

SKRIPSI

MODEL ESTIMASI RISIKO KLAIM ASURANSI
PENYAKIT KRITIS DENGAN METODE BAYESIAN
MENGUNAKAN *JEFFREYS PRIOR*



WRISTOPHER

NPM: 6162001147

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2024

FINAL PROJECT

**ESTIMATION MODEL OF CRITICAL ILLNESS
INSURANCE CLAIMS RISK USING BAYESIAN METHOD
WITH JEFFREYS PRIOR**



WRISTOPHER

NPM: 6162001147

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2024**

LEMBAR PENGESAHAN

MODEL ESTIMASI RISIKO KLAIM ASURANSI PENYAKIT KRITIS DENGAN METODE BAYESIAN MENGUNAKAN *JEFFREYS PRIOR*

Wristopher

NPM: 6162001147

Telah lulus ujian skripsi pada 24 Januari 2024 dengan penguji:
Dr. Ferry Jaya Permana dan Liem Chin, M.Si.

Bandung, 2 Februari 2024

Menyetujui,

Pembimbing 1

Pembimbing 2

Dr. Livia Owen

Rizky Reza Fauzi, D.Phil.Math.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Jonathan Hoseana, Ph.D.

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

**MODEL ESTIMASI RISIKO KLAIM ASURANSI
PENYAKIT KRITIS DENGAN METODE BAYESIAN
MENGUNAKAN *JEFFREYS PRIOR***

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
2 Februari 2024



Wristopher
NPM: 6162001147

ABSTRAK

Asuransi penyakit kritis merupakan produk asuransi yang memberikan bantuan secara finansial kepada tertanggung yang terdiagnosis penyakit kritis, misalnya kanker. Perusahaan asuransi perlu menentukan besaran premi risiko yang sesuai. Penentuan besar premi dapat dimodelkan dengan menggunakan model total kerugian dan prinsip premi persentil. Penelitian ini membahas tentang pemodelan estimasi risiko klaim asuransi penyakit kritis dengan menggunakan metode Bayesian menggunakan *Jeffreys prior*. Mula-mula, perlu ditentukan distribusi *prior* sebelum mencari distribusi *posterior* untuk parameter risiko terjadinya frekuensi klaim, banyak nasabah baru, dan besar klaim, di mana *prior* yang digunakan adalah *Jeffreys prior*. Variabel acak yang menyatakan frekuensi klaim, banyak nasabah baru, dan besar klaim masing-masing memiliki distribusi binomial, Poisson, dan gamma. Pada penelitian ini, parameter yang akan diestimasi dipandang sebagai variabel acak. Hasil estimasi parameter diharapkan meminimumkan ekspektasi dari fungsi kerugian, di mana fungsi kerugian yang digunakan adalah fungsi kerugian kuadrat. Hal ini mengakibatkan estimator Bayesian untuk parameter-parameter tersebut merupakan ekspektasi dari distribusi *posterior*-nya, di mana diperoleh distribusi *posterior* untuk model frekuensi klaim adalah distribusi beta, untuk model banyak nasabah baru adalah distribusi gamma, serta untuk model besar klaim adalah distribusi invers-gamma. Setelah itu, akan dilakukan pengulangan simulasi. Dari pengulangan tersebut, diperoleh taksiran parameter yang lebih akurat dibandingkan tanpa pengulangan simulasi, di mana taksiran parameter tersebut digunakan untuk menghitung besar premi risiko dengan bantuan model total kerugian, prinsip premi persentil, dan Teorema Limit Pusat.

Kata-kata kunci: Asuransi Penyakit Kritis, Metode Bayesian, *Jeffreys Prior*, Model Total Kerugian, Prinsip Premi Persentil.

ABSTRACT

Critical illness insurance is an insurance product that covers expenses for major health conditions, such as cancer. The insurance company needs to estimate an appropriate amount of risk premium. Estimation of risk premium can be modeled using aggregate loss model and The Central Limit Theorem. This research discusses about estimation model of critical illness insurance claims risk using Bayesian method with Jeffreys prior. First, prior distribution must be defined before finding the posterior distribution for the risk parameters of claim frequency, number of new customers, and severity of claim, where the prior used is Jeffreys prior. Random variables that represent claim frequency, number of new customers, and severity of claim have a binomial, Poisson, and gamma distribution respectively. In this research, the parameters to be estimated are random variables. Estimation of the parameters are expected to minimize the loss function, where the loss function used is quadratic loss function. Because of that, the Bayesian estimator is the expectation of its posterior distribution, where the posterior distribution for the claim frequency model, number of new customers model, and severity of claim model are beta distribution, gamma distribution, and inverse-gamma distribution respectively. After that, the simulation will be repeated. From that, the estimation of the parameters were obtained more accurate than without repeating the simulation, where the estimation of the parameters will be used to calculate the risk premium based on aggregate loss model, the percentile premium principle, and The Central Limit Theorem.

Keywords: Critical Illness Insurance; Bayesian Methods; Jeffreys Prior; Aggregate Loss Model; Percentile Premium Principle.

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yesus Kristus atas kasih karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Model Estimasi Risiko Klaim Asuransi Penyakit Kritis dengan Metode Bayesian Menggunakan *Jeffreys Prior***”. Proses penulisan skripsi ini tentunya tidak lepas dari dukungan dan doa dari berbagai pihak, sehingga penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua dan adik penulis yang selalu memberikan doa dan dukungan kepada penulis dari awal perkuliahan hingga penulis berhasil menyelesaikan skripsi ini.
2. Ibu Dr. Livia Owen dan Bapak Rizky Reza Fauzi, D.Phil.Math. selaku dosen pembimbing yang selalu menyediakan waktu untuk membimbing dan memberikan arahan dalam penulisan skripsi ini.
3. Bapak Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI dan Bapak Liem Chin, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan saran sehingga penulisan skripsi ini dapat menjadi lebih baik.
4. Seluruh dosen Program Studi Matematika UNPAR yang telah memberikan ilmu selama masa perkuliahan penulis serta seluruh staf Tata Usaha dan karyawan FTIS yang telah membantu segala proses administrasi.
5. Sheryll Natalia yang telah menemani penulis serta selalu memberikan doa dan dukungan selama masa perkuliahan hingga penulis berhasil menyelesaikan skripsi ini.
6. Sahabat penulis selama masa perkuliahan, yaitu “Tempat Berbagi”, “Anti Epic”, teman perkuliahan dari satu SMA, dan teman yang pernah satu kos dengan penulis. Terima kasih atas momen kebersamaan yang telah diciptakan selama masa perkuliahan penulis.
7. Teman-teman Matematika UNPAR angkatan 2020 yang tidak dapat diucapkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, baik secara materi maupun penulisan. Oleh karena itu, penulis memohon maaf atas segala kekurangan yang ada. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan mampu berkontribusi positif bagi semua pihak yang membacanya.

Bandung, 2 Februari 2024

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR NOTASI	xiv
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 <i>State of the Art</i>	2
1.5 Batasan Masalah	3
1.6 Sistematika Pembahasan	3
2 LANDASAN TEORI	4
2.1 Metode Bayesian	4
2.1.1 Teorema Bayes	4
2.1.2 Statistika Bayesian	5
2.1.3 Fungsi Kerugian Kuadratik	6
2.2 Distribusi Peluang	7
2.2.1 Distribusi Binomial	7
2.2.2 Distribusi Poisson	8
2.2.3 Distribusi Gamma	10
2.2.4 Distribusi Invers-Gamma	12
2.2.5 Distribusi Beta	14
3 ESTIMASI BAYESIAN DENGAN <i>Jeffreys Prior</i>	17
3.1 <i>Jeffreys Prior</i>	17
3.2 Penaksiran Parameter untuk Model Frekuensi Klaim	17
3.3 Penaksiran Parameter untuk Model Banyak Nasabah Baru	20
3.4 Penaksiran Parameter untuk Model Besar Klaim	21
3.5 Model Perhitungan Premi Risiko	23
3.5.1 Model Total Kerugian	24
3.5.2 Premi Risiko	25
4 SIMULASI DAN PEMBAHASAN	28
4.1 Algoritma Simulasi Data	28
4.2 Skenario Simulasi Data	29
4.3 Data dan Hasil Analisis	30
4.3.1 Hasil Taksiran Parameter	30

4.3.2 Hasil Perhitungan Premi Risiko	34
4.4 Hasil Pengulangan Simulasi Data	35
5 KESIMPULAN DAN SARAN	39
5.1 Kesimpulan	39
5.2 Saran	40
DAFTAR REFERENSI	41



DAFTAR GAMBAR

2.1	Grafik <i>pmf</i> distribusi binomial	10
2.2	Grafik <i>pmf</i> distribusi Poisson	10
2.3	Grafik <i>pdf</i> dari distribusi gamma dengan α konstan	12
2.4	Grafik <i>pdf</i> dari distribusi gamma dengan β konstan	12
2.5	Grafik <i>pdf</i> distribusi invers-gamma dengan kenaikan ϵ	14
2.6	Grafik <i>pdf</i> distribusi invers-gamma dengan kenaikan δ	14
2.7	Grafik <i>pdf</i> distribusi beta dengan kenaikan a	16
2.8	Grafik <i>pdf</i> distribusi beta dengan kenaikan b	16
3.1	Diagram alur banyak nasabah	25
4.1	Perbandingan <i>posterior</i> frekuensi klaim	32
4.2	Perbandingan <i>posterior</i> besar klaim	33
4.3	Simulasi kekonvergenan $\hat{\theta}_{10}$	36
4.4	Simulasi kekonvergenan $\hat{\beta}_{10}$	36
4.5	Simulasi kekonvergenan $\hat{\lambda}$	37

DAFTAR TABEL

4.1	Simulasi data penelitian	30
4.2	Perbandingan nilai parameter yang dibangkitkan dengan taksirannya	31
4.3	Perbandingan rata-rata distribusi sebenarnya dengan taksiran parameter	32
4.4	Perbandingan parameter dengan taksiran parameter	35
4.5	Perbandingan taksiran parameter dengan <i>prior</i> yang berbeda	38
4.6	Perbandingan taksiran premi risiko dengan <i>prior</i> yang berbeda	38



DAFTAR NOTASI

$Bet(a, b)$	Distribusi beta dengan parameter bentuk a dan b
$Bin(n, \theta)$	Distribusi binomial dengan parameter n dan θ
$Gam(\alpha, \beta)$	Distribusi gamma dengan parameter bentuk α dan parameter skala β
$Inv.Gam(\epsilon, \delta)$	Distribusi invers-gamma dengan parameter bentuk ϵ dan parameter skala δ
M	Variabel acak yang menyatakan banyak nasabah baru
$M_M(t)$	Fungsi pembangkit momen dari M
$M_X(t)$	Fungsi pembangkit momen dari X
$M_Y(t)$	Fungsi pembangkit momen dari Y
M_j	Variabel acak banyak nasabah baru pada tahun ke- j
N	Banyak populasi seluruh rakyat Indonesia yang belum mengikuti asuransi
P /orang	Besar premi risiko yang harus dibayarkan oleh setiap orang
$Poi(\lambda)$	Distribusi Poisson dengan parameter <i>rate</i> λ
S_j	Total kerugian gabungan pada tahun ke- j
X	Variabel acak yang menyatakan besar klaim
$X_{i,j}$	Variabel acak besar klaim ke- i pada tahun ke- j
Y	Variabel acak yang menyatakan frekuensi klaim
Y_j	Variabel acak frekuensi klaim pada tahun ke- j
α	Parameter bentuk dari distribusi besar klaim
$\bar{\beta}$	Rata-rata parameter sebenarnya untuk β
$\bar{\lambda}$	Rata-rata parameter sebenarnya untuk λ
$\bar{\theta}$	Rata-rata parameter sebenarnya untuk θ
β	Parameter skala dari distribusi besar klaim
δ	<i>Hyperparameter</i> skala dari distribusi <i>prior</i> besar klaim
ϵ	<i>Hyperparameter</i> bentuk dari distribusi <i>prior</i> besar klaim
$\hat{\beta}_j$	Taksiran nilai parameter β_j
$\hat{\lambda}$	Taksiran nilai parameter λ
$\hat{\theta}_j$	Taksiran nilai parameter θ_j
λ	Parameter <i>rate</i> dari distribusi banyak nasabah baru
$\pi(\beta_j \alpha, x_j)$	Fungsi kepadatan peluang dari <i>posterior</i> β_j bersyarat α dan x_j
$\pi(\beta_j)$	Fungsi kepadatan peluang dari <i>prior</i> β_j
$\pi(\lambda \mathbf{m})$	Fungsi kepadatan peluang dari <i>posterior</i> λ bersyarat \mathbf{m}
$\pi(\lambda)$	Fungsi kepadatan peluang dari <i>prior</i> λ
$\pi(\theta_j y_j)$	Fungsi kepadatan peluang dari <i>posterior</i> θ_j bersyarat y_j
$\pi(\theta_j)$	Fungsi kepadatan peluang dari <i>prior</i> θ_j
\mathbf{M}	Vektor berisi banyaknya nasabah baru dari tahun pertama hingga tahun ke- t
\mathbf{X}_j	Vektor berisi besar klaim pada tahun ke- j
θ	Parameter probabilitas tertanggung terdiagnosis penyakit kanker
θ_j	Parameter probabilitas tertanggung terdiagnosis penyakit kanker pada tahun ke- j
\hat{P} /orang	Taksiran besar premi risiko yang harus dibayarkan oleh setiap orang
a	<i>Hyperparameter</i> pertama dari distribusi <i>prior</i> banyak klaim
b	<i>Hyperparameter</i> kedua dari distribusi <i>prior</i> banyak klaim
$f(\mathbf{x}_j \alpha, \beta_j)$	Fungsi kepadatan peluang dari \mathbf{X}_j bersyarat α dan β_j

n_j	Banyak nasabah asuransi pada tahun ke- j
$p(m_j \lambda)$	Fungsi massa peluang dari m_j bersyarat λ
$p(y_j \theta_j)$	Fungsi massa peluang dari Y_j bersyarat θ_j
q	Probabilitas seseorang mengikuti asuransi



BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Terdapat beberapa permasalahan yang harus dihadapi oleh manusia, salah satunya adalah masalah kesehatan. Ancaman paling serius terhadap masalah kesehatan adalah penyakit kritis. Penyakit kritis merupakan penyakit tidak menular yang menyebabkan kondisi kesehatan seseorang menjadi kritis atau kronis serta membutuhkan penanganan lebih lanjut¹. Beberapa jenis penyakit kritis adalah stroke, penyakit kardiovaskular, dan kanker. Menurut data *World Health Organization* (WHO), kanker merupakan penyebab kematian terbanyak nomor dua di dunia setelah penyakit kardiovaskular, yaitu sebesar 13%².

Tingkat kematian yang tinggi akibat penyakit kritis tentunya membawa kekhawatiran bagi masyarakat, baik dari sisi kesehatan, psikologis, maupun finansial. Penanganan yang sulit terhadap penyakit ini menyebabkan biaya pengobatan yang sangat mahal. Sebagai contoh, biaya perawatan kanker di Indonesia berkisar dari Rp102 juta hingga Rp106 juta per bulan³. Sebagian besar masyarakat akan mengalami kesulitan untuk menanggung biaya sebesar itu setiap bulannya. Penyakit kritis bisa datang kapan saja dan tak terduga, sehingga masyarakat memerlukan proteksi terhadap bahaya tersebut [1]. Salah satu produk yang menawarkan mitigasi risiko finansial terhadap penyakit kritis adalah asuransi penyakit kritis.

Asuransi penyakit kritis adalah produk yang memberikan bantuan secara finansial terkait penyakit kritis. Produk ini akan memberikan santunan rawat inap dan pengobatan apabila nasabahnya terdiagnosis penyakit kritis, di mana uang pertanggungan hanya bisa diterima satu kali selama masa pertanggungan⁴. Untuk memperoleh manfaat tersebut, nasabah harus membayar sejumlah uang kepada pihak asuransi, yang disebut sebagai premi. Perusahaan asuransi perlu menentukan besaran premi yang sesuai agar perusahaan tidak mengalami kerugian. Penentuan besar premi dapat dimodelkan dengan menggunakan estimasi risiko klaim. Hal ini tentunya tidak mudah karena pihak asuransi perlu memperhatikan banyak nasabah baru, frekuensi klaim, dan besar klaim yang diajukan. Oleh karena itu, akan dilakukan penelitian tentang estimasi risiko klaim untuk nasabah yang terdiagnosis penyakit kritis dengan metode Bayesian.

¹<https://www.generali.co.id/id/healthyliving/detail/920/ternyata-anak-muda-terkena-penyakit-kritis-ini-3-contohnya#:~:text=Penyakit%20kritis%20adalah%20penyakit%20yang,seseorang%20menjadi%20kritis%20atau%20kronis.> (Diakses pada 31 Maret 2023)

²<https://dinkes.ntbprov.go.id/berita/orientasi-pencegahan-dan-pengendalian-kanker-dan-kelainan-darah/> (Diakses pada 31 Maret 2023)

³<https://katadata.co.id/timpublikasikatadata/infografik/5e9a50d66db97/mahalnya-perawatan-medis-penyakit-kritis-paling-mematikan-di-indonesia> (Diakses pada 31 Maret 2023)

⁴<https://lifepal.co.id/asuransi/penyakit-kritis/> (Diakses pada 31 Maret 2023)

Terdapat dua cara untuk mengestimasi nilai dari suatu parameter, yaitu pendekatan frekuentis dan metode Bayesian. Pendekatan frekuentis menganggap parameter yang ditaksir bernilai tetap dan tidak diketahui, sedangkan metode Bayesian merupakan metode statistik yang digunakan untuk mengestimasi nilai dari suatu parameter yang dipandang sebagai suatu variabel acak di mana nilainya tidak diketahui [2]. Metode Bayesian memanfaatkan informasi sebelumnya (*prior*) dalam mengestimasi nilai dari suatu parameter [3]. Karena metode ini menggunakan *prior* yang bersifat subjektif, metode ini dapat diterapkan untuk data dengan jumlah observasi yang sedikit. Keunggulan lain dari metode ini adalah variansi taksirannya lebih kecil dibandingkan dengan pendekatan frekuentis [4].

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang dirumuskan pada penelitian ini antara lain:

1. Bagaimana bentuk distribusi yang digunakan untuk memodelkan frekuensi klaim, banyak nasabah baru, dan besar klaim?
2. Bagaimana cara mengestimasi parameter distribusi frekuensi klaim, banyak nasabah baru, dan besar klaim?
3. Bagaimana cara menentukan besar premi risiko pada asuransi penyakit kritis untuk penyakit kanker?

1.3 Tujuan

Tujuan yang hendak dicapai dari penelitian ini antara lain:

1. Memodelkan distribusi dari frekuensi klaim, banyak nasabah baru, dan besar klaim.
2. Mengonstruksi estimasi parameter risiko untuk frekuensi klaim, banyak nasabah baru, dan besar klaim dengan metode Bayesian menggunakan *Jeffreys prior*.
3. Menentukan besar premi risiko asuransi penyakit kritis untuk penyakit kanker.

1.4 *State of the Art*

Penggunaan *prior* pada metode Bayesian memiliki kelemahan, yaitu sifatnya yang sangat subjektif [4]. Untuk mengatasi kelemahan tersebut, akan dikembangkan penaksiran risiko klaim dengan menggunakan *Jeffreys prior*. Penggunaan *Jeffreys prior* akan mengurangi aspek subjektif dari metode Bayesian, dikarenakan *prior* yang digunakan tidak terlalu bergantung pada informasi sebelumnya, melainkan lebih bergantung pada data yang ada [4, 5]. Pada skripsi ini, dilakukan juga simulasi data untuk menunjukkan performa dari estimator risiko yang dibahas.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Banyaknya nasabah yang mengikuti asuransi penyakit kritis untuk penyakit kanker diasumsikan tidak besar.
2. Besar klaim dimodelkan dengan distribusi gamma, di mana parameter bentuk dari distribusi tersebut bernilai konstan.
3. Dalam mengestimasi parameter risiko untuk frekuensi klaim, banyak nasabah baru, dan besar klaim, fungsi kerugian yang digunakan adalah fungsi kerugian kuadratik.

1.6 Sistematika Pembahasan

Terdapat lima bab pada penulisan penelitian ini, yaitu

BAB 1: Pendahuluan

Bab ini akan memperkenalkan masalah yang dibahas pada penelitian ini, yang terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, *State of the Art*, batasan masalah, dan sistematika pembahasan.

BAB 2: Landasan Teori

Bab ini menjelaskan beberapa teori yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu teorema Bayes, model Bayesian, fungsi kerugian kuadratik, dan distribusi peluang.

BAB 3: Estimasi Bayesian dengan *Jeffreys Prior*

Bab ini menjelaskan mengenai *Jeffreys prior* dan proses mengestimasi parameter risiko untuk frekuensi klaim, banyak nasabah baru, dan besar klaim. Setelah itu, akan dibahas mengenai model total kerugian yang akan digunakan untuk menentukan besar premi risiko dengan memanfaatkan Teorema Limit Pusat.

BAB 4: Simulasi dan Pembahasan

Bab ini menjelaskan algoritma dan skenario simulasi data, dilanjutkan dengan data dan hasil analisis yang diperoleh, yaitu hasil taksiran parameter dan besar premi risiko yang harus dibayarkan oleh nasabah.

BAB 5: Kesimpulan dan Saran

Bab ini memberikan kesimpulan dari penulisan penelitian ini serta saran yang diberikan penulis untuk pengembangan penelitian ini di masa mendatang.