

## TUGAS AKHIR

# PEMBELOKAN CAHAYA KUAT DEKAT LUBANG HITAM YANG BERPUTAR DENGAN MUATAN *TIDAL* NEGATIF



Tita Maria Kanita

NPM: 6171901003

PROGRAM STUDI FISIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2023

**FINAL PROJECT**

**STRONG BENDING OF LIGHT NEAR ROTATING BLACK  
HOLES WITH NEGATIVE TIDAL CHARGE**



**Tita Maria Kanita**

**NPM: 6171901003**

**DEPARTMENT OF PHYSICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2023**

## LEMBAR PENGESAHAN

### PEMBELOKAN CAHAYA KUAT DEKAT LUBANG HITAM YANG BERPUTAR DENGAN MUATAN *TIDAL* NEGATIF

Tita Maria Kanita

NPM: 6171901003

Bandung, 24 Juli 2023

Menyetujui,

Pembimbing



Haryanto Siahaan, Ph.D.

Ketua Tim Penguji



Paulus Cahyono Tjiang, Ph.D.

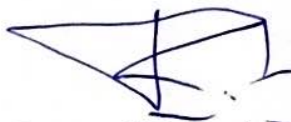
Anggota Tim Penguji



Sylvia Hastuti Sutanto, Ph.D.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Reinard Primulando, Ph.D.

## PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa tugas akhir dengan judul:

### **PEMBELOKAN CAHAYA KUAT DEKAT LUBANG HITAM YANG BERPUTAR DENGAN MUATAN *TIDAL* NEGATIF**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 24 Juli 2023



Tita Maria Kanita  
NPM: 6171901003

## ABSTRAK

Pendalaman pengetahuan tentang lubang hitam dapat dilakukan dengan mempelajari pembelokan cahaya oleh lubang hitam tersebut. Kuantitas yang relevan dalam pembelokan cahaya adalah sudut defleksi. Tugas akhir ini mempelajari sudut defleksi pada batas pembelokan kuat yang disebabkan oleh lubang hitam berputar dengan muatan *tidal* negatif. Dipilihnya muatan *tidal* negatif adalah karena dugaan tentang efek yang berkebalikan terhadap sudut defleksi dari efek yang diciptakan muatan listrik. Metode penghitungan mengikuti penelitian yang dilakukan Hsieh *et al.* di tahun 2021 tentang pembelokan cahaya akibat lubang hitam Kerr yang berputar tanpa muatan dan lubang hitam Kerr-Newman yang berputar dengan muatan listrik. Proses penghitungan dimulai dari penetapan Lagrangian dari metrik lubang hitam berputar dengan muatan *tidal* negatif, kemudian penerapan persamaan Euler-Lagrange terhadap Lagrangian tersebut untuk mencari nilai parameter *impact*  $b$ . Setelah itu, syarat geodesik nul digunakan untuk mencari nilai jarak terdekat  $r_0$  dari lintasan cahaya ke lubang hitam. Pembelokan kuat terjadi ketika  $r_0$  berada sedekat mungkin dengan jarak kritis  $r_{sc}$  yang menjadi batas setelah mana cahaya tidak lagi bisa dibelokkan dan akan masuk ke lubang hitam. Karena itu, nilai  $r_{sc}$  juga dicari dengan memanfaatkan syarat geodesik nul. Hasil yang diperoleh adalah bahwa lubang hitam berputar dengan muatan *tidal* negatif membelokkan cahaya lebih kuat dibandingkan dengan lubang hitam Kerr dan lubang hitam Kerr-Newman.

**Kata-kata kunci:** batas pembelokan kuat, muatan *tidal* negatif, pembelokan cahaya

## ABSTRACT

Further understanding of black holes can be achieved through the study of light bending, with deflection angle as its measurable quantity. This final project focuses on the bending of light in the strong deflection limit by a negatively tidal charged rotating black hole. The motivation for this study is that it is suspected that the negative tidal charge will give an opposing effect from the electric charge to how light bends near the black holes. The calculation methods are taken from the previous study by Hsieh *et al.* in 2021 about the bending of light in the strong deflection limit by an electrically neutral rotating Kerr black hole, as well as by an electrically charged rotating Kerr-Newman black hole. This final project begins the calculation from the metric to get the Lagrangian, followed by taking the Euler-Lagrange equations which leads to the impact parameter  $b$ . The condition for null geodesic is applied to get  $r_0$  being the light's closest distance to the black hole. Strong deflection happens when  $r_0$  is very close to the critical distance  $r_{sc}$  beyond which light will eventually cross the horizon. The condition for null geodesic is, therefore, again used to get  $r_{sc}$ . The result shows that a negatively tidal charged rotating black hole deflects light stronger than a Kerr and a Kerr-Newman black hole.

**Keywords:** light bending, negative tidal charge, strong deflection limit

*To Michael Julian Date*

## KATA PENGANTAR

Tugas akhir ini adalah penanda tercapainya suatu cita-cita. Sepantasnya, rasa terima kasih yang sangat besar dihaturkan kepada orang-orang yang telah membantu meraihnya.

- Bapak Haryanto Siahaan, Ph.D. sebagai pembimbing yang menularkan semangatnya yang menggebu, memberikan arahan dengan penuh kesabaran, serta memberikan dorongan dengan kata-kata yang baik.
- Bapak Paulus Cahyono Tjiang, Ph.D. dan Ibu Sylvia Hastuti Sutanto, Ph.D. dalam kapasitasnya sebagai penguji yang membuat tugas akhir ini menjadi lebih baik atas masukan konstruktif yang mengena dan menyeluruh.
- Semua dosen fisika UNPAR, Bapak Reinard Primulando, Ph.D., Bapak Aloysius Rusli, Ph.D., Bapak Philips Nicolas Gunawidjaja, Ph.D., Bapak Janto Vincent Sulungbudi, S.Si., Ibu Elok Fidiani, Ph.D., Bapak Kian Ming, Ph.D., Ibu Flaviana, M.T., Ibu Risti Suryantari, M.Sc., dan Ibu Yuanita Puspita Dewi Sudarso, M.Si. atas pengalaman belajar yang beragam dan ilmu yang bermakna.
- Delvydo Melveraldo yang menjadi sosok teman dalam ungkapan "*ikut-ikutan teman*", yang telah mendatangkan rasa ingin untuk mendalami gravitasi, dan juga membuat pendidikan formal terasa lebih menyenangkan karena ada teman.

Terima kasih telah menghilangkan rasa gentar untuk kembali bersekolah dan mengukuhkan keyakinan bahwa betapapun sulitnya, fisika dan matematika memang ilmu yang layak dipelajari hingga ke tingkat fundamental.

Bandung, Juli 2023

Penulis



## DAFTAR ISI

|   |           |
|---|-----------|
| KATA PENGANTAR  | xv        |
| DAFTAR ISI  | xvii      |
| DAFTAR GAMBAR   | xix       |
| DAFTAR TABEL  | xxi       |
| <b>1 PENDAHULUAN</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1 Latar Belakang . . . . .  | 1         |
| 1.2 Rumusan Masalah . . . . .   | 2         |
| 1.3 Tujuan . . . . .  | 2         |
| 1.4 Batasan Masalah . . . . .   | 2         |
| 1.5 Sistematika Pembahasan . . . . .  | 3         |
| <b>2 LANDASAN TEORI</b>   | <b>5</b>  |
| 2.1 Lubang Hitam Berputar dengan Muatan <i>Tidal</i> Negatif . . . . .                    | 5         |
| 2.2 Sudut Defleksi . . . . .  | 7         |
| <b>3 SUDUT DEFLEKSI DI DEKAT LUBANG HITAM BERPUTAR DENGAN MUATAN <i>Tidal</i> NEGATIF</b> | <b>11</b> |
| <b>4 KESIMPULAN</b>   | <b>19</b> |
| DAFTAR REFERENSI  | 21        |

## DAFTAR GAMBAR

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2.1 | Pembelokan lintasan cahaya di medan gravitasi lemah: pengaruh $b$ terhadap $r_0$ , dan pada akhirnya terhadap $\Delta\phi$ . . . . .   | 8  |
| 2.2 | Pelensaan dalam SDL yang menunjukkan dua jenis orbit sebelum partikel cahaya lolos dan dibelokkan, yaitu <i>direct</i> (merah) dan <i>retrograde</i> (biru), hingga menciptakan citra semu. . . . .  | 9  |
| 3.1 | Grafik $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ terhadap muatan $Q$ dengan menggunakan nilai $M = 1$ dan $a = 0.6$ . Ketika $Q$ bernilai nol, kurva Kerr-Newman dan kurva lubang hitam berputar dengan muatan <i>tidal</i> negatif dimulai dari titik yang sama. Pada grafik $\bar{a}$ , titik tersebut bernilai 0.84 untuk lintasan <i>retrograde</i> dan 1.44 untuk lintasan <i>direct</i> . Pada grafik $\bar{b}$ , titik tersebut bernilai $-0.37$ untuk lintasan <i>retrograde</i> dan $-0.59$ untuk lintasan <i>direct</i> . . . . .                  | 16 |
| 3.2 | Grafik $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ terhadap parameter rotasi $a$ dengan menggunakan nilai $M = 1$ dan $Q = 0.6$ . Ketika $a$ bernilai nol, kedua orbit <i>direct</i> dan <i>retrograde</i> dimulai dari titik yang sama untuk masing-masing lubang hitam. Pada grafik $\bar{a}$ , kurva lubang hitam berputar dengan muatan <i>tidal</i> negatif dimulai dari titik dengan nilai 0.97. Sementara itu, pada grafik $\bar{b}$ , kurva lubang hitam berputar dengan muatan <i>tidal</i> negatif dimulai dari titik dengan nilai $-0.41$ . . . . . | 17 |

**DAFTAR TABEL**

3.1 Nilai  $\bar{b}$  masing-masing lubang hitam pada  $a = 0$ . Selisih nilai dari ketiga lubang hitam ini adalah sekitar 0.01. . . . . 17

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori Relativitas Umum (TRU) yang dikemukakan oleh Albert Einstein secara esensi menjelaskan gravitasi yang disebabkan oleh kelengkungan ruang-waktu akibat adanya benda bermassa [1]. Namun, gravitasi akibat benda yang bermassa relatif kecil masih dapat dijelaskan dengan menggunakan teori gravitasi yang digagas Isaac Newton. Teori gravitasi Newton juga akurat untuk menjelaskan gravitasi akibat benda bermassa besar, asalkan objek yang merasakan gravitasi ini berjarak cukup jauh dari benda bermassa besar tersebut. Keistimewaan TRU adalah bahwa teori ini berhasil menjelaskan bagaimana cahaya, yang hakikatnya tidak bermassa, bisa terbelokkan lintasannya ketika berada di dekat benda bermassa. Pada tahun 1919, Arthur Eddington melakukan pengamatan terkait pembelokan cahaya bintang oleh gravitasi matahari. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa posisi bintang tersebut terlihat bergeser dengan keberadaan matahari di antara bintang dan pengamat [2]. Temuan ini sejalan dengan prediksi dari TRU di mana teori ini memandang gravitasi sebagai manifestasi dari ruang-waktu yang melengkung. Setiap benda, baik bermassa maupun tidak bermassa, bergerak mengikuti kelengkungan tersebut.

Dalam kasus ekstrim, distorsi yang diciptakan akibat pembelokan cahaya bisa sangat signifikan. Titik sumber cahaya tidak hanya terlihat bergeser, tetapi juga berlipat ganda. Hal ini kerap terjadi ketika cahaya melaju dekat dengan benda bermassa puluhan kali massa matahari, seperti lubang hitam. Efek pembelokan cahaya ini hanya ada dalam TRU, karena cahaya tidaklah 'ditarik' oleh 'gaya' gravitasi lubang hitam, tetapi cahaya semata-mata hanya mengikuti lengkungnya ruang-waktu yang diakibatkan keberadaan lubang hitam tersebut. Inilah yang menjadikan lubang hitam sebagai salah satu objek yang sangat menarik dalam TRU Einstein. Pengamatan visual lubang hitam yang pertama di tahun 2019 yaitu lubang hitam *supermassive* M87\* di pusat galaksi Messier 87 menjadi bukti kasat mata dari lubang hitam sebagai objek fisika dan semakin mengokohkan kebenaran TRU [3]. Satu hal lain yang layak disorot dari pengamatan ini adalah bahwa cahaya yang terlihat di sekitar lubang hitam M87\* adalah hasil pembelokkan cahaya akibat gravitasi lubang hitam tersebut.

Pembelokan cahaya sebagai dampak dari gravitasi benda bermassa disebut pelensaan gravitasi. Dalam fenomena ini, benda bermassa berperan sebagai lensa yang membelokkan lintasan cahaya, sehingga ketika cahaya sampai ke mata pengamat, pengamat akan melihat citra semu cahaya itu. Pelensaan gravitasi dalam bidang astronomi telah digunakan untuk membuat peta bintang dengan cara meneliti posisi bintang-bintang yang cahayanya telah dibelokkan oleh benda bermassa seperti bintang atau galaksi. Sebagai contoh, penelitian Rybak, *et al.* [4] mempelajari posisi bintang-bintang di galaksi SDP.81 yang telah terdistorsi akibat keberadaan galaksi lain di jalur pandangannya. Untuk kasus pembelokan akibat gravitasi lubang hitam, pada tahun 2021, Tien Hsieh, *et al.* [5] dari Universitas Nasional Dong Hwa di Taiwan menerbitkan artikel tentang pelensaan gravitasi yang diciptakan oleh lubang hitam Kerr dan Kerr-Newman pada *strong deflection limit* (SDL) atau batas pembelokan kuat. Tujuan dari penelitian tersebut adalah menghitung radius kritis di mana orbit cahaya sangatlah tidak stabil. Pada radius kritis ini, cahaya bisa lepas dari orbit lalu dibelokkan ke pengamat, atau bisa masuk ke horizon lubang hitam. Penelitian ini juga bertujuan untuk mencari tahu seberapa jauh lintasan cahaya dibelokkan oleh lubang hitam Kerr dan

Kerr-Newman berdasarkan jarak terdekat lintasan cahaya dari lubang hitam. Bila jarak terdekat ini lebih besar dari radius kritis, maka cahaya akan dibelokkan dan dapat diamati. Tetapi, bila jarak terdekat ini lebih kecil dari radius kritis, maka cahaya akan masuk ke horizon. Jarak terdekat ini digunakan untuk menghitung besaran sudut pembelokan atau sudut defleksi.

Pembelokan cahaya akibat pelensaan gravitasi yang disebabkan oleh lubang hitam juga dapat menjadi cara untuk mengenali karakteristik dari sebuah lubang hitam. Pembelokan cahaya juga terjadi dalam berbagai teori gravitasi yang didasarkan pada TRU, dan masing-masing teori memprediksikan lubang hitam dengan ciri tertentu. Salah satunya adalah lubang hitam yang memiliki muatan *tidal* dalam teori *Braneworld* yang digagas Lisa Randall dan Raman Sundrum di tahun 1999 [6]. Randall dan Sundrum mengedepankan teori *Braneworld* sebagai upaya untuk menjelaskan mengapa gravitasi sangatlah lemah dibandingkan interaksi *electro-weak*. Konstanta gravitasi Newton, dalam satuan alami  $\hbar = c = 1$ , bernilai  $6.7088 \times 10^{-39} \text{GeV}^{-2}$ , yang sangatlah kecil dibandingkan konstanta Fermi untuk interaksi lemah yang bernilai  $1.166 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$  [7]. Ide yang dikemukakan adalah bahwa ruang-waktu terdiri dari lima dimensi. Semua interaksi selain gravitasi terkungkung dalam sub-ruang empat dimensi yang biasa disebut sebagai *brane*. *Brane* ditinjau sebagai potongan atau *a slice* dari ruang-waktu lima dimensi tersebut. Istilah *3-brane* mengacu pada tiga dimensi ruang dan satu dimensi waktu [6].

Di tahun 2000, Dadhich *et al.* melakukan penelitian untuk mencari solusi dari metrik lubang hitam yang tidak berputar dalam teori *Braneworld*. Hasil penghitungan menunjukkan adanya muatan tidal yang muncul setelah *slicing* dilakukan [8]. Kemudian, di tahun 2005, Aliev *et al.* memperluas penelitian Dadhich *et al.* dengan mencari solusi untuk metrik lubang hitam yang berputar dan memiliki muatan dalam teori *Braneworld*, yang juga mendapati muatan *tidal* [9].

Tugas akhir ini ditujukan untuk menghitung sudut defleksi dalam SDL yang disebabkan oleh lubang hitam berputar dengan muatan *tidal* negatif.

## 1.2 Rumusan Masalah

Tugas akhir ini menghitung sudut defleksi yang diakibatkan lubang hitam berputar dengan muatan *tidal* negatif berdasarkan langkah matematis yang dilakukan oleh Hsieh *et al.* [5].

## 1.3 Tujuan

Tujuan dari tugas akhir ini adalah menghitung sudut defleksi dalam batas pembelokan kuat di ruang-waktu di dekat lubang hitam berputar dengan muatan *tidal* negatif. Penelitian yang berhubungan dengan lubang hitam dalam teori *Braneworld* mendapati adanya muatan *tidal*. Dalam studi tentang sudut defleksi, ada dugaan bahwa efek muatan *tidal* positif tidak dapat dibedakan dengan efek muatan listrik. Tetapi, muatan *tidal* negatif memberikan efek yang berlawanan dengan efek muatan listrik pada sudut defleksi. Oleh karena itu, penelitian ini mempelajari sudut defleksi akibat lubang hitam berputar dan bermuatan *tidal* negatif karena, dalam konteks pembelokan cahaya, satu-satunya cara untuk mengonfirmasi keberadaan muatan *tidal* adalah dengan mempelajari muatan *tidal* negatif.

## 1.4 Batasan Masalah

Masalah yang dikaji akan ditinjau hanya dalam konteks TRU, dengan unit alami  $G = c = 1$ , di mana  $G$  adalah konstanta gravitasi dan  $c$  adalah kecepatan cahaya. Selain itu, partikel uji tidaklah bermassa, yang berarti bahwa gerakannya tidak akan mempengaruhi kelengkungan ruang waktu dan mengikuti geodesik *null*. Partikel uji ini juga melaju di bidang ekuator. Itu artinya, koordinat  $\theta$  yang mewakili sudut lintang ditetapkan pada nilai  $\frac{\pi}{2}$ .

---

## 1.5 Sistematika Pembahasan

Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah:

1. **Bab 1:** Pendahuluan: berisi latar belakang penelitian, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.
2. **Bab 2:** Landasan Teori: dimulai dari teori Einstein vakum dan solusi lubang hitam berputar dengan muatan *tidal* negatif, dilanjutkan dengan sudut defleksi dalam batas pembelokan lemah dan batas pembelokan kuat beserta persamaan gerak cahaya.
3. **Bab 3:** Pembahasan: menunjukkan hasil penghitungan parameter *impact* ketika lintasan cahaya berada paling dekat dengan lubang hitam berputar dengan muatan *tidal* negatif, dan dilanjutkan dengan parameter *impact* sebagai fungsi dari radius kritis. Selanjutnya, ditunjukkan penghitungan sudut defleksi dalam SDL. Pada bagian akhir disajikan pula plot yang menunjukkan kuantitas-kuantitas yang relevan dengan sudut defleksi akibat lubang hitam berputar dengan muatan *tidal* negatif serta membandingkannya dengan lubang hitam Kerr dan Kerr-Newman.
4. **Bab 4:** Kesimpulan: menyatakan bahwa lubang hitam berputar dengan muatan *tidal* negatif membelokkan cahaya lebih kuat dibandingkan dengan lubang hitam Kerr dan Kerr-Newman. Selain itu, diberikan pula saran bagi penelitian di masa yang akan datang.