

SKRIPSI

PEMROGRAMAN PECAHAN LINEAR BERKOEFSIEN
INTERVAL DENGAN METODE TRANSFORMASI CHARNES
COOPER DAN METODE *DEVELOPMENT OF
COMPLEMENTARY*



THESALONIKA SANTO

NPM: 6161901018

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2023

FINAL PROJECT

**INTERVAL COEFFICIENT LINEAR FRACTIONAL
PROGRAMMING WITH CHARNES COOPER
TRANSFORMATION METHOD AND DEVELOPMENT OF
COMPLEMENTARY METHOD**



THESALONIKA SANTO

NPM: 6161901018

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2023**

LEMBAR PENGESAHAN

PEMROGRAMAN PECAHAN LINEAR BERKOEFSISIEN INTERVAL DENGAN METODE TRANSFORMASI CHARNES COOPER DAN METODE *DEVELOPMENT OF COMPLEMENTARY*

Thesalonika Santo

NPM: 6161901018

Bandung, 31 Juli 2023

Menyetujui,

Pembimbing 1



Iwan Sugiarto, M.Si.

Pembimbing 2



Taufik Limansyah, M.T.

Ketua Penguji



Prof. Dr. Dharma Lesmono

Anggota Penguji



Farah Kristiani, Ph.D.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

**PEMROGRAMAN PECAHAN LINEAR BERKOEFSIEN INTERVAL
DENGAN METODE TRANSFORMASI CHARNES COOPER DAN
METODE *DEVELOPMENT OF COMPLEMENTARY***

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
31 Juli 2023



Thesalonika Santo
NPM: 6161901018

ABSTRAK

Pemrograman linear merupakan suatu model matematika yang telah umum dikenal untuk mencari solusi optimal terhadap suatu permasalahan dengan adanya fungsi tujuan dan kendala tertentu. Namun, dalam kehidupan sehari-hari, dalam menyelesaikan suatu masalah dijumpai bahwa bukan hanya pemrograman linear, melainkan terdapat model pemrograman pecahan linear yang mengoptimalkan rasio dari dua buah fungsi tujuan. Seringkali juga dijumpai bahwa koefisien pada model tidak konstan, tetapi dalam bentuk interval yang dikenal dengan pemrograman pecahan linear berkoefisien interval. Dalam skripsi ini akan dibahas mengenai pemecahan masalah pemrograman linear berkoefisien interval dan pemrograman pecahan linear berkoefisien interval dengan menggunakan metode transformasi Charnes Cooper dan metode *Development of Complementary*. Metode transformasi Charnes Cooper dan metode *Development of Complementary* mengubah bentuk pemrograman pecahan linear ke dalam bentuk model pemrograman linear, sehingga dapat diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks dan metode *Big-M*. Dalam penyelesaian menggunakan transformasi Charnes Cooper dilakukan dengan mengasumsikan adanya penambahan variabel buatan baru dan kendala, sedangkan variabel dan kendala pada metode *Development of Complementary* tetap, kemudian penyelesaian dilakukan dengan melakukan operasi pengurangan antara pembilang dengan penyebut fungsi tujuannya. Karena koefisien pada model dalam bentuk interval, maka solusi yang diperoleh juga dalam bentuk interval. Pemrograman pecahan linear berkoefisien interval memiliki dua solusi optimum, yaitu *worst optimum* atau solusi terburuk dan *best optimum* atau solusi terbaik. Dalam menyelesaikan kasus yang sama, baik metode transformasi Charnes Cooper, maupun metode *Development of Complementary* menghasilkan solusi yang sama.

Kata-kata kunci: Pemrograman Pecahan Linear Berkoefisien Interval; Metode Transformasi Charnes Cooper; Metode *Development of Complementary*; *Best Optimum*, *Worst Optimum*.

ABSTRACT

Linear programming is a well-known mathematical model for finding the optimal solution to a problem with an objective function and certain constraints. However, in real life, in solving a problem it is found that not only is linear programming, but there is a linear fraction programming model that optimizes the ratio of the two objective functions. Often it is also found that the model coefficients are not constant, but in the form of intervals known as programming linear fractions with interval coefficients. This thesis will discuss solving linear programming problems with interval coefficients and programming linear fractions with interval coefficients using the Charnes Cooper transformation method and the Development of Complementary method. The Charnes Cooper transformation method and the Development of Complementary method change the form of linear fraction programming into the form of a linear programming model, so that it can be solved using the simplex method and the Big-M method. The solution using the Charnes Cooper transformation is carried out by assuming the addition of new artificial variables and constraints, while the variables and constraints in the Development of Complementary method are fixed, then the solution is carried out by performing a subtraction operation between the numerator and the denominator of the objective function. Because the efficiency of the model is in the form of intervals, the solutions obtained are also in the form of intervals. Programming linear fractions with interval coefficients has two optimum solutions, namely the worst optimum or the worst solution and the best optimum or the best solution. In solving the same case, both the Charnes Cooper transformation method and the Development of Complementary method produce the same solution.

Keywords: Interval Coefficient Linear Fractional Programming; Charnes Cooper Transformation Method; Development of Complementary Method; Best Optimum; Worst Optimum.

“It always seems impossible until it’s done.” – Nelson Mandela



KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena berkat-Nya penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi dengan judul “Pemrograman Pecahan Linear Berkoefisien Interval dengan Metode Transformasi Charnes Cooper dan Metode *Development of Complementary*” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana (S1) Program Studi Matematika Universitas Katolik Parahyangan, Bandung.

Penulis sadar bahwa baik dalam proses penulisan skripsi, maupun dalam masa perkuliahan, penulis tidak dapat menyelesaikannya tanpa adanya dukungan, bantuan, dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih dengan tulus kepada:

- Orang tua dan adik penulis yang selalu ada untuk memberikan doa, mendampingi, dan memberi dukungan moral kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan studi dengan baik dan tepat waktu. Terima kasih untuk segalanya, kalian adalah alasan penulis untuk selalu berusaha.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. dan Bapak Taufik Limansyah, M.T. selaku dosen pembimbing yang senantiasa membimbing, mengarahkan, serta memberikan ilmu dan saran terbaik dalam proses pengerjaan dan penyelesaian skripsi ini.
- Bapak Prof. Dr. Dharma Lesmono dan Ibu Farah Kristiani, Ph.D. selaku dosen penguji yang memberikan arahan, saran, dan komentar agar skripsi ini menjadi lebih baik.
- Bapak/Ibu dosen Program Studi Matematika dan staf FTIS, yang memberikan ilmu, pelajaran, dan bantuan selama perkuliahan.
- Wira Kumala selaku teman perjalanan yang selalu mendengarkan, menjadi tempat bercerita, memberi semangat, menghibur, mendampingi, dan menenangkan penulis. Terima kasih karena selalu hadir.
- Indiana Jasmine sebagai sahabat baik yang berbeda kos, tetapi seperti teman satu kos. Terima kasih sudah mendengarkan, menyemangati, membagikan hal lucu, dan memberikan saran, baik saat perkuliahan, maupun dalam proses penyusunan skripsi.
- Vanessa Alexandra sebagai sahabat baik sejak SMP, SMA, hingga kini, yang senantiasa menjadi teman berbagi cerita, menyemangati, menghibur, dan memberikan saran sejak dahulu hingga proses penyusunan skripsi.
- Teman-teman The Kardus yang merupakan teman dekat, teman belajar, dan teman mengeksplorasi kota Bandung, yang selalu ada dari awal perkuliahan. Terima kasih atas kenangan dan kebersamaannya.
- Teman-teman matematika angkatan 2019 dan kakak-kakak angkatan 2018 dan 2017, terima kasih untuk pengalaman dan kebersamaan selama kuliah.
- Pihak-pihak lain yang turut memberi dukungan, bantuan, dan menjadi bagian dalam proses penyelesaian skripsi.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini jauh dari kata sempurna dan memiliki banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis menerima segala kritikan dan saran yang membangun, sehingga skripsi ini dapat menjadi lebih baik. Akhir kata, penulis berharap agar skripsi ini dapat bermanfaat bagi para pembaca.

Bandung, 31 Juli 2023

Penulis



DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 <i>State of the Art</i>	2
1.5 Sistematika Pembahasan	3
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Pemrograman Linear	5
2.2 Metode Simpleks	6
2.3 Metode <i>Big-M</i>	9
2.4 Pemrograman Linear dengan Koefisien Interval	12
2.5 Pemrograman Pecahan Linear	15
2.6 Transformasi Charnes Cooper	15
2.7 Metode <i>Development of Complementary</i>	19
3 SOLUSI OPTIMAL UNTUK PEMROGRAMAN PECAHAN LINEAR DENGAN KOEFISIEN INTERVAL	23
3.1 Pendahuluan	23
3.2 Pemrograman Pecahan Linear dengan Koefisien Interval	23
3.3 Algoritma Metode Transformasi Charnes Cooper pada Pemrograman Pecahan Linear dengan Koefisien Interval	24
3.4 Pengaplikasian Transformasi Charnes Cooper pada Pemrograman Pecahan Linear dengan Koefisien Interval	24
3.5 Algoritma Metode <i>Development of Complementary</i> pada Pemrograman Pecahan Linear dengan Koefisien Interval	32
3.6 Pengaplikasian Metode <i>Development of Complementary</i> pada Pemrograman Pecahan Linear dengan Koefisien Interval	32
4 APLIKASI OPTIMISASI MASALAH PEMROGRAMAN PECAHAN LINEAR DENGAN KOEFISIEN INTERVAL PADA MODEL PERSEDIAAN	38
4.1 Pendahuluan	38
4.2 Model Persediaan	38
4.2.1 Notasi	39
4.3 Contoh Kasus	40

4.3.1	Transformasi Charnes Cooper	41
4.3.2	Metode <i>Development of Complementary</i>	44
5	KESIMPULAN DAN SARAN	49
5.1	Kesimpulan	49
5.2	Saran	49
	DAFTAR REFERENSI	50



DAFTAR GAMBAR

4.1	<i>Output</i> LINGO untuk <i>worst optimum</i> metode transformasi Charnes Cooper	42
4.2	<i>Output</i> LINGO untuk <i>best optimum</i> metode transformasi Charnes Cooper	44
4.3	<i>Output</i> LINGO untuk <i>worst optimum</i> metode <i>Development of Compelementary</i> . .	46
4.4	<i>Output</i> LINGO untuk <i>best optimum</i> metode <i>Development of Compelementary</i> . . .	48



DAFTAR TABEL

2.1	Tabel awal contoh metode simpleks	7
2.2	Iterasi pertama contoh metode simpleks	8
2.3	Iterasi kedua contoh metode simpleks	8
2.4	Iterasi ketiga contoh metode Simpleks	8
2.5	Iterasi keempat contoh metode Simpleks	9
2.6	Tabel awal contoh metode <i>Big-M</i>	10
2.7	Iterasi pertama contoh metode <i>Big-M</i>	11
2.8	Iterasi kedua contoh metode <i>Big-M</i>	11
2.9	Iterasi ketiga contoh metode <i>Big-M</i>	11
2.10	Iterasi keempat contoh metode <i>Big-M</i>	11
2.11	Tabel awal contoh metode transformasi Charnes Cooper	17
2.12	Tabel iterasi pertama contoh metode transformasi Charnes Cooper	18
2.13	Tabel iterasi kedua contoh metode transformasi Charnes Cooper	18
2.14	Tabel iterasi ketiga contoh metode transformasi Charnes Cooper	18
2.15	Tabel iterasi keempat contoh metode transformasi Charnes Cooper	19
2.16	Tabel iterasi kelima contoh metode transformasi Charnes Cooper	19
2.17	Tabel awal contoh metode <i>Development of Complementary</i>	21
2.18	Iterasi pertama contoh metode <i>Development of Complementary</i>	21
2.19	Iterasi kedua contoh metode <i>Development of Complementary</i>	22
3.1	Tabel awal <i>worst optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan transformasi Charnes Cooper	28
3.2	Iterasi pertama <i>worst optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan transformasi Charnes Cooper	28
3.3	Iterasi kedua <i>worst optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan transformasi Charnes Cooper	28
3.4	Iterasi ketiga <i>worst optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan transformasi Charnes Cooper	29
3.5	Iterasi keempat <i>worst optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan transformasi Charnes Cooper	29
3.6	Tabel awal <i>best optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan transformasi Charnes Cooper	30
3.7	Iterasi pertama <i>best optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan transformasi Charnes Cooper	30
3.8	Iterasi kedua <i>best optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan transformasi Charnes Cooper	31
3.9	Iterasi ketiga <i>best optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan transformasi Charnes Cooper	31
3.10	Iterasi keempat <i>best optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan transformasi Charnes Cooper	31
3.11	Tabel Awal <i>worst optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan metode <i>Development of Complementary</i>	35

3.12 Iterasi pertama <i>worst optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan metode <i>Development of Complementary</i>	35
3.13 Iterasi kedua <i>worst optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan metode <i>Development of Complementary</i>	36
3.14 Tabel Awal <i>best optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan metode <i>Development of Complementary</i>	36
3.15 Iterasi pertama <i>best optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan metode <i>Development of Complementary</i>	37
3.16 Iterasi kedua <i>best optimum</i> PPL berkoefisien interval dengan metode <i>Development of Complementary</i>	37
4.1 Tabel Model Persediaan	40



BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Riset operasi pertama kali diterapkan di Inggris selama perang dunia II pada bidang militer untuk meningkatkan efisiensi dan produktivitas di sektor sipil. Dalam riset operasi terdapat beberapa upaya penyelesaian masalah yang dapat digunakan, seperti pemrograman linear, pemrograman bilangan bulat, pemrograman dinamis, pemrograman jaringan, dan pemrograman non-linear [1]. Sebagian besar metode ini ditentukan oleh algoritma dengan iterasi atau perhitungan berulang hingga mendekati solusi yang optimal.

Pemrograman Linear (PL) merupakan model matematika yang paling sering digunakan dalam menyelesaikan suatu masalah optimasi dengan fungsi tujuan dan kendala yang bersifat linear. Seiring berkembangnya waktu, terdapat berbagai metode dalam penyelesaian masalah PL, salah satu metode yang umum digunakan ialah metode simpleks. Namun, dalam pengaplikasiannya, terdapat hambatan pada pemrograman linear, yang mana koefisien pada model tidak dapat ditentukan secara tepat, sehingga dibutuhkan pendekatan interval yang mengubah koefisien pada model menjadi bentuk interval. Bentuk pemrograman linear ini disebut sebagai pemrograman linear dengan koefisien interval. Di samping itu, terdapat Pemrograman Pecahan Linear (PPL) yang merupakan perbandingan atau rasio dari dua buah fungsi tujuan yang umumnya digunakan dalam pengoptimalan keuntungan, biaya, pendapatan, dan sebagainya. Sama halnya dengan PL, masalah PPL juga dapat menggunakan bentuk interval sebagai koefisien pada model. Masalah PPL ini disebut sebagai PPL berkoefisien interval. Penyelesaian masalah PPL dapat menggunakan beberapa metode, di antaranya yaitu metode transformasi Charnes Cooper (1962), metode Swarup (1964), metode Bitran dan Novae (1972), metode *development* yang dikembangkan oleh Tantawy (2007)[2], algoritma Dinkelbach, dan lain-lain.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan [3] untuk menyelesaikan pemrograman pecahan linear terhadap Usaha Dagang (UD) Bintang *Furniture*, telah disimpulkan bahwa transformasi Charnes Cooper lebih efisien karena menggunakan lebih sedikit iterasi jika dibandingkan dengan algoritma Dinkelbach dalam mencari solusi optimal. Selain itu, dalam penelitian [4] ditunjukkan bahwa metode transformasi Charnes Cooper dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pemrograman pecahan liner berkoefisien interval. Sementara itu, Jaber et al (2021) telah mengembangkan metode *complementary* yang membuat perhitungan menjadi lebih singkat dan cepat dalam menyelesaikan masalah PPL yang disebut sebagai metode *Development of Complementary* [5]. Dalam skripsi ini, akan dibahas mengenai penyelesaian PPL berkoefisien interval yang diubah ke dalam bentuk PL berkoefisien interval dengan menggunakan transformasi yang diperkenalkan oleh Charnes Cooper

(1962) dan metode *Development of Complementary* yang dikembangkan oleh Jaber et al (2021) yang selanjutnya diselesaikan dengan metode simpleks dan metode *Big-M* untuk memperoleh solusi optimum, serta pengaplikasian masalah PPL berkoefisien interval ke dalam model persediaan untuk mengoptimalkan rasio antara total pendapatan dan total pengeluaran.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan, dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut.

1. Bagaimana menyelesaikan masalah PPL dengan metode transformasi Charnes Cooper dan metode *Development of Complementary*?
2. Bagaimana menyelesaikan masalah PPL berkoefisien interval dengan metode transformasi Charnes Cooper dan metode *Development of Complementary*?
3. Bagaimana penyelesaian masalah PPL berkoefisien interval yang diaplikasikan ke model persediaan?

1.3 Tujuan

Tujuan penulisan skripsi ini antara lain:

1. Menganalisa masalah PPL dengan metode transformasi Charnes Cooper dan metode *Development of Complementary*.
2. Menganalisa masalah PPL berkoefisien interval dengan metode transformasi Charnes Cooper dan metode *Development of Complementary*.
3. Menganalisa masalah PPL berkoefisien interval yang diaplikasikan ke model persediaan.

1.4 *State of the Art*

Pemrograman Linear (PL) merupakan model matematika yang umum digunakan dalam menyelesaikan suatu masalah optimasi dengan fungsi tujuan dan kendala yang bersifat linear. Masalah PL ini dapat diselesaikan dengan beberapa metode, salah satunya adalah metode simpleks. Selain PL, terdapat masalah Pemrograman Pecahan Linear (PPL) yang memiliki tujuan untuk mengoptimalkan rasio dari dua buah fungsi tujuan yang bersifat linear. Pada [3] diselesaikan masalah PPL di Usaha Dagang (UD) Bintang *Furniture* dalam menentukan kuantitas masing-masing jenis lemari yang harus diproduksi agar keuntungannya optimal dengan metode transformasi Charnes Cooper dan algoritma Dinkelbach. Penelitian ini menyimpulkan bahwa metode transformasi Charnes Cooper memiliki iterasi yang lebih sedikit, sehingga lebih efisien jika dibandingkan dengan algoritma Dinkelbach. Selain itu, [5] membahas mengenai pengembangan metode *complementary* yang dikenal dengan nama metode *Development of Complementary* oleh Jaber et al (2021) terkait penyelesaian permasalahan PPL yang menjadi lebih singkat dan cepat jika dibandingkan dengan metode *complementary*.

Namun, dalam pengaplikasian pada kasus-kasus tertentu, seringkali koefisien PPL tidak dapat ditentukan secara tepat sehingga dilakukan pendekatan interval pada koefisien model. Masalah ini disebut sebagai permasalahan PPL berkoefisien interval yang dapat diselesaikan dengan beberapa metode, seperti transformasi Charnes Cooper, transformasi variabel, dan metode dekomposisi [6]. Pada [4] dibahas mengenai permasalahan PPL berkoefisien interval yang diselesaikan dengan menggunakan metode transformasi Charnes Cooper. Pada metode ini model PPL berkoefisien interval diubah ke dalam bentuk PL berkoefisien interval yang kemudian diselesaikan untuk mencari solusi optimumnya.

Berdasarkan referensi yang diteliti, belum ada penelitian yang membahas penyelesaian masalah PPL berkoefisien interval menggunakan metode *Development of Complementary*. Sebagai pengembangan, dalam skripsi ini akan diselesaikan permasalahan PPL berkoefisien interval dengan menggunakan metode *Development of Complementary*. Selain itu, PPL berkoefisien interval akan diaplikasikan ke dalam model persediaan dengan tujuan mengoptimalkan rasio efektivitas yaitu rasio antara total pendapatan dan total pengeluaran, serta menentukan kuantitas masing-masing produk yang harus dijual agar rasio efektivitasnya maksimum.

1.5 Sistematika Pembahasan

Skripsi ini terdiri dari lima bab, yaitu:

Bab 1: Pendahuluan

Bab ini berisi penjelasan mengenai latar belakang, rumusan masalah, tujuan, *state of the art*, dan sistematika pembahasan.

Bab 2: Landasan Teori

Bab ini berisi teori pendukung yang digunakan untuk pembahasan pada bab-bab selanjutnya, antara lain pemrograman linear, metode simpleks, metode *Big-M*, pemrograman linear dengan koefisien interval, pemrograman pecahan linear, metode transformasi Charnes Cooper, metode *Development of Complementary*.

Bab 3: Solusi Optimal Pemrograman Pecahan Linear dengan Koefisien Interval

Bab ini berisi proses perubahan masalah pemrograman linear pecahan berkoefisien interval ke dalam bentuk pemrograman linear berkoefisien interval dengan menggunakan metode transformasi Charnes Cooper dan metode *Development of Complementary*, kemudian menyelesaikan permasalahan tersebut dengan metode *Big-M* dan metode simpleks hingga memperoleh solusi optimum beserta contoh numeriknya.

Bab 4: Aplikasi Optimisasi Masalah Pemrograman Pecahan Linear dengan Koefisien Interval pada Model Persediaan

Bab ini berisi pengaplikasian masalah pemrograman pecahan linear dengan koefisien interval dalam model persediaan dengan bantuan *software* LINGO hingga memperoleh nilai optimal untuk setiap kuantitas barang dan rasio efektivitas perusahaan.

Bab 5: Kesimpulan dan Saran

Bab ini berisi kesimpulan dan saran pengembangan berdasarkan hasil penelitian dari skripsi ini.

