

SKRIPSI

**MODEL PERSEDIAAN PROBABILISTIK *MULTI-ITEM*
DENGAN MEMPERTIMBANGKAN DISKON,
KEDALUWARSA, DAN KENDALA KAPASITAS GUDANG
DAN MODAL**



CLARESTA TIRTA SAPUTERA GUNAWAN

NPM: 6161901025

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2023**

FINAL PROJECT

**A MULTI-ITEM PROBABILISTIC INVENTORY MODEL BY
CONSIDERING DISCOUNT, EXPIRATION, WAREHOUSE
CAPACITY AND CAPITAL CONSTRAINTS**



CLARESTA TIRTA SAPUTERA GUNAWAN

NPM: 6161901025

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2023**

LEMBAR PENGESAHAN

MODEL PERSEDIAAN PROBABILISTIK *MULTI-ITEM* DENGAN MEMPERTIMBANGKAN DISKON, KEDALUWARSA, DAN KENDALA KAPASITAS GUDANG DAN MODAL

Claresta Tirta Saputera Gunawan

NPM: 6161901025

Bandung, 27 Juli 2023

Menyetujui,

Pembimbing 1



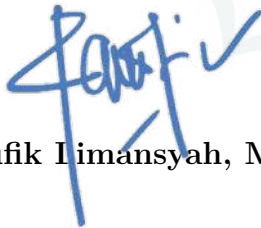
Prof. Dr. Dharma Lesmono

Pembimbing 2



Dr. Daniel Salim

Ketua Penguji



Taufik Limansyah, M.T.

Anggota Penguji



Farah Kristiani, Ph.D.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

MODEL PERSEDIAAN PROBABILISTIK *MULTI-ITEM* DENGAN MEMPERTIMBANGKAN DISKON, KEDALUWARSA, DAN KENDALA KAPASITAS GUDANG DAN MODAL

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
27 Juli 2023



Claresta Tirta Saputera Gumawan
NPM: 6161901025

ABSTRAK

Pada umumnya, perusahaan memiliki persediaan yang disimpan di gudang untuk digunakan ataupun dijual di masa depan. Dalam upaya mengoptimalkan persediaan, perusahaan memerlukan suatu model yang dapat menentukan jumlah pemesanan yang tepat dan waktu pemesanan ulang yang optimal agar dapat meminimumkan total biaya persediaan. Ada beberapa faktor yang harus diperhatikan dalam mengelola persediaan, yaitu perusahaan harus mempertimbangkan masa simpan suatu barang, memperhitungkan kapasitas gudang, dan modal agar tidak melebihi kapasitas yang ditetapkan. Di sisi lain, *supplier* dapat memberikan diskon dan perusahaan cenderung akan memanfaatkan diskon ini meskipun perusahaan harus memperhitungkan kapasitas gudang dan modal yang tersedia. Pada skripsi ini, dikonstruksi model persediaan probabilistik *multi-item* berdistribusi normal mempertimbangkan faktor diskon, kedaluwarsa, keterbatasan kapasitas gudang, dan modal. Terkait pengelolaan *multi-item*, pada skripsi ini akan meninjau tiga item dan meninjau tiga kebijakan, yaitu *individual order*, *joint order*, dan kebijakan gabungan antara *individual* dan *joint order*. Untuk mengatasi masalah kendala gudang dan modal, digunakan kondisi Kuhn-Tucker, sehingga menghasilkan beberapa kemungkinan waktu pemesanan yang optimal. Lalu, hasil tersebut dibandingkan dan dicari pilihan terbaik agar total biaya persediaan menjadi minimum.

Kata-kata kunci: model persediaan; *multi-item*; diskon; kapasitas gudang; modal; kondisi Kuhn-Tucker.

ABSTRACT

In general, companies have inventory stored in warehouses to be used or sold in the future. In an effort to optimize inventory, companies require a model that can determine the appropriate order quantity and optimal reorder timing to minimize total inventory costs. There are several factors that need to be considered in inventory management, such as considering the shelf life of a product, taking into account warehouse capacity, and capital to avoid exceeding the set capacity. On the other hand, suppliers may offer discounts, and companies tend to take advantage of these discounts, although they have to consider available warehouse capacity and capital. In this thesis, a probabilistic multi-item inventory model is constructed, considering factors such as discounts, expiration, warehouse capacity limitations, and capital. Regarding multi-item management, this thesis will review three items and examine three policies: individual order, joint order, and a combined policy of individual and joint order. To address the constraints of warehouse capacity and capital, Kuhn-Tucker conditions are used, resulting in several possible optimal reorder times. Then, these results are compared and the best option is determined to minimize total inventory costs.

Keywords: inventory models; *multi-item*; discount; warehouse capacity; capital; Kuhn-Tucker condition.

“This is really random but the word happiness is too vague so I hope you guys feel that it’s worth living everyday” - Kim Hanbin



KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa karena atas berkat dan rahmat-Nya, penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini dengan baik. Skripsi yang berjudul “Model Persediaan Probabilistik *Multi-Item* dengan Mempertimbangkan Diskon, Kedaluwarsa, dan Kendala Kapasitas Gudang dan Modal” disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Pada kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan rasa syukur kepada pihak-pihak yang telah membantu dan mendukung penulis selama masa perkuliahan sampai menyelesaikan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

- Orang tua dan ketiga kaka penulis yang selalu memberikan doa dan dukungan penuh kepada penulis agar dapat menyelesaikan skripsi ini tepat waktu.
- Bapak Prof. Dr. J. Dharma Lesmono dan Bapak Dr. Daniel Salim selaku dosen pembimbing yang telah memberikan waktu, ilmu, arahan, dan pengetahuan, serta mendampingi dan membimbing penulis dengan penuh kesabaran, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
- Bapak Taufik Limansyah, M.T. dan Ibu Farah Kristiani, Ph.D selaku dosen penguji yang memberikan arahan, saran, dan komentar agar skripsi ini menjadi lebih baik.
- Seluruh dosen dan staf FTIS UNPAR yang memberikan ilmu, pelajaran, dan bantuan selama perkuliahan.
- Lisa, Tiara, Tania, Monika, Nadya, Vanessa, dan Antonius sebagai teman-teman dekat yang telah mendengarkan, memberikan hiburan, dukungan, semangat, dan saran dalam proses penyusunan skripsi ini.
- Joice, Aspira, Cindy, Audi, Sastri, Nathan, Syawqi, Felix, dan teman-teman lainnya yang telah memberikan dukungan dan membantu dalam proses penyusunan skripsi ini.
- Seluruh teman-teman angkatan 2019 yang telah bersama-sama menempuh dan berjuang dalam perkuliahan.
- Pihak-pihak lain yang turut memberi dukungan, bantuan, dan menjadi bagian dalam proses penyelesaian skripsi.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini jauh dari kata sempurna dan memiliki banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis menerima segala kritikan dan saran yang membangun, sehingga skripsi ini dapat menjadi lebih baik. Akhir kata, penulis berharap agar skripsi ini dapat bermanfaat bagi para pembaca.

Bandung, 27 Juli 2023

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 <i>State of the Art</i>	3
1.5 Batasan Masalah	3
1.6 Sistematika Pembahasan	3
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Model Persediaan EOQ (<i>Economic Order Quantity</i>)	5
2.1.1 Formulasi Matematika Untuk Model Persediaan EOQ	6
2.2 Model Persediaan Probabilistik EOQ	8
2.2.1 Algoritma Pencarian Jumlah Pemesanan Barang dan <i>Reorder Point</i> yang Optimal	11
2.3 Sistem Persediaan Periodik (<i>Fixed Order Interval System</i>)	11
2.4 Cadangan Pengaman (<i>safety stock</i>)	12
2.5 <i>Quantity Discount</i>	13
2.5.1 <i>All-unit Discount</i>	13
2.5.2 <i>Incremental Discount</i>	14
2.6 Kondisi Kuhn-Tucker	14
3 KONSTRUKSI MODEL	16
3.1 Model 1	16
3.1.1 Notasi dan Asumsi	16
3.1.2 Formulasi Model	18
3.1.3 Algoritma Penyelesaian Model 1	25
3.2 Model 2	26
3.2.1 Notasi dan Asumsi	26
3.2.2 Formulasi Model	26
4 SIMULASI NUMERIK	28
4.1 Simulasi Numerik Model 1	29
4.1.1 Simulasi Numerik untuk Kebijakan <i>Joint order</i>	29
4.1.2 Simulasi Numerik untuk Kebijakan <i>Individual Order</i>	30

4.1.3	Simulasi Numerik untuk Gabungan Kebijakan <i>Individual Order</i> dan <i>Joint Order</i>	31
4.2	Simulasi Numerik Model 2	36
4.2.1	Simulasi Numerik untuk Kebijakan <i>Joint order</i>	36
4.2.2	Simulasi Numerik untuk Kebijakan <i>Individual Order</i>	37
4.2.3	Simulasi Numerik untuk Gabungan Kebijakan <i>Individual</i> dan <i>Joint Order</i>	39
4.3	Analisis Sensitivitas	42
4.3.1	Analisis Sensitivitas untuk Kebijakan <i>Joint Order</i>	42
4.3.2	Pengaruh Perubahan Biaya Pemesanan untuk Kebijakan Pemesanan Barang	43
5	KESIMPULAN DAN SARAN	45
5.1	Kesimpulan	45
5.2	Saran	45
	DAFTAR REFERENSI	47



DAFTAR GAMBAR

2.1	Model Persediaan EOQ	5
2.2	Model Persediaan Probabilistik EOQ	8
2.3	Representasi Cadangan Pengaman (ss) Distribusi Normal [1]	12
3.1	Ilustrasi Persediaan dalam Satu Siklus [2]	18



DAFTAR TABEL

4.1	Nilai-nilai Parameter	28
4.2	Biaya Pemesanan untuk Setiap Kebijakan	29
4.3	Jumlah <i>Safety Stock</i> untuk Masing-masing Barang	29
4.4	Hasil Numerik Kebijakan <i>Joint Order</i>	29
4.5	Hasil Numerik Kebijakan <i>Individual Order</i>	30
4.6	Solusi untuk Kebijakan <i>Individual Order</i>	31
4.7	Hasil Numerik Kebijakan Alternatif Pertama	32
4.8	Solusi untuk Kebijakan Alternatif Pertama	33
4.9	Hasil Numerik untuk Kebijakan Alternatif Kedua	33
4.10	Solusi untuk Kebijakan Alternatif Kedua	34
4.11	Hasil Numerik untuk Kebijakan Alternatif Ketiga	35
4.12	Solusi untuk Kebijakan Alternatif Ketiga	36
4.13	Nilai $A_{1,m}$ untuk Barang Pertama	36
4.14	Nilai $A_{2,m}$ untuk Barang Kedua	36
4.15	Nilai $A_{3,m}$ untuk Barang Ketiga	36
4.16	Hasil Numerik untuk Kebijakan <i>Joint Order</i>	37
4.17	Hasil Numerik untuk Barang Pertama	37
4.18	Hasil Numerik untuk Barang Kedua	38
4.19	Hasil Numerik untuk Barang Ketiga	39
4.20	Hasil Numerik Kebijakan Alternatif Pertama	40
4.21	Hasil Numerik untuk Kebijakan Alternatif Kedua	40
4.22	Hasil Numerik untuk Kebijakan Alternatif Ketiga	41
4.23	Pengaruh Perubahan Parameter untuk Kebijakan <i>Joint Order</i>	42
4.24	Pengaruh Perubahan Biaya Pemesanan untuk Kebijakan Pemesanan Barang terhadap Total Biaya Persediaan	44

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada umumnya, perusahaan memiliki persediaan yang disimpan di gudang untuk memenuhi kebutuhan masa depan. Persediaan merupakan aset, tetapi juga beban karena pengadaan persediaan yang terlalu banyak akan menyebabkan perusahaan mengeluarkan biaya lebih besar untuk menyimpan bahan baku tersebut. Biaya-biaya yang dimaksud seperti biaya perawatan, biaya sewa, atau biaya asuransi. Namun sebaliknya, pengadaan persediaan yang sedikit akan menyebabkan biaya pemesanan meningkat, sehingga terdapat kemungkinan proses produksi berhenti karena kekurangan bahan baku yang dapat menyebabkan kehilangan pendapatan yang seharusnya didapat. Selain itu, terdapat kemungkinan hilangnya kepercayaan konsumen dan konsumen pindah ke produk yang identik atau perusahaan lain [3].

Dalam suatu perusahaan, terdapat beberapa faktor yang perlu diperhatikan dalam mengelola persediaan. Faktor pertama, barang yang dijual memiliki umur simpan yang terbatas (terdapat masa kedaluwarsa). Faktor kedua, terdapat keterbatasan kapasitas, baik kapasitas gudang maupun modal. Kedua faktor tersebut secara signifikan memengaruhi sistem persediaan, terutama dalam menentukan jumlah pemesanan dan waktu pemesanan ulang yang optimal agar dapat meminimumkan biaya total persediaan dalam periode waktu tertentu.

Selain kedua faktor yang telah disebutkan, terdapat pemberian diskon oleh pemasok (*supplier*) apabila pemesanan barang melebihi suatu kuantitas tertentu. Hal ini membuat perusahaan berpikir bahwa dengan membeli barang dengan jumlah yang lebih besar akan membuat diskon yang diberikan lebih besar lagi dan dapat mengurangi biaya pengiriman. Namun, perlu diperhatikan bahwa barang yang dipesan memiliki faktor kedaluwarsa dan terdapat keterbatasan dari kapasitas gudang dan modal untuk pengadaan barang tersebut. Jika waktu kedaluwarsa barang berbeda-beda dan kapasitas gudang dan modal terbatas, maka perusahaan tersebut tidak dapat memanfaatkan diskon yang ditawarkan oleh *supplier* secara optimal. Oleh karena itu, diperlukan suatu pengaturan dalam menentukan jumlah pemesanan yang memperhatikan waktu kedaluwarsa dan kapasitas gudang yang tersedia. Dengan memperhatikan faktor-faktor tersebut, model persediaan probabilistik berdistribusi normal dapat digunakan untuk mengestimasi persediaan yang optimal dalam suatu perusahaan. Distribusi normal digunakan karena cocok untuk mewakili sejumlah besar variabel acak, di mana variabel acak tersebut relatif mudah diubah menjadi variabel terdistribusi normal [4]. Selain itu, berdasarkan [5], distribusi normal dipilih karena distribusi ini dapat mencerminkan dengan baik kemungkinan terjadinya kekurangan persediaan sehubungan dengan tingkat persediaan.

Pada 2012, Limansyah [6] telah mengembangkan suatu model persediaan deterministik dengan

faktor kedaluwarsa dan *all-unit discount*. Pada tahun yang sama, Lesmono dan Limansyah [7] telah mengembangkan suatu model probabilistik satu jenis barang dengan faktor *all-unit discount*. Kemudian di 2018, Koswara dan Lesmono [3] telah mengembangkan model persediaan probabilistik *multi item* dengan *all-unit discount* dan kendala kapasitas gudang. Lalu tiga tahun setelahnya, Silitonga, Kristiana, dan Parley [2] telah mengembangkan persediaan probabilistik *multi item* dengan faktor *all-unit discount*, kedaluwarsa, dan kapasitas gudang.

Pada kenyataannya, perusahaan mengelola lebih dari satu barang yang memiliki waktu kedaluwarsa yang berbeda-beda serta menghadapi kendala kapasitas gudang dan modal yang terbatas. Situasi ini sering terjadi dalam industri seperti ritel makanan dan minuman, farmasi, atau produk kosmetik, dan lain-lain. Oleh karena itu, pada skripsi ini barang yang dijual perusahaan tidak disebutkan secara spesifik. Di lain pihak, *supplier* akan memberikan diskon dalam bentuk *all-unit discount* ataupun *incremental discount* untuk pembelian barang dengan jumlah yang lebih besar. Dari kondisi kedua pihak tersebut, maka dalam skripsi ini, dikembangkan suatu model persediaan probabilistik *multi-item* dengan mempertimbangkan faktor diskon, kedaluwarsa, kendala kapasitas gudang, dan modal. Kemudian, ditambahkan kajian mengenai kebijakan pemesanan untuk ketiga jenis barang, yaitu kebijakan *individual order*, *joint order*, dan gabungan antara kebijakan *individual* dan *joint order*. Tujuan dari pengembangan model ini adalah untuk menentukan waktu pemesanan ulang yang optimal dan jumlah barang yang meminimumkan biaya total persediaan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, masalah-masalah dalam skripsi ini dapat dirumuskan menjadi

1. Bagaimana mengonstruksi model matematis untuk persediaan probabilistik dengan melibatkan faktor diskon, kedaluwarsa, keterbatasan kapasitas gudang, dan modal dengan permintaan barang mengikuti distribusi normal?
2. Bagaimana menentukan waktu dan jumlah pemesanan barang yang optimal dari model persediaan probabilistik dengan melibatkan faktor diskon, kedaluwarsa, keterbatasan kapasitas gudang, dan modal dengan permintaan barang mengikuti distribusi normal agar total biaya persediaan minimum ?
3. Bagaimana cara menentukan kebijakan pemesanan barang agar menghasilkan total biaya persediaan yang minimum?
4. Bagaimana pengaruh dari perubahan nilai parameter terhadap waktu pemesanan barang, kuantitas pemesanan, dan total biaya persediaan?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah

1. menghasilkan model matematis untuk persediaan probabilistik dengan melibatkan faktor kedaluwarsa, faktor diskon, keterbatasan kapasitas gudang, dan modal dengan permintaan barang mengikuti distribusi normal;

2. menentukan waktu dan jumlah pemesanan yang optimal dari model persediaan probabilistik barang dengan melibatkan faktor diskon, keterbatasan kapasitas gudang, dan modal dengan permintaan barang mengikuti distribusi normal agar total biaya persediaan minimum;
3. menentukan kebijakan pemesanan barang agar menghasilkan total biaya persediaan yang minimum;
4. melakukan analisis sensitivitas untuk menganalisis pengaruh dari perubahan nilai parameter terhadap waktu pemesanan barang, kuantitas pemesanan, dan total biaya persediaan.

1.4 *State of the Art*

Pada [2], telah dikonstruksi mengenai model persediaan probabilistik *multi-item* yang mempertimbangkan faktor kedaluwarsa, *all-unit discount*, dan kapasitas gudang dengan menggunakan kebijakan *joint order*. Dalam kenyataannya, terdapat skema diskon selain *all-unit discount*, yaitu *incremental discount* dan kendala lain yang dapat mempengaruhi kuantitas pemesanan, yaitu keterbatasan modal. Selain itu, terdapat juga kebijakan pemesanan barang yang dapat digunakan selain *joint order*, yaitu kebijakan *individual order* dan kebijakan gabungan antar *individual* dan *joint order*. Oleh karena itu, pada skripsi ini akan dikonstruksi model yang mempertimbangkan *all-unit* dan *incremental discount*, kedaluwarsa, dan kendala kapasitas gudang dan modal. Selain itu, akan dilakukan analisis sensitivitas terhadap pengaruh perubahan parameter terhadap waktu pemesanan ulang dan total biaya persediaan.

1.5 Batasan Masalah

Untuk mempersempit ruang lingkup pembahasan, maka terdapat batasan masalah dalam skripsi ini. Masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah model persediaan probabilistik dengan permintaan mengikuti distribusi normal.

1.6 Sistematika Pembahasan

Sistematika pembahasan pada skripsi ini terdiri dari lima bab, yaitu:

Bab 1: Pendahuluan

Bab ini berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan masalah, *state of the art*, batasan masalah, dan sistematika pembahasan.

Bab 2: Landasan Teori

Bab ini membahas mengenai teori-teori dasar yang akan digunakan sebagai pendukung dalam mengerjakan skripsi ini yaitu, model persediaan EOQ, EOI, model persediaan probabilistik EOQ, *quantity discount*, cadangan pengaman, kondisi Kuhn-Tucker.

Bab 3: Konstruksi Model

Bab ini membahas mengenai model matematis untuk model probabilistik *multi-item* dengan mempertimbangkan faktor diskon, kedaluwarsa, keterbatasan kapasitas gudang, dan modal. Model pertama yang diperoleh adalah model matematis dengan faktor *all-unit discount*. Model kedua yang diperoleh adalah model matematis dengan faktor *incremental discount*.

Bab 4: Simulasi Numerik

Bab ini membahas simulasi numerik model dengan faktor diskon dengan kebijakan pemesanan *individual order*, *joint order*, dan gabungan *individual* dan *joint order*. Pada bab ini juga membahas analisis pengaruh perubahan suatu parameter terhadap waktu pemesanan ulang dan total biaya persediaan.

Bab 5: Kesimpulan dan Saran

Bab ini membahas kesimpulan yang diperoleh dari apa yang sudah dibahas pada bab-bab sebelumnya dan membahas saran pengembangan selanjutnya.

