

SKRIPSI

PEMODELAN FUNGSI *SURVIVAL* UNTUK TMI IV
MENGUNAKAN DISTRIBUSI CAMPURAN DENGAN
APLIKASI PADA PERHITUNGAN PREMI ASURANSI JIWA
UNIT-LINK



PATRICK CHRISTAMA ALFANDIRA

NPM: 6161901076

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2023

FINAL PROJECT

**MODELING SURVIVAL FUNCTION FOR TMI IV USING
MIXTURE DISTRIBUTIONS WITH APPLICATION ON
CALCULATION OF UNIT-LINKED LIFE INSURANCE
PREMIUM**



PATRICK CHRISTAMA ALFANDIRA

NPM: 6161901076

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2023**

LEMBAR PENGESAHAN

PEMODELAN FUNGSI *SURVIVAL* UNTUK TMI IV MENGUNAKAN DISTRIBUSI CAMPURAN DENGAN APLIKASI PADA PERHITUNGAN PREMI ASURANSI JIWA *UNIT-LINK*

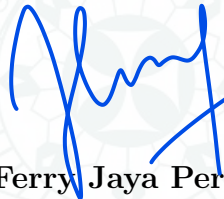
Patrick Christama Alfandira

NPM: 6161901076

Bandung, 16 Agustus 2023

Menyetujui,

Pembimbing



Dr. Ferry Jaya Permana

Ketua Penguji



Iwan Sugiarto, M.Si.

Anggota Penguji



Robyn Irawan, M.Sc.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

PEMODELAN FUNGSI *SURVIVAL* UNTUK TMI IV MENGGUNAKAN DISTRIBUSI CAMPURAN DENGAN APLIKASI PADA PERHITUNGAN PREMI ASURANSI JIWA *UNIT-LINK*

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
16 Agustus 2023



A handwritten signature in black ink, appearing to read "Patrick Christama Alfandira".

Patrick Christama Alfandira
NPM: 6161901076

ABSTRAK

Kematian adalah bagian alami dari kehidupan manusia yang tidak dapat dihindari dan menimbulkan risiko finansial bagi keluarga dan orang-orang yang ditinggalkan. Asuransi jiwa menjadi jawaban dalam memberikan perlindungan atas risiko tersebut. Penetapan harga premi asuransi jiwa dipengaruhi oleh banyak faktor, salah satunya adalah tingkat mortalitas (kematian) seseorang. Indonesia sudah memiliki data mengenai tingkat mortalitas penduduk Indonesia, yaitu Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) IV. Namun, peluang hidup seseorang yang dinyatakan dalam fungsi *survival* pada TMI IV masih dalam bentuk diskret. Pada kasus asuransi jiwa kontinu, perhitungan premi asuransi memerlukan model yang kontinu karena pembayaran manfaatnya dibayarkan tepat saat waktu kematian. Pada skripsi ini, fungsi *survival* pada TMI IV dimodelkan menggunakan distribusi campuran yang memuat model Weibull, invers Weibull, dan Gompertz. Model kontinu yang telah diperoleh digunakan dalam perhitungan besar premi asuransi jiwa. Produk asuransi yang digunakan adalah asuransi jiwa *unit-link*, di mana produk asuransi tersebut merupakan jenis asuransi jiwa modern yang memberikan gabungan manfaat atas risiko kematian dan juga manfaat investasi yang bergantung dengan harga aset yang sedang diinvestasikan. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa model campuran memberikan estimasi terbaik dalam memodelkan fungsi *survival* pada TMI IV jika dibandingkan dengan model tunggal. Pada kasus model tunggal, model Gompertz memberikan estimasi terbaik dalam memodelkan fungsi *survival* pada TMI IV jika dibandingkan dengan model Weibull dan invers Weibull. Model-model *survival* tersebut diaplikasikan pada perhitungan besar premi tunggal bersih asuransi jiwa *unit-link* dwiguna n tahun. Jenis asuransi tersebut merupakan gabungan dari asuransi jiwa *unit-link* berjangka n tahun dan asuransi jiwa *unit-link endowment* murni n tahun.

Kata-kata kunci: fungsi *survival*; model Weibull; model invers Weibull; model Gompertz; distribusi campuran; asuransi jiwa *unit-link*.

ABSTRACT

Death is a natural part of human life that cannot be avoided and poses a financial risk to families and those left behind. Life insurance is the answer in providing protection for this risk. Life insurance premium pricing is influenced by many factors, one of which is a person's mortality rate. Indonesia already has information on population mortality rates for various sexes and ages of a person that was just published in 2019, namely the Indonesian Mortality Table IV. However, a person's life chances declared in the survival function in Indonesian Mortality Table IV is still in discrete form. In the case of continuous life insurance, the calculation of the insurance premium requires a continuous model because the benefit payment is paid exactly at the time of death. In this thesis, the survival function in Indonesian Mortality Table IV will be modeled using a mixture distributions that contains Weibull, inverse Weibull, and Gompertz models. The continuous model that has been obtained is used in the calculation of life insurance premiums. The insurance product that will be used is unit-linked life insurance, which is a modern type of life insurance that provides a combination of death benefits and investment benefits that depend on the price of the asset being invested. The results of this study show that the mixed model provides the best estimate in modeling the survival function in Indonesian Mortality Table IV when compared to the single model. In the case of a single model, the Gompertz model provides the best estimate in modeling the survival function in Indonesian Mortality Table IV when compared to the Weibull and inverse Weibull models. These survival models are applied to the calculation of the net single premium of n -year endowment life insurance. This type of insurance is a combination of n -year term life insurance and n -year pure endowment life insurance.

Keywords: survival function; Weibull model; inverse Weibull model; Gompertz model; mixture distributions; unit-linked life insurance.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yesus Kristus atas berkat, perlindungan, dan kasih karuniaNya kepada penulis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan tepat waktu. Skripsi yang berjudul "Pemodelan Fungsi *Survival* untuk TMI IV Menggunakan Distribusi Campuran dengan Aplikasi pada Perhitungan Premi Asuransi Jiwa *Unit-link*" disusun sebagai syarat wajib dalam menyelesaikan studi Strata-1, Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan.

Selama masa kuliah dan proses penulisan skripsi, penulis mendapatkan banyak dukungan dan pembelajaran dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua dan keluarga yang selalu memberi dukungan, doa, dan semangat kepada penulis selama proses penulisan skripsi.
2. Bapak Dr. Ferry Jaya Permana selaku dosen pembimbing yang selalu membantu penulis selama proses bimbingan skripsi dengan sabar. Terima kasih telah memberikan pembelajaran, arahan, dan dukungan kepada penulis, sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.
3. Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. selaku dosen penguji 1 dan Bapak Robyn Irawan, M.Sc. selaku dosen penguji 2, serta koordinator skripsi. Terima kasih atas saran, kritik, dan informasi yang diberikan.
4. Ibu Maria Anastasia, M.Si., M.Act.Sc. selaku dosen wali yang telah memberikan saran dan nasihat kepada penulis selama proses perkuliahan.
5. Ricky dan Luthfi yang telah menemani dan memberikan dukungan serta doa kepada penulis, sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.
6. Evanda, Kisha, dan Lila yang telah memberikan semangat, waktu, dan pengalaman indah kepada penulis selama masa perkuliahan.
7. Teman-teman Matematika angkatan 2019: Vincent, Steven, Nathan, Paskal, Ceje, Yesuit, Soki, Anjul, Apin, dan Ditta yang telah memberikan suasana dan pengalaman baru selama masa studi di Matematika UNPAR.
8. Gemini dan Fourth yang selalu menghibur penulis pada masa-masa sulit sampai akhirnya skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.

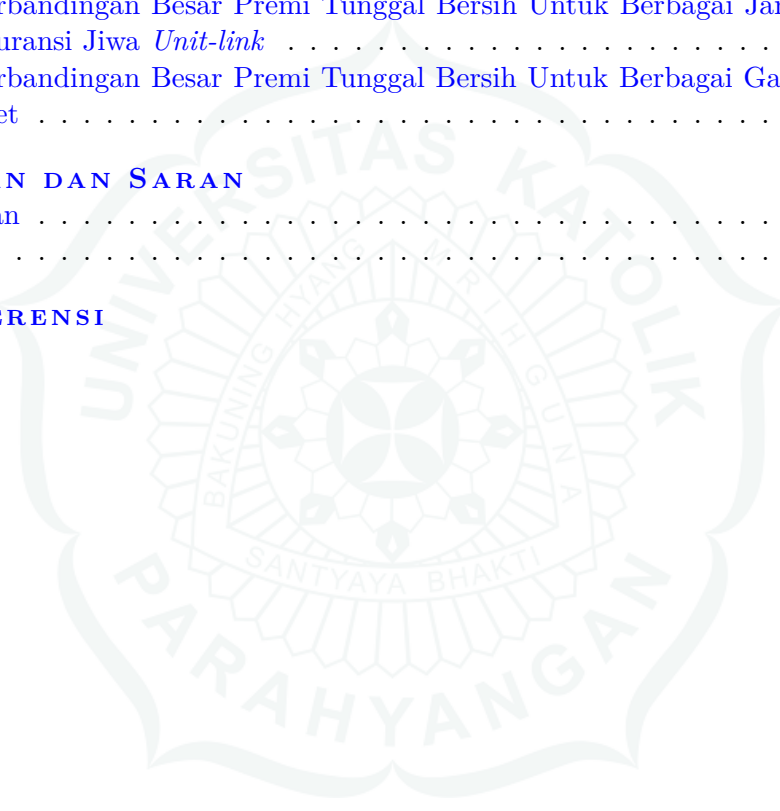
Bandung, 16 Agustus 2023

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 <i>State of the Art</i>	3
1.5 Batasan Masalah	3
2 LANDASAN TEORI	4
2.1 Model <i>Survival</i>	4
2.1.1 Peluang Kematian Antara Usia x dan z Tahun	4
2.1.2 Laju Kematian	6
2.2 Distribusi Campuran	7
2.3 Distribusi Normal dan Lognormal	7
2.4 Gerak Brown Geometrik	9
2.4.1 Proses Wiener, Proses Ito, dan Lemma Ito	9
2.4.2 Model Gerak Brown Geometrik	9
2.5 Opsi	11
2.5.1 Opsi <i>Call</i>	11
2.5.2 Opsi <i>Put</i>	11
2.5.3 Model <i>Black-Scholes</i>	12
2.6 Asuransi Jiwa	14
2.6.1 Asuransi Jiwa Berjangka n Tahun	15
2.6.2 Asuransi Jiwa <i>Endowment</i> Murni n Tahun	15
2.6.3 Asuransi Jiwa Dwiguna n Tahun	16
2.6.4 Prinsip Ekuivalensi	16
2.7 Metode Trapesium	17
3 PEMODELAN FUNGSI <i>survival</i> DAN ASURANSI JIWA <i>Unit-link</i>	19
3.1 Model <i>Survival</i> Kontinu	19
3.1.1 Model Weibull	19
3.1.2 Model Invers Weibull	20
3.1.3 Model Gompertz	22
3.1.4 Model Campuran	23
3.2 Asuransi Jiwa <i>Unit-link</i>	24
3.2.1 Asuransi Jiwa <i>Unit-link</i> Berjangka n Tahun	24

3.2.2	Asuransi Jiwa <i>Unit-link Endowment</i> Murni n Tahun	25
3.2.3	Asuransi Jiwa <i>Unit-link Dwiguna</i> n Tahun	26
4	SIMULASI	28
4.1	Fungsi <i>Survival</i> pada Tabel Mortalitas Indonesia	28
4.2	Proses Pencocokan Kurva	29
4.3	Fungsi <i>Survival</i> Masing-Masing Model Berdasarkan Kategori Usia	32
4.4	Simulasi Perhitungan Premi Tunggal Bersih Untuk Berbagai Jenis Asuransi Jiwa <i>Unit-link</i>	36
4.4.1	Perhitungan Premi Tunggal Bersih Asuransi Jiwa <i>Unit-link</i> Berjangka 20 Tahun	37
4.4.2	Perhitungan Premi Tunggal Bersih Asuransi Jiwa <i>Unit-link Endowment</i> Murni 20 Tahun	38
4.4.3	Perhitungan Premi Tunggal Bersih Asuransi Jiwa <i>Unit-link Dwiguna</i> 20 Tahun	39
4.4.4	Perbandingan Besar Premi Tunggal Bersih Untuk Berbagai Jangka Waktu Asuransi Jiwa <i>Unit-link</i>	41
4.4.5	Perbandingan Besar Premi Tunggal Bersih Untuk Berbagai Garansi Harga Aset	43
5	KESIMPULAN DAN SARAN	44
5.1	Kesimpulan	44
5.2	Saran	45
	DAFTAR REFERENSI	46



DAFTAR GAMBAR

2.1	Metode Trapesium	17
2.2	Metode Trapesium dengan n Partisi	18
3.1	Grafik $s(x)$ Terhadap x pada Model Weibull	20
3.2	Grafik $s(x)$ Terhadap x pada Model Invers Weibull	21
3.3	Grafik $s(x)$ Terhadap x pada Model Gompertz	23
4.1	Hasil Pencocokan Kurva Fungsi <i>Survival</i> pada TMI IV dengan Model Weibull . . .	30
4.2	Hasil Pencocokan Kurva Fungsi <i>Survival</i> pada TMI IV dengan Model Invers Weibull	30
4.3	Hasil Pencocokan Kurva Fungsi <i>Survival</i> pada TMI IV dengan Model Gompertz .	30
4.4	Hasil Pencocokan Kurva Fungsi <i>Survival</i> pada TMI IV dengan Model Campuran .	31
4.5	Hasil Pencocokan Kurva $s(x)$ Masing-Masing Model <i>Survival</i> pada Usia Anak-Anak	33
4.6	Hasil Pencocokan Kurva $s(x)$ Masing-Masing Model <i>Survival</i> pada Usia Remaja .	34
4.7	Hasil Pencocokan Kurva $s(x)$ Masing-Masing Model <i>Survival</i> pada Usia Dewasa .	34
4.8	Hasil Pencocokan Kurva $s(x)$ Masing-Masing Model <i>Survival</i> pada Usia Lansia dan Manula	35
4.9	Grafik Penutupan Harian Indeks Saham LQ45 Selama 20 Tahun	37

DAFTAR TABEL

4.1	Data p_x Pria pada TMI IV	28
4.2	Data Perhitungan $s(x)$	29
4.3	Estimasi Parameter Dari Masing-Masing Model	29
4.4	Tabel Perhitungan RMSE Untuk Masing-Masing Model	31
4.5	Tabel Perhitungan RMSE Untuk Kategori Usia Anak-anak	33
4.6	Tabel Perhitungan RMSE Untuk Kategori Usia Remaja	33
4.7	Tabel Perhitungan RMSE Untuk Kategori Usia Dewasa	35
4.8	Tabel Perhitungan RMSE Untuk Kategori Usia Lansia dan Manula	35
4.9	Premi Tunggal Bersih Asuransi Jiwa <i>Unit-link</i> Berjangka 20 Tahun Untuk Berbagai Jumlah Partisi	38
4.10	Premi Tunggal Bersih Untuk Berbagai Asuransi Jiwa <i>Unit-link</i> (Rp)	39
4.11	Premi Tunggal Bersih Untuk Berbagai Jenis Asuransi Jiwa <i>Unit-link</i> (Rp)	41
4.12	Perbedaan Premi Tunggal Bersih Model Tunggal Terhadap Model Campuran (%)	42
4.13	Besar Premi Tunggal Bersih Untuk Berbagai Garansi Harga Aset (Rp)	43

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di kehidupan manusia banyak kejadian atau peristiwa tidak terduga yang terjadi di masa depan, salah satu contohnya adalah kematian. Kematian seseorang menyebabkan risiko finansial bagi keluarga dan orang-orang yang ditinggalkan. Perusahaan asuransi menyediakan instrumen yang memberikan perlindungan atas risiko tersebut, yaitu asuransi jiwa. Asuransi jiwa merupakan perlindungan atas risiko finansial akibat kematian atau hidup seseorang dalam bentuk jaminan yang tertulis pada kontrak perjanjian asuransi. Menurut [1], asuransi jiwa dibagi menjadi dua jenis, yaitu asuransi jiwa tradisional dan asuransi jiwa modern. Asuransi jiwa tradisional hanya memberikan manfaat asuransi atas risiko kematian, contohnya asuransi jiwa berjangka, asuransi jiwa *endowment* murni, dan asuransi jiwa *dwiguna*. Sementara itu, asuransi jiwa modern memberikan gabungan manfaat asuransi atas risiko kematian dan juga manfaat investasi yang bergantung dengan harga aset yang sedang diinvestasikan, contohnya asuransi jiwa *unit-link*.

Pada zaman sekarang, minat masyarakat Indonesia dalam berasuransi berkembang secara pesat, khususnya asuransi jiwa *unit-link* karena produk asuransi tersebut tidak hanya memberikan perlindungan atas risiko kematian, tetapi juga berpotensi untuk memberikan keuntungan investasi bagi calon pemegang polis di masa depan. Titik dan Sabtarini [2] juga menegaskan bahwa produk asuransi jiwa *unit-link* memiliki kelebihan, di antaranya calon pemegang polis dapat memilih instrumen dan memantau dana investasinya melalui manajer investasi secara transparan. Di sisi lain, produk asuransi jiwa *unit-link* juga memiliki kekurangan, yaitu risiko investasi yang harus ditanggung sendiri oleh calon pemegang polis. Manfaat investasi dari produk asuransi jiwa *unit-link* bergantung pada harga aset yang sedang diinvestasikan, sehingga penetapan besar premi asuransi jiwa *unit-link* lebih rumit dibandingkan asuransi jiwa tradisional.

Penetapan besar premi asuransi jiwa *unit-link* dipengaruhi oleh beberapa faktor, salah satunya adalah tingkat mortalitas (kematian) seseorang. Pada tahun 2019, Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia (AAJI) dan beberapa pihak lainnya telah menerbitkan Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) IV yang menyajikan data tingkat mortalitas penduduk Indonesia [3]. Dari data pada TMI IV tersebut, terdapat fungsi *survival* yang menyatakan peluang seseorang dapat bertahan hidup selama jangka waktu tertentu. Namun, fungsi *survival* pada TMI IV masih dalam bentuk diskret. Untuk kasus tertentu, seperti pada [4], perhitungan premi pada asuransi jiwa kontinu memerlukan model *survival* yang kontinu karena pembayaran manfaatnya dibayarkan tepat pada saat waktu kematian. Dengan demikian, fungsi *survival* pada TMI IV harus dimodelkan menjadi model yang kontinu.

Tsai, Lee, Chen, dan Wu [4] menggunakan distribusi campuran, yang terdiri dari model Weibull,

invers Weibull, dan Gompertz, untuk memodelkan fungsi *survival* penduduk Amerika Serikat dan Taiwan. Distribusi campuran atau *mixture distributions* merupakan sebuah metode penggabungan dua distribusi atau lebih yang menghasilkan distribusi baru. Carriere [5] menemukan bahwa model Weibull cocok untuk memodelkan tingkat mortalitas usia anak-anak, model invers Weibull untuk tingkat mortalitas usia remaja, dan model Gompertz untuk tingkat mortalitas usia dewasa di Amerika Serikat. Namun, distribusi campuran dari ketiga model tersebut lebih cocok untuk memodelkan tingkat mortalitas pada setiap kategori usia di Amerika Serikat.

Pada skripsi ini, penulis memodelkan fungsi *survival* pada TMI IV menggunakan distribusi campuran, yang terdiri dari model Weibull, invers Weibull, dan Gompertz. Selanjutnya, model kontinu yang telah diperoleh digunakan dalam perhitungan aktuaria, yaitu menghitung besar premi pada asuransi jiwa *unit-link* dwiguna n tahun, di mana jenis asuransi tersebut merupakan gabungan dari asuransi jiwa *unit-link* berjangka n tahun dan asuransi jiwa *unit-link endowment* murni n tahun. Metode pembayaran premi yang digunakan adalah premi tunggal bersih, artinya calon pemegang polis cukup melakukan pembayaran premi sekali saja dan besar preminya tidak memperhitungkan biaya lain yang dikeluarkan oleh perusahaan asuransi. Aset yang digunakan berupa indeks saham LQ45 dan pergerakan harga asetnya diasumsikan mengikuti gerak Brown geometrik. Selanjutnya, akan dilihat pengaruh penggunaan model *survival* terhadap besar premi tunggal bersih asuransi jiwa *unit-link* berdasarkan persentase perbedaan besar premi tunggal bersih yang menggunakan model tunggal dan campuran. Selain itu, akan dianalisis juga pengaruh perubahan garansi harga aset terhadap besar premi tunggal bersih asuransi jiwa *unit-link*.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana cara memodelkan fungsi *survival* pada Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) IV?
2. Bagaimana cara menghitung besar premi tunggal bersih asuransi jiwa *unit-link*?
3. Bagaimana pengaruh penggunaan model *survival* terhadap besar premi tunggal bersih asuransi jiwa *unit-link*?
4. Bagaimana pengaruh perubahan garansi harga aset terhadap besar premi tunggal bersih asuransi jiwa *unit-link*?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Memodelkan fungsi *survival* pada Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) IV menggunakan distribusi campuran melalui proses pencocokan kurva.
2. Membuat model untuk menghitung besar premi tunggal bersih asuransi jiwa *unit-link*.
3. Mencari pengaruh penggunaan model *survival* terhadap besar premi tunggal bersih asuransi jiwa *unit-link* dengan membandingkan persentase perbedaan besar premi tunggal bersih

yang menggunakan model tunggal dan besar premi tunggal bersih yang menggunakan model campuran pada asuransi jiwa *unit-link*.

4. Mencari pengaruh perubahan garansi harga aset terhadap besar premi tunggal bersih asuransi jiwa *unit-link* dengan membandingkan persentase perubahan besar premi tunggal bersih dan persentase perubahan garansi harga aset pada asuransi jiwa *unit-link*.

1.4 *State of the Art*

Asuransi jiwa memberikan perlindungan finansial atas risiko kematian kepada pemegang polisnya. Pada zaman sekarang, asuransi jiwa *unit-link* menjadi salah satu produk asuransi jiwa modern yang paling diminati masyarakat Indonesia. Dari sudut pandang perusahaan asuransi, diperlukan model *survival* yang kontinu dalam menghitung besar premi yang perlu dibayarkan. Dengan demikian, skripsi ini ditulis untuk memodelkan fungsi *survival* pada TMI IV menggunakan distribusi campuran.

Skripsi ini menjelaskan secara umum mengenai model kontinu yang akan digunakan dalam memodelkan fungsi *survival* pada TMI IV, yaitu distribusi campuran, yang terdiri dari model Weibull, invers Weibull, Gompertz. Pada Bab 4, dilakukan proses pencocokan kurva untuk mengestimasi data diskret fungsi *survival* pada TMI IV menggunakan model *survival* yang kontinu. Setelah itu, diperoleh model yang memberikan estimasi lebih akurat dengan membandingkan nilai *Root Mean Square Error* (RMSE). Selain itu, skripsi ini melakukan analisis kecocokan model untuk masing-masing kategori usia. Menurut Departemen Kesehatan Republik Indonesia [6], kategori usia penduduk Indonesia dibagi menjadi beberapa kategori, yaitu usia anak-anak, remaja, dewasa, serta lansia dan manula.

Untuk menganalisis pengaruh penggunaan model *survival* terhadap besar premi tunggal bersih asuransi jiwa *unit-link*, dilakukan simulasi perhitungan premi tunggal bersih asuransi jiwa *unit-link* dengan aset investasinya adalah indeks saham LQ45. Kemudian, akan dianalisis juga pengaruh perubahan jangka waktu polis asuransi dan garansi harga aset terhadap besar premi tunggal bersih asuransi jiwa *unit-link*. Hasil perhitungan dan visualisasi pada skripsi ini diperoleh dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB dan *Microsoft Excel*.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Premi yang dibayarkan merupakan premi tunggal bersih (*net single premium*).
2. Semua premi yang dibayarkan akan diinvestasikan.
3. Tingkat suku bunga tanpa risiko konstan sepanjang masa kontrak asuransi.
4. Pergerakan harga aset yang digunakan sebagai instrumen investasi diasumsikan mengikuti gerak Brown geometrik.