

SKRIPSI

**VALUASI RACHET ANUITAS TERINDEKS EKUITAS
DENGAN MENGGUNAKAN SIMULASI MONTE CARLO**



SHAREN TYANA RAHMASARI

NPM: 6161901082

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2023**

FINAL PROJECT

**EQUITY INDEXED RATCHET ANNUITY VALUATION
USING MONTE CARLO SIMULATION**



SHAREN TYANA RAHMASARI

NPM: 6161901082

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2023**

LEMBAR PENGESAHAN

VALUASI RACHET ANUITAS TERINDEKS EKUITAS DENGAN MENGGUNAKAN SIMULASI MONTE CARLO

Sharen Tyana Rahmasari

NPM: 6161901082

Bandung, 16 Agustus 2023

Menyetujui,

Pembimbing



Dr. Ferry Jaya Permana

Ketua Penguji



Felivia Kurnadi, M.Act.Sc.

Anggota Penguji



Rizky Reza Fauzi, D.Phil.Math.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

PERNYATAAN

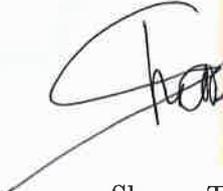
Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

VALUASI RACHET ANUITAS TERINDEKS EKUITAS DENGAN MENGUNAKAN SIMULASI MONTE CARLO

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
16 Agustus 2023



Sharen Tyana Rahmasari
NPM: 6161901082

ABSTRAK

Anuitas terindeks ekuitas merupakan jenis produk investasi yang nilainya bergantung pada kinerja indeks aset dan biasa digunakan untuk mempersiapkan dana pensiun. Terdapat beberapa parameter yang berpengaruh terhadap harga EIA, yaitu tingkat partisipasi, tingkat suku bunga maksimum, dan tingkat suku bunga minimum terjamin. Pada skripsi ini dilakukan perhitungan harga *Ratchet* EIA sederhana dan majemuk, serta dilakukan pula analisis pengaruh parameter terhadap harga EIA. Harga *Ratchet* EIA bergantung pada pengembalian investasi berdasarkan indeks setiap awal dan akhir tahun. Penentuan harga EIA didasarkan pada asumsi bahwa pergerakan harga aset mengikuti gerak Brown Geometri atau *Geometric Brownian Motion* (GBM). Berdasarkan asumsi tersebut akan diperoleh rumus analitik dengan menggunakan rumus Black-Scholes. Harga EIA juga akan dihitung secara numerik dengan menggunakan simulasi Monte Carlo sehingga dapat diperoleh taksiran selang untuk harga *Ratchet* EIA dan harga *Ratchet* EIA dengan jaminan jatuh tempo (*Maturity Guarantee*). Selain itu, akan dihitung pula harga *Ratchet* EIA berdasarkan pergerakan nilai indeks ekuitas JKSE. Berdasarkan simulasi yang dilakukan, diperoleh kesimpulan bahwa perhitungan harga *Ratchet* EIA menggunakan simulasi Monte Carlo memiliki performa yang baik dalam menghitung harga EIA karena hasil yang diperoleh melalui simulasi cukup mendekati hasil yang diperoleh menggunakan rumus analitik, serta mampu memberikan taksiran selang yang memuat taksiran titik dari hasil analitik. Hasil simulasi menunjukkan bahwa nilai investasi pada *Ratchet* majemuk selalu lebih besar dibanding *Ratchet* EIA sederhana, tetapi investasi menggunakan *Ratchet* EIA sederhana lebih menguntungkan dibanding *Ratchet* majemuk. Selain itu, hasil simulasi juga menunjukkan bahwa persentase kenaikan harga *Ratchet* EIA akan berkurang jika tingkat partisipasi dan tingkat suku bunga maksimum bertambah besar, tetapi persentase kenaikan harga *Ratchet* EIA akan bertambah jika tingkat suku bunga minimum terjamin bertambah besar.

Kata-kata kunci: Anuitas terindeks ekuitas, *Ratchet*, gerak Brown Geometri, simulasi Monte Carlo

ABSTRACT

Indexed equity annuity is a type of investment product whose value depends on the performance of asset indices and is commonly used to prepare for retirement funds. There are several parameters that influence the price of EIA, namely participation rate, maximum interest rate, and guaranteed minimum interest rate. This final project aims to calculate the prices of simple and compound *Ratchet* EIA and analyze the influence of parameters on EIA prices. The price of *Ratchet* EIA is dependent on the investment returns based on the index at the beginning and end of each year. The determination of EIA prices is based on the assumption that the asset price movement follows a Geometric Brownian Motion (GBM). Analytical formulas will be derived using the Black-Scholes formula. Additionally, the EIA price will be calculated numerically using Monte Carlo simulations to obtain interval estimates for *Ratchet* EIA prices and *Ratchet* EIA prices with Maturity Guarantee. Furthermore, the calculation of *Ratchet* EIA prices will be based on the movement of the JKSE equity index. Based on the conducted simulations, it is concluded that the calculation of *Ratchet* EIA prices using Monte Carlo simulations performs well because the results obtained from the simulations closely approximate the results obtained using analytical formulas, also providing interval estimates that encompass the point estimate from the analytical results. The simulation results indicate that the investment value for compound *Ratchet* EIA is always higher compared to simple *Ratchet* EIA. However, investing with simple *Ratchet* EIA is more advantageous than compound *Ratchet* EIA. Moreover, the simulation results show that the percentage increase in *Ratchet* EIA prices will decrease if the participation rate and maximum interest rate increase. On the other hand, the percentage increase in *Ratchet* EIA prices will increase with higher guaranteed minimum interest rates.

Keywords: Equity indexed annuity, *Ratchet*, Geometric Brownian motion, Monte Carlo simulation.

*Untuk Papa, Mama, Abang, Adek, dan Diriku sendiri yang akan,
terus, dan selalu berjuang.*



KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kepada Allah SWT karena atas rahmat dan karunia-Nya yang melimpah penulis dapat memulai, mengerjakan, dan menyelesaikan penyusunan skripsi ini dari awal hingga akhir sesuai dengan waktunya. Skripsi dengan judul “Valuasi *Ratchet* Anuitas Terindeks Ekuitas Dengan Menggunakan Simulasi Monte Carlo” ini disusun sebagai salah satu syarat wajib untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Penulis berharap skripsi ini dapat berguna dalam memperkaya wawasan dan pengetahuan bagi para pembaca.

Selama masa studi dan penyusunan skripsi, penulis memperoleh banyak dukungan, semangat, dan bantuan dari berbagai pihak baik dalam hal ilmu maupun moral. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

- Papa, Mama, Abang, dan Adek yang selalu ada untuk memberikan doa, semangat, dan nasihat untuk penulis.
- Bapak Dr. Ferry Jaya Permana selaku dosen pembimbing yang telah dengan sabar bersedia untuk membimbing penulis dan memberikan saran serta solusi ketika penulis mengalami kesulitan sehingga penyusunan skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik dan tepat waktu.
- Ibu Felivia Kusnadi, M.Act.Sc., ASAI dan Bapak Rizky Reza Fauzi, D.Phil.Math selaku dosen penguji yang telah menguji dan memberikan saran untuk perbaikan skripsi ini sehingga menjadi lebih baik.
- Bapak Dr. Daniel Salim selaku koordinator skripsi yang telah membantu dalam mempersiapkan segala keperluan terkait penyusunan dan penyelesaian skripsi.
- Ibu Maria Anastasia, M.Si., M.Act.Sc selaku dosen wali dari penulis yang telah membantu penulis dalam penyusunan rencana studi dan membimbing penulis selama masa perkuliahan.
- Seluruh dosen Fakultas Teknologi Informasi dan Sains terutama dosen Program Studi Matematika yang telah memberikan ilmu dan inspirasi kepada penulis selama masa studi di Program Studi Matematika Universitas Katolik Parahyangan.
- Seluruh staf Tata Usaha Fakultas Teknologi Informasi dan Sains yang telah memberikan bantuan dalam keperluan administrasi selama masa perkuliahan.
- Dafa Dinda Bayu Rama Dika yang selalu menemani, menghibur, mendengarkan, dan memberikan dukungan ketika penulis kesulitan selama masa studi maupun saat penyusunan skripsi.
- Irene, Nadien, dan Alma selaku teman terdekat penulis yang selalu menemani, memberi dukungan, dan berjuang bersama selama masa perkuliahan.
- Teman-teman "Crazy Rich D.": Irene, Aspira, Verra, Qiya, Thahira, Rico, Stephanie, Aldy, Uday, Abel, Sherina, dan Alma yang selalu menghibur, memberi dukungan, dan berjuang bersama selama masa perkuliahan.

- Teman-teman "The Kardus": Alma, Bryan, Felis, Ferdi, Jeje, Gaby, Jasmine, Cella, Matthew, Nadien, Targa, David, Thesa, dan Vanes yang selalu menghibur, memberi dukungan, dan berjuang bersama selama masa perkuliahan.
- Semua pihak yang telah membantu, memberikan dukungan, dan mendoakan penulis yang tidak bisa disebutkan satu-persatu.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan karena adanya keterbatasan pengetahuan dan keterampilan yang dimiliki. Oleh karena itu, penulis memohon maaf atas kekurangan dan ketidaksempurnaan yang ada serta mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari para pembaca. Akhir kata, penulis berharap skripsi ini dapat membantu dan memberikan manfaat serta tambahan ilmu pengetahuan bagi para pembaca.

Bandung, 16 Agustus 2023

Penulis



DAFTAR ISI

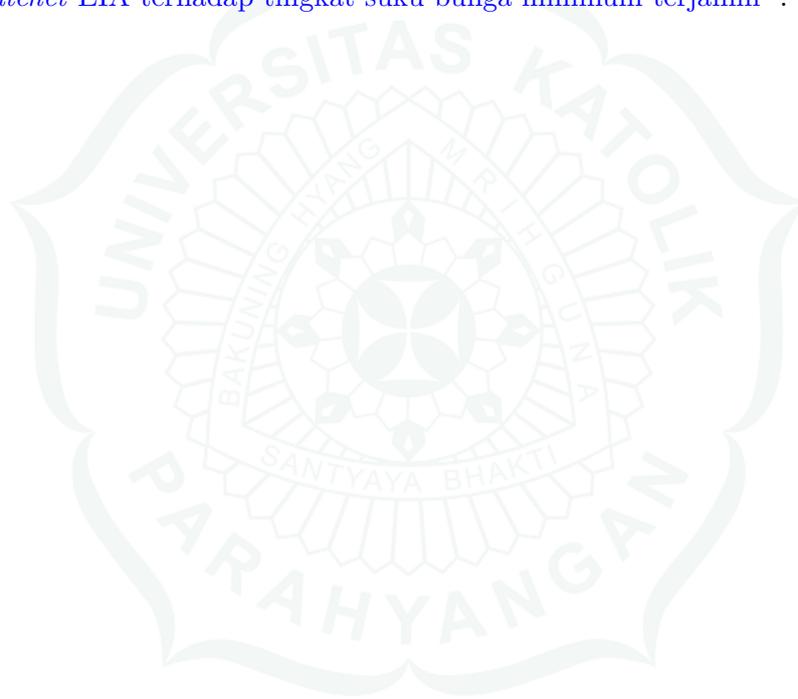
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	3
1.4 <i>State of the Art</i>	3
2 LANDASAN TEORI	4
2.1 Distribusi Normal dan Distribusi Lognormal	4
2.2 Pergerakan Harga Aset	5
2.2.1 Proses Wiener, Proses Ito, dan Lema Ito	5
2.2.2 Gerak Brown Geometri	5
2.3 Opsi	7
2.4 Simulasi Monte Carlo	8
3 PENENTUAN HARGA ANUITAS TERINDEKS EKUITAS (EIA)	9
3.1 Anuitas Terindeks Ekuitas (EIA)	9
3.2 <i>Ratchet</i> EIA	10
3.3 Ilustrasi	11
3.4 Penentuan Harga Anuitas Terindeks Ekuitas (EIA) Secara Analitik	14
3.4.1 Tingkat Pengembalian Investasi	14
3.4.2 Nilai Ekspektasi dari Tingkat Pengembalian Investasi	15
3.4.3 Rumus Eksplisit untuk Nilai Ekspektasi dari Tingkat Pengembalian Investasi	16
3.4.4 Rumus Eksplisit untuk Harga Anuitas Terindeks Ekuitas	21
3.4.5 Harga <i>Ratchet</i> EIA dengan Jaminan Jatuh Tempo (<i>Maturity Guarantee</i>)	21
4 SIMULASI DAN ANALISIS	22
4.1 Prosedur Simulasi Perhitungan Harga <i>Ratchet</i> EIA	22
4.1.1 Prosedur Perhitungan Harga <i>Ratchet</i> EIA Menggunakan Rumus Analitik	23
4.1.2 Prosedur Perhitungan Harga <i>Ratchet</i> EIA Menggunakan Simulasi Monte Carlo	23
4.2 Perhitungan Harga <i>Ratchet</i> EIA	24
4.2.1 Perhitungan Harga <i>Ratchet</i> EIA Menggunakan Rumus Analitik	24
4.2.2 Perhitungan Harga <i>Ratchet</i> EIA Menggunakan Simulasi Monte Carlo	25
4.2.3 Tabel Perbandingan Harga <i>Ratchet</i> EIA Menggunakan Rumus Analitik dan Menggunakan Simulasi	27
4.3 Perhitungan Harga <i>Ratchet</i> EIA Menggunakan Data Real	28

4.4	Pengaruh Tingkat Partisipasi Terhadap Harga <i>Ratchet</i> EIA	31
4.5	Pengaruh Tingkat Suku Bunga Maksimum Terhadap Harga <i>Ratchet</i> EIA	32
4.6	Pengaruh Tingkat Suku Bunga Minimum Terjamin Terhadap Harga <i>Ratchet</i> EIA	33
5	KESIMPULAN DAN SARAN	36
5.1	Kesimpulan	36
5.2	Saran	37
	DAFTAR REFERENSI	38



DAFTAR GAMBAR

4.1	Histogram harga <i>Ratchet</i> EIA sederhana	26
4.2	Histogram harga <i>Ratchet</i> EIA sederhana dengan jaminan jatuh tempo	26
4.3	Histogram harga <i>Ratchet</i> EIA majemuk	26
4.4	Histogram harga <i>Ratchet</i> EIA majemuk dengan jaminan jatuh tempo	26
4.5	Pergerakan harga penutupan JKSE (2 Januari 2001 - 30 Des 2010)	28
4.6	Harga <i>Ratchet</i> EIA terhadap tingkat partisipasi	32
4.7	Harga <i>Ratchet</i> EIA terhadap tingkat suku bunga maksimum	33
4.8	Harga <i>Ratchet</i> EIA terhadap tingkat suku bunga minimum terjamin	34



DAFTAR TABEL

3.1	Tabel pergerakan harga aset	11
3.2	Tabel tingkat pengembalian aset	11
3.3	Tabel tingkat pengembalian investasi dan besar nilai investasi per tahun	13
4.1	Tabel harga <i>Ratchet</i> EIA beserta standar deviasi berdasarkan hasil simulasi	25
4.2	Tabel perbandingan harga <i>Ratchet</i> EIA berdasarkan hasil simulasi dan rumus analitik	27
4.3	Tabel perbandingan harga <i>Ratchet</i> EIA berdasarkan hasil simulasi dan rumus analitik menggunakan data real	29
4.4	Tabel pergerakan harga aset per tahun berdasarkan JKSE pada tahun 2011 - 2020	29
4.5	Tabel tingkat pengembalian aset per tahun berdasarkan JKSE pada tahun 2011 - 2020	30
4.6	Tabel tingkat pengembalian investasi dan besar nilai investasi per tahun berdasarkan JKSE pada tahun 2011 - 2020	30
4.7	Tabel harga V_{sr} dan V_{cr} dengan perubahan parameter α	31
4.8	Tabel harga V_{sr} dan V_{cr} dengan perubahan parameter c	33
4.9	Tabel harga V_{sr} dan V_{cr} dengan perubahan parameter f	34

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Saat ini, Indonesia sudah dinyatakan memasuki struktur penduduk tua oleh Badan Pusat Statistik (BPS), karena jumlah penduduk berumur 60 tahun ke atas telah mencapai lebih dari 10%¹. Bahkan, 35% dari keseluruhan jumlah Aparatur Sipil Negara (ASN) di Indonesia masih didominasi oleh kelompok usia tua². Individu yang sudah memasuki usia tua tentu tidak mampu lagi untuk bekerja dengan produktif, biasanya disebut sebagai masa pensiun. Akan tetapi, individu yang berusia lanjut justru akan memiliki kebutuhan hidup yang semakin bertambah, seperti kebutuhan untuk pengobatan. Untuk menjamin kesejahteraan hidup setelah memasuki masa pensiun diperlukan persiapan dana pensiun, yakni dengan mengikuti program pensiun.

Di Indonesia ada berbagai jenis program pensiun yang tersedia, seperti Jaminan Hari Tua dan Jaminan Pensiun, yang diselenggarakan oleh Badan Penyelenggara Jaminan Sosial (BPJS) Ketenagakerjaan³. Namun, jaminan yang diperoleh melalui program pensiun seringkali tidak mencukupi untuk memenuhi kebutuhan hidup, sehingga diperlukan alternatif lain, yaitu dengan melakukan investasi pada instrumen keuangan seperti anuitas terindeks ekuitas (EIA). Pembelian anuitas tersebut dapat dilakukan ketika individu masih berada pada usia yang produktif dan manfaatnya diperoleh saat masa pensiun.

Anuitas terindeks ekuitas adalah produk investasi yang bergantung pada kinerja indeks aset. Anuitas terindeks ekuitas dianggap sebagai jenis produk investasi yang menguntungkan karena mampu menawarkan kombinasi antara perlindungan risiko dengan potensi keuntungan yang lebih besar dibandingkan produk investasi lainnya. Ketika indeks ekuitas mengalami penurunan, nilai investasi tidak akan turun di bawah nilai awal, karena adanya jaminan berupa tingkat suku bunga minimum terjamin. Di sisi lain, saat indeks ekuitas mengalami kenaikan yang cukup tinggi, perusahaan memiliki jaminan untuk mengurangi risiko kerugian dengan adanya tingkat suku bunga maksimum. Perusahaan asuransi juga menetapkan tingkat partisipasi yang berfungsi untuk menentukan persentase dari pengembalian aset yang diperoleh.

Pergerakan harga aset yang tidak menentu menyebabkan pembeli anuitas mengalihkan risiko yang mungkin muncul kepada perusahaan asuransi. Sebagai bentuk timbal balik atas risiko tersebut, perusahaan asuransi akan membebaskan sejumlah biaya kepada pembeli anuitas yang disebut sebagai harga anuitas. Penentuan harga EIA dapat dilakukan dengan berbagai metode.

¹<http://bit.ly/penduduk-tua> diakses pada 03 Juli 2023

²<https://bit.ly/pns-tua> diakses pada 03 Juli 2023

³<https://bit.ly/bpjs-jaminan> diakses pada 03 Juli 2023

Metode yang paling sering digunakan adalah *Point-to-Point*, *Look-Back*, dan *Ratchet* [1]. Anuitas terindeks ekuitas dengan metode *Point-to-Point* memberikan pengembalian investasi dengan membandingkan kinerja nilai indeks pada awal dan akhir masa kontrak. Sementara itu, EIA dengan metode *Look-Back*, memberikan pengembalian investasi berdasarkan nilai indeks tertinggi selama kontrak berlangsung. Pada EIA dengan metode *Ratchet*, hasil investasi yang diperoleh didasarkan pada perbandingan indeks saat awal dan akhir periode per tahun, di mana bunga yang diperoleh ditambahkan ke nilai investasi pada setiap akhir tahun. Dengan metode ini, tingkat bunga yang diperoleh setiap tahun akan diakumulasikan terus-menerus sehingga nilai investasi dari tahun ke tahun akan selalu bertambah.

Dalam menentukan harga EIA, terdapat beberapa metode yang bergantung pada asumsi yang digunakan untuk memodelkan harga indeks. Geng Deng, Tim Dulaney, Craig J. McCann, dan Mike Yan mengasumsikan harga indeks mengikuti proses *Levy* [2]. Sementara itu, Zhenyu Cui, J. Lars Kirkby, dan Duy Nguyen memodelkan harga indeks menggunakan *regime-switching* [3]. Penentuan harga EIA pada skripsi ini didasarkan pada asumsi pergerakan harga aset mengikuti *Geometric Brownian Motion* (GBM). Asumsi GBM dianggap sebagai asumsi yang paling sederhana karena berkaitan dengan distribusi normal sehingga banyak digunakan dalam pemodelan harga indeks. Dengan asumsi GBM, akan diperoleh rumus analitik yang didapatkan dari penurunan rumus Black-Scholes yang nantinya digunakan dalam perhitungan harga EIA [4].

Perhitungan harga EIA secara analitik dilakukan dengan menggunakan metode *Ratchet*, yaitu *Ratchet* sederhana dan *Ratchet* majemuk. Perhitungan harga EIA juga akan dilakukan secara numerik dengan menggunakan simulasi Monte Carlo. Hal tersebut karena simulasi Monte Carlo tidak hanya memberikan nilai taksiran titik dari harga *Ratchet* EIA, tetapi juga memberikan taksiran selang. Simulasi Monte Carlo juga akan digunakan untuk menghitung harga *Ratchet* EIA yang memiliki jaminan khusus yang disebut sebagai jaminan jatuh tempo (*maturity guarantee*) [5]. Perhitungan harga EIA akan diaplikasikan pada data real, yaitu data indeks ekuitas JKSE (*Jakarta Stock Exchange Composite*). Terakhir, pada skripsi ini juga akan dilakukan analisis terkait pengaruh tingkat partisipasi, tingkat suku bunga maksimum, dan tingkat suku bunga minimum terjamin terhadap harga EIA.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah:

1. Bagaimana cara menghitung harga anuitas terindeks ekuitas pada *Ratchet* sederhana dan *Ratchet* majemuk menggunakan rumus analitik dan simulasi Monte Carlo?
2. Bagaimana perbandingan antara perhitungan harga anuitas terindeks ekuitas yang diperoleh dengan menggunakan rumus analitik dan simulasi?
3. Bagaimana pengaruh parameter tingkat partisipasi, tingkat suku bunga maksimum, dan tingkat suku bunga minimum terjamin terhadap harga EIA?

1.3 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Menghitung harga anuitas terindeks ekuitas pada *Ratchet* sederhana dan *Ratchet* majemuk menggunakan rumus analitik dan Simulasi Monte Carlo.
2. Menganalisis perbandingan antara perhitungan harga anuitas terindeks ekuitas yang diperoleh dengan menggunakan rumus analitik dan simulasi.
3. Menguji signifikansi pengaruh parameter tingkat partisipasi, tingkat suku bunga maksimum, dan tingkat suku bunga minimum terhadap harga EIA.

1.4 *State of the Art*

Pada paper yang berjudul “*Monte Carlo Methods for Valuation of Ratchet Equity Indexed Annuities*” yang diteliti oleh Ming-hua Hsieh dan Yu-fen Chiu pada tahun 2008 telah dibahas mengenai penentuan harga EIA menggunakan simulasi Monte Carlo. Pada skripsi yang berjudul “Penentuan Harga Anuitas Terindeks Ekuitas Ratchet Majemuk” yang diteliti oleh Steven David pada tahun 2023 sebagai topik skripsi dalam penyelesaian studinya telah dibahas mengenai perhitungan harga EIA untuk *Ratchet* majemuk. Berdasarkan kedua paper tersebut, pada skripsi ini, penulis akan melakukan perhitungan harga EIA, baik *Ratchet* sederhana maupun *Ratchet* majemuk dengan menggunakan rumus analitik dan simulasi Monte Carlo. Simulasi Monte Carlo juga akan digunakan untuk menghitung harga *Ratchet* EIA yang memiliki jaminan jatuh tempo. Perhitungan harga *Ratchet* EIA akan dilakukan berdasarkan data indeks ekuitas JKSE (*Jakarta Stock Exchange Composite*). Terakhir, penulis akan menganalisis pengaruh dari tingkat partisipasi, tingkat suku bunga maksimum, dan tingkat suku bunga minimum terhadap harga EIA.