

SKRIPSI

**PRODUK AREA DAN PENEROWONGAN KUANTUM DALAM
RUANG-WAKTU DENGAN PARAMETER NUT**



M. IQBAL ANDRYAN

NPM: 6171901006

**PROGRAM STUDI FISIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS UNIVERSITAS
KATOLIK PARAHYANGAN
2023**

UNDERGRADUATE THESIS

**AREA PRODUCT AND QUANTUM TUNNELING IN SPACETIME WITH
NUT PARAMETER**



M. IQBAL ANDRYAN

NPM: 6171901006

**DEPARTMENT OF PHYSICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY**

2023

LEMBAR PENGESAHAN

**PRODUK AREA DAN PENEROWONGAN KUANTUM DALAM
RUANG-WAKTU DENGAN PARAMETER NUT**

M. IQBAL ANDRYAN

NPM: 6171901006

Bandung, 7 Agustus 2023

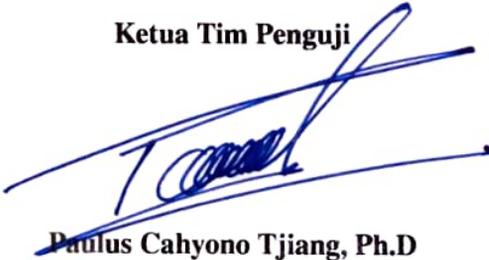
Menyetujui,

Pembimbing



Haryanto M Siahaan, Ph.D

Ketua Tim Penguji



Paulus Cahyono Tjiang, Ph.D

Anggota Tim Penguji



Sylvia Hastuti Sutanto, Ph.D

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Reinard Primulando, Ph.D

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

PRODUK AREA DAN PENEROWONGAN KUANTUM DALAM RUANG-WAKTU DENGAN PARAMETER NUT

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 7 Agustus 2023



M. Iqbal Andryan
NPM: 6171901006

Abstrak

Pada tugas akhir ini, ditinjau ruang-waktu Kerr-Taub-NUT, Kaluza-Klein NUT dan Kerr-Sen-Taub-NUT dan dilakukan analisa produk area (atau entropi). Untuk masing-masing metrik dapat dilakukan perhitungan penerowongan kuantum dengan metode Hamilton-Jacobi untuk mendapatkan temperatur Hawking.

Kata-kata kunci: ruang-waktu Kerr-Taub-NUT, ruang-waktu Kaluza-Klein NUT, ruang-waktu Kerr-Sen-Taub-NUT, produk area (atau entropi), penerowongan kuantum, metode Hamilton-Jacobi, temperatur Hawking

Abstract

In this final project, we utilized the Kerr-Taub-NUT, Kaluza-Klein NUT, and Kerr-Sen-Taub-NUT black holes and performed calculations of area products (or entropy). Each metric can be subjected to quantum tunneling calculations using the Hamilton-Jacobi method to obtain Hawking temperature.

Keywords: Kerr-Taub-NUT black hole, Kaluza-Klein NUT black hole, Kerr-Sen-Taub-NUT black hole, area products (or entropy), Quantum Tunneling, Hamilton-Jacobi method, Hawking temperature

*To the vast expanse of the Universe,
with all its enigmatic mysteries and profound secrets,
this thesis is dedicated.*

KATA PENGANTAR

Penulisan skripsi ini dengan judul "Produk Area dan Penerowongan Kuantum dalam Ruang-waktu dengan Parameter NUT" tidak dapat terselesaikan dengan baik dan tepat waktu tanpa bantuan oleh berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

- Kedua orang tua penulis, Bapak Raymond Astra dan Ibu Yuniar yang terus-menerus mendukung penulis tanpa henti dan tanpa mengenal lelah. Penulis ucapkan terimakasih yang sedalam-dalamnya karena telah mempercayai penulis untuk menyelesaikan kuliah di perguruan tinggi.
- Bapak Haryanto M. Siahaan, Ph.D. sebagai pembimbing penulis atas berbagai bantuan dan ilmu-ilmu baru yang diberikan selama proses penyelesaian skripsi serta kuliah-kuliah yang membuka mata penulis mengenai hebatnya berbagai formulasi fisika.
- Bapak Paulus Cahyono Tjiang, Ph.D. dan Ibu Sylvia Hastuti Sutanto, Ph.D. atas ketersediaan waktunya untuk menjadi penguji dalam sidang tugas akhir ini serta saran, koreksi dan masukan yang diberikan.
- Bapak Janto Vincent Sulungbudi, S.Si. atas bantuannya dalam pengurusan administrasi selaku koordinator mata kuliah tugas akhir.
- Ibu Farah Kristiani, Ph.D atas bantuannya dalam pengurusan administrasi untuk yudisium fisika.
- Kepada para dosen fisika Universitas Katolik Parahyangan, Bapak Reinard Primulando, Ph.D., Bapak Aloysius Rusli, Ph.D., Bapak Philips Nicolas Gunawidjaja, Ph.D., Ibu Risti Suryantari, M.Sc, Ibu Elok Fidiani, Ph.D., Ibu Flaviana Catherine, S.Si, M.T, Bapak Dr. Kian Ming, S.Si, M.Si, Ibu Yuanita Puspita Dewi Sudarso atas kuliah-kuliah fisika yang menakjubkan serta memberikan keindahan berbagai hal dalam fisika yang diberikan kepada penulis.
- Frisma Eri Saputri atas dukungan, bantuan dan pencerahan selama proses penyelesaian skripsi ini.

Tentunya penulis juga menyampaikan terimakasih banyak atas berbagai bantuan secara tidak langsung yang diberikan oleh pihak-pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Bandung, Agustus 2023

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Tujuan	2
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Metodologi	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Persamaan Medan Gravitasi	5
2.2 Geometri Kerr-Taub-NUT Secara Umum	7
2.3 Geometri Kaluza-Klein NUT	8
2.4 Geometri Kerr-Sen-Taub-NUT	10
3 FORMULASI PRODUK AREA LUBANG HITAM	13
3.1 Formulasi Produk Area Kerr-Taub-NUT	13
3.2 Formulasi Produk Area Kaluza-Klein NUT	13
3.3 Formulasi Produk Area Kerr-Sen-Taub-NUT	14
4 PENEROWONGAN KUANTUM DI LUAR PENDEKATAN SEMIKLASIK	15
4.1 Kerr-Taub-NUT	16
4.2 Kaluza-Klein NUT	16
4.3 Kerr-Sen-Taub-NUT	17
5 KESIMPULAN	19
DAFTAR PUSTAKA	21
LAMPIRAN A	23
LAMPIRAN B	25
LAMPIRAN C	27
LAMPIRAN D	31

DAFTAR GAMBAR

2.1	Ilustrasi dua dimensi kelengkungan ruang-waktu di sekitar benda bermassa.	5
2.2	Ilustrasi posisi singularitas pada ruang-waktu Kerr-Taub-NUT dengan 3 posisi parameter Manko-Ruiz $C = 1$, $C = 0$ dan $C = -1$	7

BAB 1

PENDAHULUAN

Menurut teori relativitas umum Einstein [1], alam semesta dapat dideskripsikan dengan manifold pseudo-Riemannian yang merepresentasikan ruang-waktu. Manifold terkait ruang-waktu ini akan melengkung dikarenakan hadirnya distribusi massa atau energi. Distribusi massa atau energi ini diwakili oleh besaran yang bernama tensor energi momentum. Persamaan medan yang menghubungkan kelengkungan ruang distribusi massa dan energi menurut teori relativitas Einstein dapat dituliskan sebagai

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.1)$$

dimana $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ merupakan tensor Einstein, $R_{\mu\nu}$ adalah tensor kelengkungan Ricci, R adalah skalar kelengkungan Ricci, $g_{\mu\nu}$ adalah tensor metrik, G adalah konstanta gravitasi Newton, c merupakan kecepatan cahaya, dan $T_{\mu\nu}$ adalah tensor energi-momentum. Persamaan medan Einstein ini menjelaskan distribusi massa dan energi menyebabkan kelengkungan dari ruang-waktu.

Teori relativitas Einstein memprediksi eksistensi lubang hitam. Lubang hitam merupakan objek yang terbentuk akibat runtuhnya gravitasi yang dapat digambarkan sebagai singularitas yang terbungkus oleh horison peristiwa. Gravitasi terkait lubang hitam ini sangat kuat dimana cahaya tidak dapat lepas dari permukaannya.

Pada awalnya, para fisikawan menganggap lubang hitam sebagai objek yang mati secara termodinamika. Hal ini dikarenakan, secara klasik lubang hitam dikatakan dapat menyerap segala sesuatu yang datang padanya tanpa meradiasikan kembali. Hingga akhirnya Bekeinstein [2] mengajukan proposal bahwa lubang hitam memiliki entropi dan radiasi terkait yang diberikan oleh Hawking [3]. Radiasi Hawking ini menunjukkan bahwa lubang hitam tidak sepenuhnya hitam tetapi memancarkan radiasi dari waktu ke waktu, yang kemudian menyebabkan penguapan dan akhirnya menghilang seutuhnya.

Solusi dalam teori gravitasi relativistik dapat memiliki parameter NUT. Parameter tersebut dapat dipandang sebagai ekstensi dari parameter massa yang dapat berkontribusi pada geodesik partikel uji dalam ruang-waktu. Parameter NUT dalam ruang-waktu lubang hitam adalah ukuran muatan gravitasi lubang hitam. Hal ini mirip dengan parameter massa, tetapi memiliki interpretasi fisik yang berbeda. Parameter massa mengukur massa total lubang hitam, sedangkan parameter NUT mengukur jumlah muatan gravitasi yang terkonsentrasi di pusat lubang hitam. Pada tugas akhir ini, dilakukan studi analitik pada produk area dan temperatur Hawking pada ruang-waktu Kerr-Taub-NUT (KTN) secara umum, Kaluza-Klein NUT (KKNUT) dan Kerr-Sen-Taub-NUT (KSTN). Ketiga metrik yang digunakan masing-masing memiliki rotasi dan muatan NUT.

1.1 Latar Belakang Masalah

Formula produk area untuk lubang hitam telah menjadi bidang penelitian penting dalam fisika teoretis. Studi sebelumnya telah menunjukkan bahwa produk area lubang hitam jenis Taub-NUT, Kerr-Taub-NUT dan Kerr-Newman-Taub-NUT sebanding dengan massanya, yang dikenal sebagai formula produk area yang bergantung pada massa [4–6]. Hal tersebut mengindikasikan produk area \mathcal{H}^\pm tidak memiliki bentuk yang universal. Lalu pada studi selanjutnya menunjukkan bahwa produk area lubang hitam tidak bergantung dengan massanya pada jenis NUT [7]. Oleh karena itu, dapat dibuktikan bahwa produk area \mathcal{H}^\pm adalah universal dan hanya bergantung pada muatan-muatan yang terkuantisasi dan momentum sudut yang terkuantisasi.

Pada tahun 1974 dan 1975 [8, 9], Hawking membuktikan bahwa lubang hitam sebenarnya tidak benar-benar hitam melainkan memancarkan energi secara terus-menerus. Beberapa penurunan radiasi Hawking dilakukan pada literatur [10–12], namun tidak menunjukkan hubungan langsung sumber radiasi sebagai penerowongan kuantum. Lalu studi saat ini dapat memberikan radiasi Hawking sebagai penerowongan kuantum dengan metode Hamilton-Jacobi yang di proposalkan oleh R. Banerjee dan B. R. Majhi pada tahun 2008 [13].

Tugas akhir ini menyelidiki formulasi produk area dan penerowongan kuantum dalam ruang-waktu Kerr-Taub-NUT secara umum dengan adanya parameter Manko-Ruiz C , Kaluza-Klein NUT dan Kerr-Sen-Taub-NUT. Metode yang digunakan sama dengan metode yang digunakan oleh literatur [7, 13] dengan batasan besaran kekal pada ruang-waktu tanpa parameter NUT masih digunakan dan besaran kekal yang baru bukan hasil dari penurunan integral Komar.

1.2 Tujuan

Tujuan dari tugas akhir ini adalah meyampaikan kembali geometri pada ruang-waktu Kerr-Taub-NUT secara umum, Kaluza-Klein NUT dan Kerr-Sen-Taub-NUT [14–16] serta membuktikan bahwa produk area pada ruang-waktu tersebut tidak bergantung dengan massanya berdasarkan referensi [7]. Lalu berdasarkan metode pada referensi [13], dilakukan perhitungan radiasi Hawking sebagai penerowongan kuantum di luar perkiraan semiklasik pada KTN secara umum, KKNUT dan KSTN.

1.3 Batasan Masalah

Penulisan pada Tugas Akhir ini dibatasi oleh aspek-aspek sebagai berikut :

1. Fokus dari tugas akhir ini spesifik hanya pada jenis ruang-waktu Kerr-Taub-NUT, Kaluza-Klein NUT dan Kerr-Sen-Taub NUT sehingga hasil tugas akhir ini mungkin tidak berlaku pada ruang-waktu yang lainnya.
2. Besaran kekal dalam ruang-waktu tanpa parameter NUT tetap berlaku.
3. Besaran kekal yang baru tidak diberikan dari integral Komar.
4. Digunakan konvensi unit $G = \hbar = c = 1$.

1.4 Metodologi

Dalam tugas akhir ini, dilakukan beberapa studi analitik terkait beberapa aspek termodinamika ruang-waktu dengan paramater NUT. Ruang waktu yang dibahas tidak hanya terbatas dalam konteks teori Einstein-Maxwell, namun juga untuk teori dengan medan dilaton dan axion. Aspek termodinamika ditelaah berdasarkan metrik ruang-waktu dan solusi medan vektor terkait. Komplekstitas perhitungan membutuhkan bantuan program manipulasi simbolik MAPLE. Beberapa bagian dalam tugas akhir ini merupakan pengembangan teori dari referensi [7, 13]. Geometri yang dibahas adalah ruang waktu Kerr-Taub-NUT, Kaluza-Klein NUT, dan Kerr-Sen-Taub-NUT yang bersumber dari referensi [14, 15, 17].

1.5 Sistematika Pembahasan

Sistematika pada penulisan tugas akhir ini adalah :

1. **Bab 1:** Pendahuluan, yang berisikan latar belakang masalah, tujuan, batasan masalah, metodologi.
2. **Bab 2:** Landasan teori, menjelaskan teori medan gravitasi Einstein, menjelaskan geometri Kerr-Taub-NUT, Kaluza-Klein NUT dan Kerr-Sen-Taub-NUT.

3. **Bab 3:** Formulasi produk area (atau entropi) lubang hitam Kerr-Taub-NUT, Kaluza-Klein NUT dan Kerr-Sen-Taub-NUT, demonstrasi bahwa hasil kali luas (atau entropi) dalam kasus lubang hitam Kaluza-Klein NUT dan Kerr-Sen-Taub-NUT adalah tidak bergantung massa.
4. **Bab 4:** Penerowongan Kuantum di luar pendekatan semiklasik, melakukan kalkulasi dengan metode Hamilton-Jacobi untuk mendapatkan temperatur pada lubang hitam Kerr-Taub-NUT secara umum, Kaluza-Klein NUT dan Kerr-Sen-Taub-NUT.
5. **Bab 5:** Kesimpulan, menyimpulkan hasil dari penelitian yang telah dilakukan.