, diberikan juga analisis perbandingan antara model binomial CRR, Tian, dan CP.

Bab 4: Model Bino-Trinomial

Bab ini membahas model yang sedikit berbeda dari bab sebelumnya, yaitu model bino-trinomial.

Bab 5: Analisis Perbandingan Metode

Dalam bab ini, diberikan ilustrasi kasus penentuan harga opsi. Kemudian, dibahas mengenai analisis hasil grafik harga opsi dan nilai *error* dari model-model yang telah dibahas pada bab sebelumnya.

Bab 6: Kesimpulan dan Saran

Bab ini merupakan bab terakhir pada skripsi yang berisi kesimpulan dari bab sebelumnya dan pengembangan lebih lanjut mengenai skripsi ini.