

SKRIPSI

PENYELESAIAN PEMROGRAMAN PECAHAN LINEAR
DENGAN KOEFISIEN FUNGSI OBJEKTIF BERUPA
BILANGAN KABUR MENGGUNAKAN *DEVELOPMENT OF
THE COMPLEMENTARY METHOD*



INDIANA JASMINE SETIAWAN

NPM: 6161901040

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2023

FINAL PROJECT

**SOLVING LINEAR FRACTIONAL PROGRAMMING WITH
FUZZY NUMBER COEFFICIENT ON OBJECTIVE
FUNCTION USING DEVELOPMENT OF THE
COMPLEMENTARY METHOD**



INDIANA JASMINE SETIAWAN

NPM: 6161901040

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2023**

LEMBAR PENGESAHAN

PENYELESAIAN PEMROGRAMAN PECAHAN LINEAR DENGAN KOEFISIEN FUNGSI OBJEKTIF BERUPA BILANGAN KABUR MENGGUNAKAN *DEVELOPMENT OF THE COMPLEMENTARY METHOD*

Indiana Jasmine Setiawan

NPM: 6161901040

Bandung, 27 Juli 2023

Menyetujui,

Pembimbing 1

Pembimbing 2

Iwan Sugiarto, M.Si.

Taufik Limansyah, M.T.

Ketua Penguji

Anggota Penguji

Prof. Dr. Dharma Lesmono

Jonathan Hoseana, Ph.D.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Livia Owen

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

**PENYELESAIAN PEMROGRAMAN PECAHAN LINEAR DENGAN
KOEFSIEN FUNGSI OBJEKTIF BERUPA BILANGAN KABUR
MENGUNAKAN *DEVELOPMENT OF THE COMPLEMENTARY
METHOD***

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
27 Juli 2023



Indiana Jasmine Setiawan
NPM: 6161901040

ABSTRAK

Masalah optimasi menjadi salah satu masalah yang sering ditemui dalam kehidupan sehari-hari, baik dalam sektor industri, transportasi, maupun jasa, yang diiringi dengan ketersediaan sumber daya yang nilainya berubah-ubah secara dinamis. Untuk menyelesaikan masalah tersebut, dapat digunakan bilangan kabur untuk merepresentasikan nilai yang tidak pasti tersebut. Selain itu, beberapa masalah dalam dunia nyata juga tidak selalu berbentuk linear, tetapi dapat berbentuk perbandingan antara dua fungsi berbeda, sehingga dapat digunakan pemrograman pecahan linear untuk menyelesaikannya. Pada skripsi ini akan dibahas pemrograman pecahan linear (LFP) dengan koefisien berupa bilangan kabur, yang kemudian disebut sebagai pemrograman pecahan linear kabur (FLFP). Masalah FLFP ini akan diselesaikan dengan *development of the complementary method* dan fungsi peringkat, yang diformulasikan oleh Roubens (1996). Pada penerapan *development of the complementary method*, masalah pemrograman pecahan linear kabur ditransformasi menjadi bentuk pemrograman linear kabur (FLP), sehingga dapat digunakan metode simpleks untuk mencari solusi optimalnya. Selain itu, pada skripsi ini juga digunakan program Python yang dapat mempercepat serta mengurangi kesalahan penghitungan dalam menyelesaikan masalah FLFP. Sebagai suatu contoh masalah, dalam skripsi ini dipelajari suatu masalah distribusi kue kering. Dengan penghitungan manual dan bantuan program Python, diperoleh bahwa masalah ini memiliki solusi optimal alternatif.

Kata-kata kunci: pemrograman pecahan linear; bilangan kabur; fungsi peringkat; metode simpleks; *development of the complementary method*.

ABSTRACT

Optimization problems are commonly encountered in daily life, whether in industrial, transportation, or service sectors, along with supply of resources that change dynamically. To solve such a problem, fuzzy numbers can be used to represent the uncertain values. In addition, some real-world problems may not be in a linear form, but can be in the form of a ratio of two different functions. Thus, linear fractional programming can be used to solve them. In this thesis, we discuss linear fractional programming (LFP) with fuzzy number coefficients, which is later referred to as fuzzy linear fractional programming (FLFP). We solve this FLFP problem using the development of the complementary method and ranking function, formulated by Roubens (1996). In the application of the development of the complementary method, we transform the fuzzy linear fractional programming problem into a fuzzy linear programming (FLP) problem, so that the simplex method can be used to find the optimal solution. Additionally, in this thesis we use a Python program which could accelerate computations and reduce computational errors in solving FLFP problems. As an example, in this thesis we study a cookie distribution problem. Using manual computations and the Python program, we obtain that this problem has an alternative optimal solution.

Keywords: linear fractional programming; fuzzy number; ranking function; simplex method; development of the complementary method.

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan, karena atas berkat dan penyertaan-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penyelesaian Pemrograman Pecahan Linear dengan Koefisien Fungsi Objektif berupa Bilangan Kabur Menggunakan *Development of The Complementary Method*” dengan baik dan tepat waktu. Adapun skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat wajib untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak dapat diselesaikan tanpa bantuan, bimbingan, nasehat, dukungan, dan doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada bagian ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Papa, Mama, Koko, Cici, dan Dede yang telah memberikan dukungan, harapan, nasehat, dan doa kepada penulis. Tanpa adanya mereka penulis tidak akan dapat berada pada titik ini.
2. Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. dan Bapak Taufik Limansyah, M.T. selaku dosen pembimbing yang telah meluangkan waktu untuk memberikan dukungan dan bimbingan dengan baik dan sabar kepada penulis selama proses pengerjaan skripsi ini.
3. Bapak Prof. Dr. Dharma Lesmono dan Bapak Jonathan Hoseana, Ph.D. selaku dosen penguji yang telah memberikan arahan dan saran-saran kepada penulis agar penulis dan juga skripsi ini dapat menjadi lebih baik lagi.
4. Bapak/Ibu dosen, khususnya para dosen Program Studi Matematika, yang telah memberikan ilmu dengan baik dan sabar selama empat tahun masa perkuliahan penulis.
5. Bella dan Jian selaku sahabat yang selalu menjadi teman bermain, pendukung, pendengar yang baik, dan penghibur bagi penulis sejak SMA hingga saat ini.
6. Teman-teman dari “The Kardus” yang telah menjadi teman belajar dan teman bermain dengan perilaku aneh nan menyenangkan. Tanpa mereka penulis mungkin tidak dapat menjalani empat tahun masa perkuliahan ini dengan senang hati. Terima kasih atas segala kenangan baik serta keceriaan yang telah kalian berikan.
7. Thesalonika yang telah menjadi sahabat yang baik, yang selalu mendengarkan keluhan, memberikan dukungan, dan membantu penulis dalam banyak hal dengan sabar selama masa kuliah ini. Terima kasih pula untuk momen-momen berburu kuliner dan *meme-meme* yang dibagikan selama ini.
8. Felicia selaku teman satu kos yang banyak membantu penulis ketika mengalami kesulitan. Terima kasih atas kesabaran dan kebaikan yang telah diberikan kepada penulis selama ini.
9. Kakak-kakak dan teman-teman dari Program Studi Matematika. Terima kasih atas segala kebersamaan dan pengalaman selama masa perkuliahan ini.
10. Semua pihak, yang namanya tidak dapat disebutkan satu persatu, yang telah membantu dan mendukung penulis hingga terselesaikannya skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis terbuka untuk menerima segala kritik dan saran yang dapat membangun dan menyempurnakan skripsi ini. Terakhir, penulis berharap skripsi ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Bandung, 27 Juli 2023

Penulis

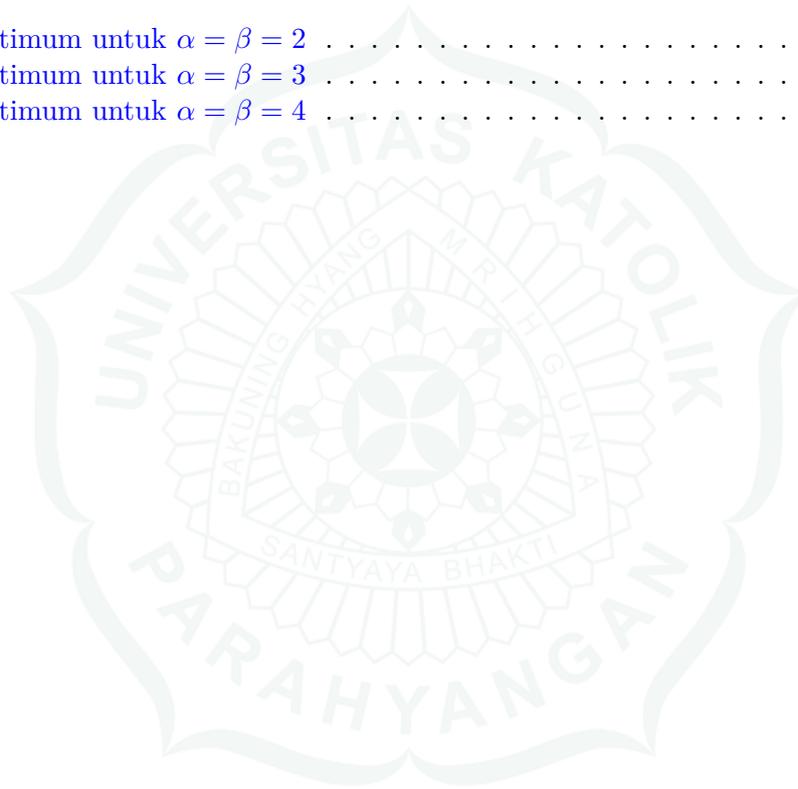


DAFTAR ISI

| | |
|--|-------------|
| KATA PENGANTAR | viii |
| DAFTAR ISI | x |
| DAFTAR GAMBAR | xi |
| DAFTAR TABEL | xii |
| 1 PENDAHULUAN | 1 |
| 1.1 Latar Belakang | 1 |
| 1.2 Rumusan Masalah | 2 |
| 1.3 Tujuan | 2 |
| 1.4 <i>State of the Art</i> | 2 |
| 1.5 Sistematika Pembahasan | 3 |
| 2 LANDASAN TEORI | 5 |
| 2.1 Pemrograman Linear | 5 |
| 2.2 Bilangan Kabur Trapesium | 8 |
| 2.2.1 Fungsi Peringkat | 12 |
| 3 PEMROGRAMAN PECAHAN LINEAR DENGAN KOEFISIEN FUNGSI OBJEKTIF BERUPA BILANGAN KABUR | 13 |
| 3.1 Pemrograman Linear Kabur | 13 |
| 3.2 Pemrograman Pecahan Linear | 14 |
| 3.3 Pemrograman Pecahan Linear Kabur | 15 |
| 3.3.1 Contoh Soal 1 | 16 |
| 3.3.2 Contoh Soal 2 | 17 |
| 4 PENERAPAN PEMROGRAMAN PECAHAN LINEAR KABUR | 19 |
| 4.1 Aplikasi Pemrograman Pecahan Linear Kabur pada Masalah Distribusi | 19 |
| 4.2 Penjelasan Program Python | 23 |
| 5 KESIMPULAN DAN SARAN | 30 |
| 5.1 Kesimpulan | 30 |
| 5.2 Saran | 30 |
| DAFTAR REFERENSI | 32 |
| A TABEL ITERASI BAB 4 | 34 |

DAFTAR GAMBAR

| | | |
|-----|---|----|
| 2.1 | Himpunan kabur konveks | 10 |
| 2.2 | Himpunan kabur tak konveks | 10 |
| 2.3 | Grafik fungsi keanggotaan dari bilangan kabur trapesium $(a^L, a^U, \alpha, \beta)$ | 11 |
| 3.1 | Solusi optimum dengan program Python | 18 |
| 4.1 | Solusi optimum untuk $\alpha = \beta = 2$ | 22 |
| 4.2 | Solusi optimum untuk $\alpha = \beta = 3$ | 22 |
| 4.3 | Solusi optimum untuk $\alpha = \beta = 4$ | 23 |



DAFTAR TABEL

| | | |
|-----|--|----|
| 2.1 | Tabel simpleks awal masalah LP | 7 |
| 2.2 | Iterasi pertama masalah LP (1) | 7 |
| 2.3 | Iterasi pertama masalah LP(2) | 8 |
| 2.4 | Iterasi kedua masalah LP | 8 |
| 2.5 | Contoh nilai-nilai keanggotaan dari tiap-tiap anggota X dalam himpunan-himpunan kabur Bayi, Pemuda, Dewasa, dan Orang tua. | 9 |
| 3.1 | Tabel simpleks awal masalah FLFP | 17 |
| 3.2 | Iterasi pertama masalah FLFP | 17 |
| 3.3 | Iterasi kedua masalah FLFP | 17 |
| 4.1 | Total biaya yang dibutuhkan per kotak (dalam ribuan rupiah) | 19 |
| 4.2 | Keuntungan penjualan per kotak Perusahaan A (dalam ribuan rupiah) | 20 |
| A.1 | Tabel simpleks awal | 34 |
| A.2 | Iterasi pertama | 34 |
| A.3 | Iterasi kedua | 35 |
| A.4 | Iterasi ketiga | 35 |
| A.5 | Iterasi keempat | 35 |

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Masalah optimasi menjadi salah satu masalah yang sering ditemui dalam kehidupan sehari-hari, khususnya pada sektor usaha, baik industri, transportasi, maupun keuangan. Adapun tujuan (objektif) dari masalah optimasi dapat berupa memaksimalkan keuntungan dan efisiensi atau meminimumkan biaya produksi dan resiko yang harus ditanggung. Namun, ketersediaan sumber daya yang terbatas menjadi salah satu kendala dalam mencapai tujuan-tujuan tersebut, sehingga pengalokasian sumber-sumber daya tersebut harus diatur dengan tepat. Untuk membantu dalam pengambilan keputusan agar tujuan dari masalah optimasi tercapai, pada tahun 1947, George Dantzig mengembangkan suatu metode yang disebut pemrograman linear (LP) [1]. Pemrograman linear memiliki fungsi objektif berbentuk linear dan koefisien berupa bilangan riil, baik dalam fungsi objektif maupun persamaan-persamaan kendala.

Sayangnya, pemrograman linear ini memiliki kelemahan, yaitu mengasumsikan bahwa data ketersediaan sumber daya atau bahan baku bersifat deterministik. Kenyataannya, ketersediaan sumber daya mengalami perubahan secara dinamis yang disebabkan oleh berbagai macam faktor. Sebagai contoh, persediaan hasil pertanian dapat berubah-ubah tergantung musim yang menyebabkan harga jualnya mengalami perubahan pula. Oleh karena itu, dibutuhkan suatu bilangan yang dapat digunakan untuk merepresentasikan nilai-nilai yang tidak pasti tersebut. Pada tahun 1965, Lotfi A. Zadeh memperkenalkan teori himpunan kabur yang dapat digunakan untuk menangani permasalahan dalam dunia nyata yang terkait dengan ketidakpastian. Kombinasi antara pemrograman linear dengan teori himpunan kabur kemudian diformulasikan oleh Hans J. Zimmermann pada tahun 1976 dan disebut sebagai pemrograman linear kabur (FLP). Masalah FLP ini telah dibahas beberapa kali, seperti oleh Maleki et al. [2] dan Wu [3].

Dalam aplikasinya di dunia nyata, fungsi objektif dalam masalah optimasi juga dapat berbentuk non-linear, seperti persentase keuntungan, yang merupakan perbandingan antara fungsi keuntungan dan fungsi biaya yang dikalikan dengan 100%. Oleh karena itu, pada tahun 1960, seorang matematikawan Hungaria, Béla Martos, memformulasikan metode pemrograman pecahan linear (LFP), yang memiliki fungsi objektif berupa perbandingan antara dua fungsi linear. Masalah LFP dapat diselesaikan menggunakan metode simpleks dengan terlebih dahulu mengubahnya ke dalam bentuk linear, yang dapat dilakukan dengan menggunakan beberapa metode, seperti *complementary method* dan *development of the complementary method*. Menurut Jaber et al. [4], penyelesaian masalah LFP dengan menggunakan *development of the complementary method* memberikan solusi optimal dengan banyaknya iterasi yang lebih sedikit dibandingkan dengan *complementary method*.

Selain oleh Jaber et al. [4], masalah pemrograman pecahan linear ini telah dibahas beberapa kali, seperti oleh Hasan dan Acharjee [5] yang menyelesaikan masalah LFP dengan menggunakan metode Hasan-Acharjee, Pandian dan Jayalakshmi [6] yang menggunakan *denominator objective restriction method*, serta Borza et al. [7] yang menggunakan transformasi Charnes-Cooper.

Berdasarkan hal-hal yang telah disebutkan sebelumnya, pada skripsi ini akan dicari solusi optimal dari masalah pemrograman pecahan linear dengan koefisien fungsi objektif berupa bilangan kabur (FLFP) menggunakan *development of the complementary method* [8] beserta dengan contoh penerapannya pada sektor industri. Selain itu, untuk meningkatkan efisiensi dan ketepatan penghitungan dibuat suatu program Python yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah FLFP.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disebutkan, berikut rumusan masalah dari skripsi ini.

1. Bagaimana penerapan metode simpleks dalam mencari solusi optimal untuk masalah pemrograman pecahan linear?
2. Bagaimana cara untuk menyelesaikan masalah pemrograman pecahan linear dengan koefisien berupa bilangan kabur?
3. Bagaimana membuat program dengan bahasa pemrograman Python untuk menyelesaikan masalah FLFP menggunakan *development of the complementary method*?

1.3 Tujuan

Adapun skripsi ini memiliki tujuan:

1. mencari solusi optimal dari masalah pemrograman pecahan linear dengan menggunakan metode simpleks,
2. menyelesaikan masalah pemrograman pecahan linear dengan koefisien berupa bilangan kabur,
3. membuat program untuk menyelesaikan masalah FLFP dengan *development of the complementary method* menggunakan bahasa pemrograman Python.

1.4 *State of the Art*

Masalah optimasi merupakan salah satu masalah yang umum dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Terdapat beragam bentuk dari masalah optimasi, seperti pemrograman linear (LP), pemrograman linear kabur (FLP), dan pemrograman pecahan linear (LFP). Masalah LP merupakan salah satu masalah optimasi yang paling sederhana, di mana setiap koefisien pada fungsi objektif dan persamaan kendala dalam masalah ini merupakan bilangan riil. Solusi optimal dari masalah LP dapat diperoleh dengan menggunakan metode simpleks yang dikembangkan oleh Dantzig [1]. Sementara itu, masalah FLP merupakan masalah pemrograman linear yang menggunakan bilangan kabur

sebagai koefisien-koefisien pada fungsi objektif dan kendalanya. Masalah FLP telah dibahas beberapa kali, seperti oleh Maleki et al. [2] dan Wu [3]. Dalam makalahnya, Maleki et al. mengubah bilangan-bilangan kabur pada masalah FLP menjadi bilangan-bilangan riil dengan menggunakan fungsi peringkat (*ranking function*), sedangkan Wu menggunakan α -levels untuk mencari solusi optimal dari masalah FLP.

Masalah LFP dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi yang berkaitan dengan rasio atau perbandingan antara dua fungsi berbeda. Hasan dan Acharjee [5], Pandian dan Jayalakshmi [6], serta Borza et al. [7] secara berturut-turut menggunakan metode Hasan-Acharjee, *denominator objective restriction*, dan transformasi Charnes-Cooper dalam mencari solusi optimal dari masalah LFP. Selain itu, pada tahun 2021, Jaber et al. [4] membandingkan dua metode untuk menyelesaikan masalah LFP, yaitu *complementary method* dan *development of the complementary method*. Dalam makalah miliknya, dinyatakan bahwa *development of the complementary method* memberikan solusi optimal dengan banyaknya iterasi yang lebih sedikit dibandingkan dengan *complementary method*.

Berdasarkan referensi utama [8], pada skripsi ini dibahas masalah pemrograman pecahan linear dengan koefisien-koefisien berupa bilangan-bilangan kabur trapesium pada fungsi objektif, yang selanjutnya disebut FLFP. Adapun metode yang digunakan dalam mencari solusi optimal dari masalah FLFP ini adalah *development of the complementary method*. Berbeda dari referensi utama yang menggunakan fungsi peringkat Maleki et al. [2], dalam skripsi ini digunakan fungsi peringkat Roubens [9] untuk menyelesaikan masalah FLP. Sebagai pengembangan dari referensi utama, pada skripsi ini dibuat suatu program dengan bahasa pemrograman Python untuk membantu dalam meningkatkan efisiensi serta ketepatan penghitungan dalam menyelesaikan masalah FLFP. Program yang dibuat ini pun didasari oleh algoritma *development of the complementary method*.

1.5 Sistematika Pembahasan

Pembahasan pada skripsi ini terdiri dari lima bab berikut.

Bab 1: Pendahuluan

Bab pertama pada skripsi ini berisi latar belakang masalah yang akan dibahas, rumusan masalah, tujuan, *state of the art*, dan sistematika pembahasan.

Bab 2: Landasan Teori

Dalam bab ini terdapat materi-materi yang menjadi landasan teori untuk pembahasan pada Bab 3 dan Bab 4, yaitu pemrograman linear beserta metode simpleks, bilangan kabur trapesium, dan fungsi peringkat.

Bab 3: Pemrograman Pecahan Linear dengan Koefisien Fungsi Objektif berupa Bilangan kabur

Pembahasan pada bab ini difokuskan pada pemrograman linear kabur (FLP), pemrograman pecahan linear (LFP), dan pemrograman pecahan linear kabur (FLFP), yang disertai dengan contoh numerik dan penyelesaiannya. Selain itu, pada bab ini juga dibahas *development of the complementary method* yang digunakan untuk menyelesaikan masalah pemrograman pecahan linear.

Bab 4: Penerapan Pemrograman Pecahan Linear kabur

Pada bab ini diberikan contoh penerapan pemrograman pecahan linear kabur dalam kehidupan sehari-hari beserta penyelesaiannya. Selain itu, bab ini juga berisi penjelasan mengenai program yang telah dibuat untuk membantu dalam menyelesaikan masalah FLFP.

Bab 5: Kesimpulan dan Saran

Bab terakhir pada skripsi ini berisi kesimpulan dari bab sebelumnya serta pengembangan selanjutnya dari skripsi ini.

