



# **Pemodelan Matematika di Bidang Epidemiologi**

**Benny Yong  
Livia Owen**

No. Kelas ..... 614.4 YON P .....  
No. Induk ..... 146771 Tgl ..... 21-3-24 .....  
Hadiah/Isi .....  
Dari ..... Benny Yong .....

# PEMODELAN MATEMATIKA DI BIDANG EPIDEMIOLOGI

**Benny Yong, Ph.D.**  
**Dr. Livia Owen**



614.4  
YON  
P  
146771 /RISB-FTIS  
21-3-24



UNPAR  
PRESS

2023



Judul Buku:  
Pemodelan Matematika di Bidang Epidemiologi

Penulis:  
Benny Yong  
Livia Owen

Sampul dan tata letak isi:  
Tim Unpar Press

ISBN: 978-623-7879-50-3

Penerbit:  
Unpar Press  
Jalan Ciumbuleuit 100  
Bandung 40141  
[unparpress@unpar.ac.id](mailto:unparpress@unpar.ac.id)

Cetakan pertama: 2023

# KATA SAMBUTAN

Dengan penuh rasa syukur, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains Universitas Katolik Parahyangan (FTIS - UNPAR) menyambut dengan gembira terbitnya buku *Pemodelan Matematika di Bidang Epidemiologi*. Buku ini membahas penerapan matematika pada bidang epidemiologi yaitu cabang ilmu kedokteran dan ilmu kesehatan masyarakat yang mempelajari distribusi dan determinan penyakit dalam populasi manusia. Epidemiologi berperan penting dalam menjaga dan meningkatkan kesehatan masyarakat, mengidentifikasi risiko, dan menyediakan dasar untuk tindakan pencegahan dan pengelolaan penyakit. Beberapa materi buku ini berasal dari sejumlah publikasi hasil penelitian yang telah digeluti oleh para penulis dalam beberapa tahun terakhir yang telah dipublikasikan di jurnal nasional terakreditasi, prosiding internasional, maupun jurnal internasional bereputasi.

Fokus dari buku ini adalah pada konsep-konsep matematika yang biasanya digunakan dalam pemodelan matematika di bidang epidemiologi, khususnya model-model penyebaran untuk penyakit menular. Keberadaan buku ini tentu akan sangat bermanfaat bagi pembelajaran mata kuliah yang didukung yaitu Matematika Epidemiologi, Sistem Dinamik Diskret, Sistem Dinamik Kontinu, Kapita Selektiva Dinamika Populasi, Pemodelan Matematis, Seminar, dan Skripsi.

Buku ini merupakan buku ajar kedua yang ditulis oleh para dosen FTIS dalam kurun waktu 2019-2023. Atas nama fakultas saya mengucapkan terima kasih dan selamat kepada para penulis yang telah bekerja keras menyusun buku ini. Semoga terbitnya buku ini dapat semakin memacu para dosen di lingkungan FTIS UNPAR dalam mengintegrasikan hasil penelitian ke dalam proses pembelajaran melalui penulisan buku ajar.

Dr. rer. nat Cecilia Esti Nugraheni, S.T., M.T.

(Dekan FTIS UNPAR periode 2019-2023)

# KATA PENGANTAR

Buku ini merupakan salah satu buku tentang aplikasi matematika di bidang epidemiologi. Buku ini berfokus pada konsep-konsep matematika yang biasanya digunakan dalam pemodelan matematika di bidang epidemiologi, khususnya model-model penyebaran untuk penyakit menular.

Isi buku ini diawali dengan pendahuluan tentang epidemiologi termasuk pentingnya pemodelan matematika di bidang epidemiologi dan proses melakukan pemodelan matematika. Bab-bab selanjutnya, yaitu sistem dinamik, persamaan beda tak linear, persamaan diferensial, prinsip maksimum Pontryagin, model kompartemen, skema numerik dasar, dan metode NSFD merupakan konsep-konsep matematika yang akan digunakan dalam kajian analitik dan numerik untuk model-model penyebaran penyakit menular yang akan dianalisis. Pada bab akhir buku ini disajikan beberapa soal dan penyelesaiannya.

Buku ini dapat digunakan sebagai buku penunjang atau buku referensi untuk beberapa mata kuliah di Prodi Matematika UNPAR, antara lain Matematika Epidemiologi, Sistem Dinamik Diskret, Sistem Dinamik Kontinu, Kapita Selekta Dinamika Populasi, dan Pemodelan Matematis. Selain itu, buku ini juga dapat dimanfaatkan oleh mahasiswa-mahasiswa yang mengambil mata kuliah Seminar dan Skripsi yang berkaitan dengan topik pemodelan matematika di bidang epidemiologi.

Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam proses penyusunan dan penerbitan buku ini. Semoga buku ini dapat bermanfaat khususnya bagi mereka yang berkecimpung di bidang matematika epidemiologi.

Bandung, Indonesia

Penulis  
Desember 2023

# DAFTAR ISI

KATA SAMBUTAN .....	iii
KATA PENGANTAR.....	iv
DAFTAR ISI.....	v
DAFTAR GAMBAR .....	vii
BAB 1 PENDAHULUAN .....	1
BAB 2 PEMODELAN MATEMATIKA.....	5
BAB 3 SISTEM DINAMIK .....	9
Model Sistem Dinamik Diskret .....	10
Model Sistem Dinamik Kontinu.....	11
BAB 4 PERSAMAAN BEDA TAK LINEAR .....	13
Sistem Persamaan Beda Tak Linear .....	16
BAB 5 PERSAMAAN DIFERENSIAL.....	21
Sistem Otonomus.....	22
Titik Keseimbangan.....	23
Kestabilan Lokal Titik Keseimbangan .....	24
Kestabilan Global Titik Keseimbangan .....	30
Kriteria Routh-Hurwitz .....	31
BAB 6 PRINSIP MAKSIMUM PONTRYAGIN.....	35
Syarat Perlu Kontrol Optimal .....	36
BAB 7 MODEL KOMPARTEMEN.....	43
Model-Model Epidemiologi.....	44

<b>Model SIR.....</b>	<b>45</b>
<b>Model SIS.....</b>	<b>48</b>
<b>Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar Menggunakan Matriks Generasi.....</b>	<b>51</b>
<b>Analisis Sensitivitas Bilangan Reproduksi Dasar .....</b>	<b>52</b>
<b>Analisis Sensitivitas Titik Kesetimbangan Endemik .....</b>	<b>53</b>
<b>BAB 8 SKEMA NUMERIK DASAR .....</b>	<b>55</b>
<b>Metode Euler .....</b>	<b>55</b>
<b>Metode Heun .....</b>	<b>57</b>
<b>Metode Runge-Kutta Orde 4 .....</b>	<b>58</b>
<b>Metode <i>Sweep</i> Maju-Mundur.....</b>	<b>59</b>
<b>BAB 9 METODE NSFD .....</b>	<b>61</b>
<b>BAB 10 SOAL-SOAL DAN PENYELESAIANNYA .....</b>	<b>103</b>
<b>KEPUSTAKAAN.....</b>	<b>111</b>
<b>LAMPIRAN KODE PROGRAM MAPLE .....</b>	<b>115</b>
<b>LAMPIRAN KODE PROGRAM MATLAB.....</b>	<b>127</b>
<b>TENTANG PENULIS .....</b>	<b>129</b>



# DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 2.1.</b> Proses pemodelan matematika	6
<b>Gambar 5.1.</b> Jenis titik kesetimbangan menggunakan determinan dan trace	29
<b>Gambar 7.1.</b> Diagram dari sebuah sistem satu kompartemen	43
<b>Gambar 7.2.</b> Diagram kompartemen dari model epidemik SIR	45
<b>Gambar 7.3.</b> Diagram kompartemen dari model epidemik SIS	48
<b>Gambar 9.1.</b> Perilaku solusi $y_k = y_0(1 - h)^k$ dengan skema Euler maju ( $h = 0.5$ )	66
<b>Gambar 9.2.</b> Perilaku solusi $y_k = y_0(1 - h)^k$ dengan skema Euler maju ( $h = 1$ )	66
<b>Gambar 9.3.</b> Perilaku solusi $y_k = y_0(1 - h)^k$ dengan skema Euler maju ( $h = 1.5$ )	67
<b>Gambar 9.4.</b> Perilaku solusi $y_k = y_0(1 - h)^k$ dengan skema Euler maju ( $h = 2$ )	67
<b>Gambar 9.5.</b> Perilaku solusi $y_k = y_0(1 - h)^k$ dengan skema Euler maju ( $h = 2.5$ )	68
<b>Gambar 9.6.</b> Perilaku solusi $y_k = y_0 \left(\frac{1}{1+h}\right)^k$ dengan skema Euler mundur ( $h = 0.5$ )	69
<b>Gambar 9.7.</b> Perilaku solusi $y_k = y_0 \left(\frac{1}{1+h}\right)^k$ dengan skema Euler mundur ( $h = 1$ )	69
<b>Gambar 9.8.</b> Perilaku solusi $y_k = y_0 \left(\frac{1}{1+h}\right)^k$ dengan skema Euler mundur ( $h = 1.5$ )	70
<b>Gambar 9.9.</b> Perilaku solusi $y_k = y_0 \left(\frac{1}{1+h}\right)^k$ dengan skema Euler mundur ( $h = 2$ )	70

<b>Gambar 9.10.</b> Perilaku solusi $y_k = y_0 \left(\frac{1}{1+h}\right)^k$ dengan skema Euler mundur ( $h = 2.5$ )	71
<b>Gambar 9.11.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema Euler ( $h = 0.5$ )	82
<b>Gambar 9.12.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema Euler ( $h = 2$ )	82
<b>Gambar 9.13.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema Euler ( $h = 5$ )	83
<b>Gambar 9.14.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema Euler ( $h = 8$ )	83
<b>Gambar 9.15.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema RK-4 ( $h = 0.5$ )	84
<b>Gambar 9.16.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema RK-4 ( $h = 2$ )	84
<b>Gambar 9.17.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema RK-4 ( $h = 5$ )	85
<b>Gambar 9.18.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema RK-4 ( $h = 8$ )	85
<b>Gambar 9.19.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema RK-4 ( $h = 20$ )	86
<b>Gambar 9.20.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema RK-4 ( $h = 21$ )	86
<b>Gambar 9.21.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema RK-4 ( $h = 22$ )	87
<b>Gambar 9.22.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema NSFD ( $h = 0.5$ )	87
<b>Gambar 9.23.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema NSFD ( $h = 2$ )	88

<b>Gambar 9.24.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema NSFD ( $h = 5$ )	88
<b>Gambar 9.25.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema NSFD ( $h = 8$ )	89
<b>Gambar 9.26.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema NSFD ( $h = 20$ )	89
<b>Gambar 9.27.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema NSFD ( $h = 21$ )	90
<b>Gambar 9.28.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema NSFD ( $h = 22$ )	90
<b>Gambar 9.29.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema NSFD ( $h = 30$ )	91
<b>Gambar 9.30.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema NSFD ( $h = 50$ )	91
<b>Gambar 9.31.</b> Perilaku solusi model SIR dengan faktor demografi menggunakan skema NSFD ( $h = 100$ )	92
<b>Gambar 9.32.</b> Perilaku solusi model SIR dengan vaksinasi dan laju insidensi tersaturasi dengan menggunakan skema Euler ( $h = 1$ )	94
<b>Gambar 9.33.</b> Perilaku solusi model SIR dengan vaksinasi dan laju insidensi tersaturasi dengan menggunakan skema Euler ( $h = 1.35$ )	95
<b>Gambar 9.34.</b> Diagram bifurkasi pada bidang $(h,S)$ dengan menggunakan skema Euler	96
<b>Gambar 9.35.</b> Diagram bifurkasi pada bidang $(h,I)$ dengan menggunakan skema Euler	96
<b>Gambar 9.36.</b> Diagram bifurkasi pada bidang $(h,S)$ dengan menggunakan skema NSFD	97
<b>Gambar 9.37.</b> Diagram bifurkasi pada bidang $(h,I)$ dengan menggunakan skema NSFD	98

**Gambar 9.38.** Perilaku solusi model SIR dengan vaksinasi dan laju insidensi tersaturasi dengan menggunakan skema NSFD versi 1 ( $h = 1.5$ ) 99

**Gambar 9.39.** Perilaku solusi model SIR dengan vaksinasi dan laju insidensi tersaturasi dengan menggunakan skema NSFD versi 1 ( $h = 2$ ) 99

**Gambar 9.40.** Perilaku solusi model SIR dengan vaksinasi dan laju insidensi tersaturasi dengan menggunakan skema NSFD versi 2 ( $h = 1.5$ ) 100

**Gambar 9.41.** Perilaku solusi model SIR dengan vaksinasi dan laju insidensi tersaturasi dengan menggunakan skema NSFD versi 2 ( $h = 2$ ) 100

# BAB 1

## PENDAHULUAN

**E**pidemiologi adalah ilmu yang mempelajari distribusi, penyebab, dan faktor-faktor yang memengaruhi kesehatan dan penyakit dalam populasi manusia. Ilmu ini digunakan untuk mengidentifikasi pola-pola penyakit, mengukur dampaknya, dan merancang strategi pencegahan dan pengendalian penyakit. Ilmu ini mencoba menjawab beberapa pertanyaan utama, seperti:

1. Bagaimana suatu penyakit dapat menyebar dalam sebuah populasi?
2. Faktor-faktor apa saja yang berkontribusi terhadap penyebaran suatu penyakit dalam sebuah populasi?
3. Bagaimana cara mencegah dan mengendalikan penyakit tersebut?

Epidemiologi mempelajari sejumlah besar isu kesehatan masyarakat, termasuk penyakit menular, penyakit tidak menular, kesehatan lingkungan, dan kesehatan masyarakat. Hasil dari penelitian di bidang epidemiologi dapat digunakan untuk membantu pemerintah, rumah sakit, dan lembaga kesehatan dalam mengambil keputusan kebijakan yang berkaitan dengan kesehatan masyarakat.

Pemodelan matematika adalah proses penggunaan konsep matematika untuk merepresentasikan, menganalisis, dan memahami berbagai fenomena dan situasi dalam dunia nyata. Pemodelan matematika membantu dalam menjawab pertanyaan-pertanyaan yang berhubungan dengan perubahan, dinamika, dan interaksi antara berbagai variabel atau elemen dalam suatu sistem.

Dalam konteks epidemiologi, pemodelan matematika adalah alat yang sangat penting untuk memahami, memprediksi, dan mengendalikan penyebaran penyakit di antara populasi manusia atau hewan. Beberapa kaitan antara pemodelan matematika dan epidemiologi adalah sebagai berikut:

1. Model matematika dapat digunakan untuk menggambarkan bagaimana penyakit menular menyebar dalam sebuah populasi. Misalnya, model SIR (*Susceptible-Infectious-Recovered*) digunakan untuk menggambarkan dinamika penyebaran penyakit menular.
2. Model matematika dapat digunakan untuk meramalkan perkembangan epidemi suatu penyakit. Hal ini dapat membantu pemerintah dan lembaga kesehatan dalam merencanakan respons yang efektif terhadap wabah.
3. Model matematika memungkinkan epidemiologis untuk menguji berbagai strategi pengendalian penyakit (seperti imúnisasi, isolasi, karantina, dan lainnya) dan memahami dampaknya pada penyebaran penyakit.
4. Pemodelan matematika dapat digunakan untuk mengidentifikasi faktor-faktor risiko, pola penyebaran penyakit, dan dampak intervensi kesehatan masyarakat.
5. Model matematika membantu dalam penilaian risiko epidemiologi, terutama dalam situasi krisis seperti wabah penyakit yang baru muncul, seperti Covid-19. Model-model matematika ini dapat membantu meramalkan sejauh mana penyakit tersebut dapat menyebar dan berpotensi mengancam populasi.
6. Hasil dari pemodelan matematika di bidang epidemiologi dapat digunakan dalam pengambilan keputusan kesehatan masyarakat. Informasi dari model dapat membantu pemerintah dan lembaga kesehatan dalam merancang kebijakan dan strategi pencegahan.

Pemodelan matematika di bidang epidemiologi banyak melibatkan konsep matematika di bidang persamaan diferensial, konsep statistika, dan konsep komputasi numerik untuk menggambarkan perubahan jumlah populasi yang terinfeksi dan cara penyebaran penyakit. Pemodelan ini memungkinkan epidemiologis untuk menguji hipotesis, mengidentifikasi solusi terbaik, dan memberikan rekomendasi dalam menghadapi situasi epidemiologis yang berbeda.

Hubungan antara epidemiologi, pemodelan matematika, dan alat-alat komputasi dapat digunakan untuk memerangi penyebaran suatu penyakit di sebuah wilayah. Model-model matematika yang disajikan pada buku ini berdasarkan pada persamaan-persamaan diferensial biasa yang menggambarkan dinamika penyebaran penyakit menular. Studi analitik yang dilakukan berkaitan dengan titik-titik kesetimbangan, kestabilan titik kesetimbangan, dan bilangan reproduksi dasar.

Pentingnya melakukan pemodelan matematika di bidang epidemiologi dikarenakan beberapa hal, antara lain:

1. Model-model epidemik dapat memberikan pemahaman yang lebih baik dalam penyebaran penyakit.
2. Model-model epidemik dapat memainkan peranan penting untuk menghitung dan mengestimasi parameter-parameter yang berperan penting dalam dinamika penyebaran penyakit.
3. Model-model penyakit dapat digunakan untuk memprediksi keefektifan dari strategi-strategi yang berbeda untuk kontrol penyakit.
4. Model-model epidemik memberikan pemahaman yang lebih luas mengenai sifat-sifat parameter ambang batas penyakit.
5. Model-model epidemik dapat menghitung banyaknya titik kesetimbangan dan dapat menganalisis kestabilannya.
6. Model-model epidemik dapat menentukan nilai-nilai bifurkasi yang menyebabkan perubahan kualitatif dalam dinamika populasi.
7. Model-model epidemik dapat digunakan untuk melakukan simulasi terjadinya wabah dan melakukan strategi-strategi intervensi.
8. Model-model epidemik dapat menyediakan informasi mengenai keakuratan dari sistem pengawasan yang tersedia untuk penyakit menular apa pun dan mengusulkan metode-metode pengawasan yang lebih efektif.
9. Model-model epidemik dapat menginterpretasikan data epidemiologi dan merekomendasikan kebijakan intervensi untuk mengontrol penyebaran penyakit.
10. Model-model epidemik dapat menghubungkan dinamika penyebaran penyakit menular dengan fenomena lingkungan pada sebuah skala yang lebih luas.





## BAB 2 PEMODELAN MATEMATIKA

**S**ebuah model matematika adalah sebuah representasi masalah dunia nyata ke dalam notasi matematika dengan membentuk sebuah masalah matematika yang berkaitan dengan masalah dunia nyata tersebut. Konsep, metode, dan teknik matematika dimanfaatkan untuk menyelesaikan masalah matematika. Solusi yang diperoleh diterjemahkan kembali ke dalam konteks masalah dunia nyata.

Terdapat enam langkah yang harus dilakukan dalam proses pemodelan matematika, yaitu

1. memformulasikan masalah dunia nyata,
2. membuat asumsi,
3. memformulasikan masalah matematika (membuat model),
4. menyelesaikan masalah matematika (model),
5. melakukan interpretasi terhadap solusi model matematika, dan
6. melakukan verifikasi model matematika.

## KEPUSTAKAAN

1. A. Suryanto & I. Darti. (2020). On the nonstandard numerical discretization of SIR epidemic model with a saturated incidence rate and vaccination. *AIMS Math*, 2020(6), 141–155.
2. B. Yong & L. Owen. (2016). Dynamical transmission model of MERS-CoV in two areas. *AIP Conference Proceedings*, 1716, 020010.
3. B. Yong & P. Efelin. (2020). Kontrol penyebaran penyakit SARS dengan menggunakan analisis sensitivitas pada bilangan reproduksi dasar. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications*, 17(2), 139–156.
4. B. Yong, L. Owen, & J. Hoseana. (2022). Mathematical analysis of an epidemic model for COVID-19: how important is the people's cautiousness level for eradication? *Letters in Biomathematics*, 9(1), 3–22.
5. B. Yong, J. Hoseana, & L. Owen. (2022). From pandemic to a new normal: strategies to optimise governmental interventions in Indonesia based on an SVEIQHR-type mathematical model. *Infectious Disease Modelling*, 7(3), 346–363.
6. D. G. Zill. (2009). *A first course in differential equations with modeling applications*. Brooks/Cole.
7. E. S. Allman & J. A. Rhodes. (2004). *Mathematical models in biology: an introduction*. Cambridge University Press.
8. E. Vynnycky & R. G. White. (2010). *An introduction to infectious disease modelling*. Oxford University Press.
9. F. Brauer, C. Castillo-Chavez, & Z. Feng. (2019). *Mathematical models in epidemiology*. Springer.
10. F. Brauer, P. v. d. Driessche, & J. Wu. (2008). *Mathematical epidemiology*. Springer.
11. F. R. Gantmacher. (2000). *The theory of matrices*. AMS Chelsea Publishing.
12. G. Chowell, J. M. Hyman, L. M. A. Bettencourt, & C. Castillo-Chavez. (2009). *Mathematical and statistical estimation approaches in epidemiology*. Springer.

13. G. Suryahartanto & B. Yong. (2022). Optimal control analysis of three control factors on susceptible and infected compartments for computer viruses in a computer network. *Current Applied Science and Technology*, 22(3), 1-10.
14. H. Trottier & P. Phillippe. (2001). Deterministic modelling of infectious disease: theory and methods. *The Internet Journal of Infectious Disease*, 1(2).
15. H. W. Hethcote. (2000). The mathematics of infectious diseases. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 42(4), 599-653.
16. J. C. Kamgang & G. Sallet. (2008). Computation of threshold conditions for epidemiological models and global stability of the disease-free equilibrium. *Mathematical Biosciences*, 213, 1-12.
17. J. D. Murray. (2002). *Mathematical biology: I. an introduction*. Springer.
18. J. M. Last. (2001). *A dictionary of epidemiology*. Oxford University Press.
19. J. P. LaSalle. (1976). The stability of dynamical systems. *Regional Conference Series in Applied Mathematics*. SIAM.
20. J. R. Heffernan, R. J. Smith, & L. M. Wahl. (2005). Perspective on the basic reproductive ratio. *Journal of the Royal Society Interface*, 2, 281-293.
21. L. Cai, X. Li, M. Ghosh, & B. Guo. (2009). Stability analysis of an HIV/AIDS epidemic model with treatment. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 229, 313-323.
22. L. J. Allen & P. v. d. Driessche. (2008). The basic reproduction number in some discrete-time epidemic models. *Journal of Difference Equations and Applications*, 14(10-11), 1127-1147.
23. L. Bailey, K. Vardulaki, J. Langham, & D. Chandramohan. (2005). *Introduction to epidemiology*. Open University Press.
24. M. Derouich & A. Boutayeb. (2006). Dengue fever: mathematical modelling and computer simulation. *Applied Mathematics and Computation*, 177(2), 528- 544.
25. M. J. Keeling & P. Rohani. (2007). *Modelling infectious diseases in humans and animals*, Princeton University Press.
26. M. Martcheva. (2015). *An introduction to mathematical epidemiology*. Springer.
27. M. T. Hoang & O. F. Egbelowo. (2020). On The global asymptotic stability of a hepatitis B epidemic model and its solutions by nonstandard numerical scheme. *Boletin de la Sociedad Matematica Mexicana*, 2020.

28. N. Chitnis, J.M. Hyman, & J.M. Cushing. (2008). Determining important parameters in the spread of malaria through the sensitivity analysis of a mathematical model. *Bulletin of Mathematical Biology*, 70, 1272-1296.
29. O. Diekmann & J. A. Heesterbeek. (2000). *Mathematical epidemiology of infectious diseases: model building, analysis, and interpretation*. Wiley.
30. P. N. V. Tu. (1992). *Dynamical systems: an introduction with applications in economics and biology*. Springer.
31. P. v. d. Driessche & J. Watmough. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Biosciences*, 180, 29-48.
32. R. C. Robinson. (2012). *An introduction to dynamical systems: continuous and discrete*. American Mathematical Society.
33. R. E. Mickens. (2005). *Applications of nonstandard finite difference schemes*. World Scientific.
34. R. M. Anderson & R. M. May. (1991). *Infectious diseases of humans: dynamics and control*. Oxford University Press.
35. R. M. Anderson. (1991). Discussion: the Kermack-Mckendrick epidemic threshold theorem. *Bulletin Math Biology*, 53, 3-32.
36. S. H. Strogatz. (2001). *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. Westview Press.
37. S. J. Farlow. (2006). *An introduction to differential equation and their applications*. Dover Publications.
38. S. Lenhart & J. T. Workman. (2007). *Optimal control applied to biological models*. CRC Press.
39. T. K. Kar & A. Batabyal. (2011). Stability analysis and optimal control of an SIR epidemic model with vaccination. *Biosystems*, 104, 127-135.
40. W. E. Boyce, R. C. Diprima, & D. B. Meade. (2017). *Elementary differential equations and boundary value problems*. Wiley.
41. W. O. Kermack & A. G. McKendrick. (1927). A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 115(772), 700-721.
42. X. Liu, Y. Takeuchi, & S. Iwami. (2008). SVIR epidemic models with vaccination strategies. *Journal of Theoretical Biology*, 253, 1-11.
43. Y. Takeuchi, Y. Iwasa, & K. Sato. (2007). *Mathematics for life science and medicine*. Springer-Verlag.
44. Z. Feng, C. Castillo-Chavez, & A. F. Capurro. (2000). A model for tuberculosis with exogenous reinfection. *Theoretical Population Biology*, 57, 235-247.

45. Z. Q. Xia, J. Zhang, Y. K. Xue, G. Q. Sun, & Z. Jin. (2015). Modeling the transmission of middle east respirator syndrome corona virus in the republic of Korea. *PLoS ONE*, 10(12).

# LAMPIRAN KODE PROGRAM MAPLE

*Input* menggunakan Maple Input > dan *output* akan berwarna biru.

**Kode program untuk menentukan matriks Jacobian, polinomial karakteristik, nilai eigen, dan vektor eigen.**

*Package* yang perlu dipanggil terlebih dahulu adalah

```
> restart : with( VectorCalculus ) : with( LinearAlgebra ) :
```

Tuliskan sistem persamaan diferensial

```
> eq1 := 2 · x - y; eq2 := -1 · x + y;
      eq1 := 2 x - y
      eq2 := -x + y
```

Titik kesetimbangannya adalah

```
> solve( {eq1, eq2}, [x, y] )
      [[x = 0, y = 0]]
```

Matriks Jacobian, polinomial karakteristik, nilai eigen, dan vektor eigennya adalah

```
> Matriks_Jacobian := Jacobian( [eq1, eq2], [x, y] )
      Matriks_Jacobian :=  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ 
> Polinom_Karakteristik
      := CharacteristicPolynomial( Matriks_Jacobian,
      lambda )
      Polinom_Karakteristik :=  $\lambda^2 - 3\lambda + 1$ 
> Eigenvalues( Matriks_Jacobian )
       $\begin{bmatrix} \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} \\ \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5} \end{bmatrix}$ 
```

>  $ev := \text{Eigenvectors}(\text{Matriks\_Jacobian})$

$$ev := \begin{bmatrix} \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} \\ \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{1}{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}} & \frac{1}{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}} \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

>  $\text{Nilai\_Eigen\_1} := ev[1][1]$

$$\text{Nilai\_Eigen\_1} := \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

>  $\text{Vektor\_Eigen\_1} := \text{simplify}(\text{Column}(ev[2], 1))$

$$\text{Vektor\_Eigen\_1} := \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{5} - 1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

>  $\text{Nilai\_Eigen\_2} := ev[1][2]$

$$\text{Nilai\_Eigen\_2} := \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

>  $\text{Trace}(\text{Matriks\_Jacobian})$

3

>  $\text{Determinant}(\text{Matriks\_Jacobian})$

1

>  $\text{hitung\_D} := (\text{Trace}(\text{Matriks\_Jacobian}))^2 - 4$   
 $\cdot \text{Determinant}(\text{Matriks\_Jacobian})$

$$\text{hitung\_D} := 5$$

**Kode program untuk menentukan kestabilan dari titik kesetimbangan dengan menggunakan kriteria Routh.**

Package yang perlu dipanggil terlebih dahulu adalah

>  $\text{with}(\text{DynamicSystems}) :$

Perhatikan polinomial karakteristik pada contoh sebelumnya.

```

> Polinom_Karakteristik

$$\lambda^2 - 3\lambda + 1$$

> RouthTable(Polinom_Karakteristik, lambda)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \lambda^2 \\ -3 & 0 & \lambda \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> RouthTable(Polinom_Karakteristik, lambda,
'stablecondition'= true)
false

```

Terlihat *output false* karena ada koefisien dari kolom pertama tabel Routh yang bernilai negatif. Dari hasil sebelumnya telah diperoleh bahwa kedua nilai eigennya bertanda positif.

Secara umum, untuk polinomial karakteristik berderajat dua, tiga, dan empat, kondisi-kondisi yang harus dipenuhi agar nilai semua akar dari persamaan karakteristiknya bertanda negatif adalah sebagai berikut:

```

> polinom2 := a[0]·z2 + a[1]·z + a[2] ;
> RouthTable(polinom2, z)

$$\begin{bmatrix} a_0 & a_2 & z^2 \\ a_1 & 0 & z \\ a_2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> RouthTable(polinom2, z,'stablecondition'= true)
0 < a0 and 0 < a1 and 0 < a2 or a0 < 0 and a1 < 0
and a2 < 0

```

```

> polinom3 := a[0]·z3 + a[1]·z2 + a[2]·z + a[3] ;
> RouthTable(polinom3, z)

```



$$\begin{bmatrix} a_0 & a_2 & z^3 \\ a_1 & a_3 & z^2 \\ a_2 - \frac{a_0 a_3}{a_1} & 0 & z \\ a_3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> *RouthTable*(*polinom3*, *z*, 'stablecondition'= true)

$$0 < a_0 \text{ and } 0 < a_1 \text{ and } 0 < a_3 \text{ and } 0 < a_2 - \frac{a_0 a_3}{a_1} \text{ or}$$

$$a_0 < 0 \text{ and } a_1 < 0 \text{ and } a_3 < 0 \text{ and } a_2 - \frac{a_0 a_3}{a_1} < 0$$

> *polinom4* :=  $a[0] \cdot z^4 + a[1] \cdot z^3 + a[2] \cdot z^2 + a[3] \cdot z + a[4]$ :

> *RouthTable*(*polinom4*, *z*)

$$\begin{bmatrix} a_0 & a_2 & a_4 & z^4 \\ a_1 & a_3 & 0 & z^3 \\ a_2 - \frac{a_0 a_3}{a_1} & a_4 & 0 & z^2 \\ a_3 - \frac{a_1 a_4}{a_2 - \frac{a_0 a_3}{a_1}} & 0 & 0 & z \\ a_4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> *RouthTable*(*polinom4*, *z*, 'stablecondition'= true)

$$0 < a_0 \text{ and } 0 < a_1 \text{ and } 0 < a_4 \text{ and } 0 < a_2 - \frac{a_0 a_3}{a_1}$$

$$\text{and } 0 < a_3 - \frac{a_1 a_4}{a_2 - \frac{a_0 a_3}{a_1}} \text{ or } a_0 < 0 \text{ and } a_1 < 0$$

$$\text{and } a_4 < 0 \text{ and } a_2 - \frac{a_0 a_3}{a_1} < 0 \text{ and } a_3$$

$$- \frac{a_1 a_4}{a_2 - \frac{a_0 a_3}{a_1}} < 0$$

## Kode program untuk menentukan solusi numerik dengan menggunakan skema Runge-Kutta

Package yang perlu dipanggil terlebih dahulu adalah

```
> restart : with(DEtools) : with(plots) :
```

Tuliskan nilai-nilai parameter dan sistem persamaan diferensial model SIR dengan demografi. Di MAPLE, simbol gamma diproteksi sehingga kita perlu menuliskan local gamma untuk simbol tersebut.

```
> Lambda := 0.94 : beta := 0.015 : mu := 0.01 :
> local gamma := 0.09 :
> sistem := \frac{d}{dt} S(t) = Lambda - mu \cdot S(t) - beta \cdot S(t)
\cdot In(t),
\frac{d}{dt} In(t) = beta \cdot S(t) \cdot In(t) - mu \cdot In(t) - gamma \cdot In(t),
\frac{d}{dt} R(t) = gamma \cdot In(t) - mu \cdot R(t) :
```

Tuliskan nilai-nilai awalnya.

```
> nilai_awal := S(0) = 9, In(0) = 1, R(0) = 0 :
```

Perintah untuk solusi numerik menggunakan skema Runge-Kutta adalah sebagai berikut:

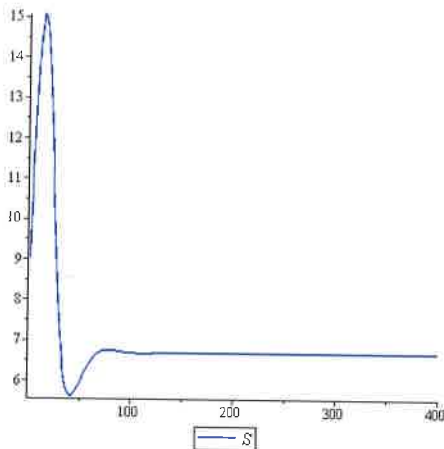
```
> solusi_rk45 := dsolve( {sistem, nilai_awal}, numeric,  
method = rkf45, output = procedurelist) :
```

Output akan diurutkan berdasarkan alfabet.

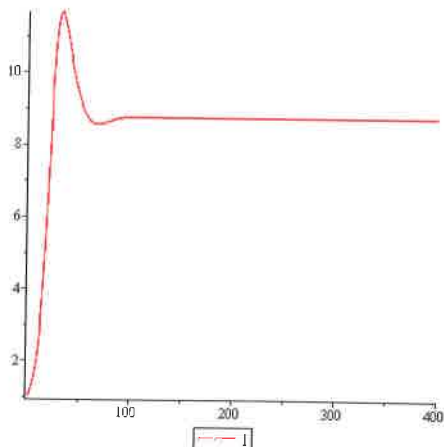
```
> solusi_rk45(0)  
[ t = 0., I_n(t) = 1., R(t) = 0., S(t) = 9.]
```

Berikut ini merupakan perintah untuk menggambar deret waktu dari model SIR dengan demografi.

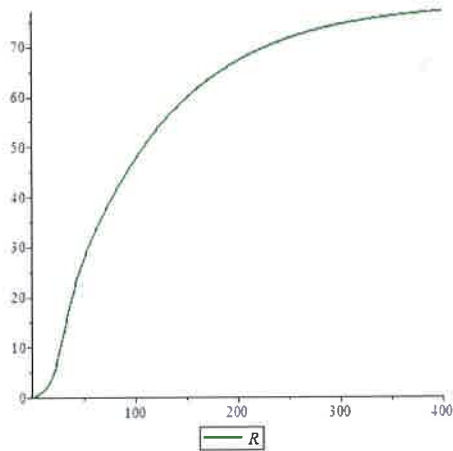
```
> plot_S := listplot( [seq(rhs(solusi_rk45(t)[4]), t = 0  
..400) ], color = "Blue", legend = 'S') : plot_S
```



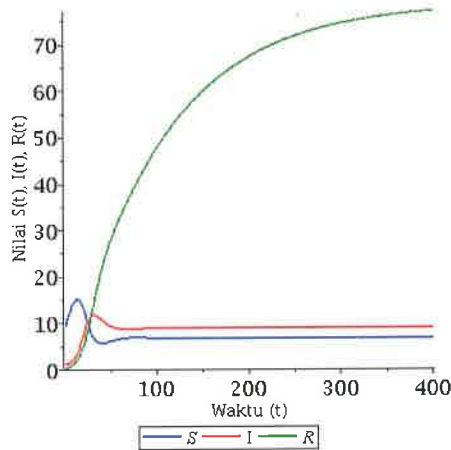
```
> plot_I := listplot( [seq(rhs(solusi_rk45(t)[2]), t = 0  
..400) ], color = "Red", legend = 'I') : plot_I
```



```
> plot_R := listplot([seq(rhs(solusi_rk45(t)[3]), t=0
..400)], color="Green", legend='R'):plot_R
```



```
> display(plot_S, plot_I, plot_R, labels = ["Waktu (t)",
"Nilai S(t), I(t), R(t)"], labeldirections = [horizontal,
vertical], axesfont = [Times, default, 14], labelfont
= [Times, default, 12])
```



**Kode program untuk menentukan bilangan reproduksi dasar dengan menggunakan matriks generasi.**

```
> restart : with(LinearAlgebra) : with(VectorCalculus) :
> sistem2 := Lambda - mu · S - beta · S · In = 0,
beta · S · In - mu · In - gamma · In = 0,
gamma · In - mu · R = 0 :
```

Titik ekuilibrium

> Titik\_Ekuilibrium := solve([sistem2], {S, In, R})

$$\begin{aligned} \text{Titik\_Ekuilibrium} &:= \left\{ In = 0, R = 0, S = \frac{\Lambda}{\mu} \right\}, \left\{ In \right. \\ &= \frac{\Lambda \beta - \gamma \mu - \mu^2}{\beta (\gamma + \mu)}, R = \frac{(\Lambda \beta - \gamma \mu - \mu^2) \gamma}{\beta (\gamma + \mu) \mu}, S \\ &= \left. \frac{\gamma + \mu}{\beta} \right\} \end{aligned}$$

Matriks generasi

> F[1] := Lambda :

F[2] := beta · S · In :

F[3] := gamma · In :

> M[1] := mu · S + beta · S · In :

M[2] := mu · In + gamma · In :

M[3] := mu · R :

> Ff := Jacobian([F[1], F[2], F[3]], [S, In, R])

$$f := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ In \beta & S \beta & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \end{bmatrix}$$

> m := Jacobian([M[1], M[2], M[3]], [S, In, R])

$$m := \begin{bmatrix} In \beta + \mu & S \beta & 0 \\ 0 & \gamma + \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$

> Ff.MatrixInverse(m)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{In \beta}{In \beta + \mu} & -\frac{In \beta^2 S}{(In \beta + \mu) (\gamma + \mu)} + \frac{S \beta}{\gamma + \mu} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma}{\gamma + \mu} & 0 \end{bmatrix}$$

> R0 := Eigenvalues(%)

$$R0 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{S \beta \mu}{\ln \beta \gamma + \ln \beta \mu + \gamma \mu + \mu^2} \end{pmatrix}$$

> subs(Titik\_Ekuilibrium[1], R0)

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\Lambda \beta}{\gamma \mu + \mu^2} \end{pmatrix}$$

**Kode program untuk menentukan bilangan reproduksi dasar melalui matriks generasi dan indeks sensitivitas dari bilangan reproduksi dasar terhadap parameter-parameternya**

> restart : with(LinearAlgebra) : with(VectorCalculus) :

> sistem4 := a -  $\frac{b \cdot S \cdot In}{1 + c \cdot In}$  - (d + e) · S = 0,

$\frac{b \cdot S \cdot In}{1 + c \cdot In}$  - (d + f + g) · In = 0,

e · S + f · In - d · R = 0 :

Titik ekuilibrium

> Titik\_Ekuilibrium := solve([sistem4], {S, In, R})

$$\begin{aligned}
 \text{Titik\_Ekulibrium} &:= \left\{ In = 0, R = \frac{ea}{(d+e)d}, S \right. \\
 &= \left. \frac{a}{d+e} \right\}, \left\{ In = (ab - d^2 - de - df - dg \right. \\
 &- ef - eg) / (cd^2 + cde + cdf + cdg + cef \\
 &+ ceg + bd + bf + bg), R = (acde + acef \\
 &+ aceg + abf + d^2e - d^2f + def + 2deg - df^2 \\
 &- dfg + efg + eg^2) / (d(cd + ce + b)(d + f \\
 &+ g)), S = \left. \frac{ac + d + f + g}{cd + ce + b} \right\}
 \end{aligned}$$

Matriks generasi

$$> F[1] := a : F[2] := \frac{b \cdot S \cdot In}{1 + c \cdot In} : F[3] := f \cdot In :$$

$$> M[1] := \frac{b \cdot S \cdot In}{1 + c \cdot In} + (d + e) \cdot S :$$

$$M[2] := (d + f + g) \cdot In :$$

$$M[3] := -1 \cdot e \cdot S + d \cdot R :$$

$$> Ff := \text{Jacobian}([F[1], F[2], F[3]], [S, In, R])$$

$$Ff := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{b \cdot In}{In \cdot c + 1} & \frac{b \cdot S}{In \cdot c + 1} - \frac{b \cdot S \cdot In \cdot c}{(In \cdot c + 1)^2} & 0 \\ 0 & f & 0 \end{bmatrix}$$

$$> m := \text{Jacobian}([M[1], M[2], M[3]], [S, In, R])$$

$$m := \begin{bmatrix} \frac{b \cdot In}{In \cdot c + 1} + d + e & \frac{b \cdot S}{In \cdot c + 1} - \frac{b \cdot S \cdot In \cdot c}{(In \cdot c + 1)^2} & 0 \\ 0 & d + f + g & 0 \\ -e & 0 & d \end{bmatrix}$$

$$> Ff \cdot \text{MatrixInverse}(m)$$

$$\begin{bmatrix} 0,0,0 \end{bmatrix}$$

$$\left[ \frac{b \ln}{\ln c d + \ln c e + \ln b + d + e} \right]$$

$$-(b^2 \ln S) / ((\ln c + 1)^2 (d + f + g) (\ln c d$$

$$+ \ln c e + \ln b + d + e))$$

$$+ \frac{\frac{b S}{\ln c + 1} - \frac{b S \ln c}{(\ln c + 1)^2}}{d + f + g} \cdot 0 \left. \right]$$

$$\left[ \left[ 0, \frac{f}{d + f + g}, 0 \right] \right]$$

> R0 := Eigenvalues(%)

$$R0 := \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \left[ ((d + e) b S) / (\ln^2 c^2 d^2 + \ln^2 c^2 d e \right. \\ & + \ln^2 c^2 d f + \ln^2 c^2 d g + \ln^2 c^2 e f + \ln^2 c^2 e g \\ & + \ln^2 b c d + \ln^2 b c f + \ln^2 b c g + 2 \ln c d^2 \\ & + 2 \ln c d e + 2 \ln c d f + 2 \ln c d g + 2 \ln c e f \\ & + 2 \ln c e g + \ln b d + \ln b f + \ln b g + d^2 + d e + d, \\ & \left. + d g + e f + e g) \right] \end{aligned}$$

> subs(Titik\_Ekuilibrium[1], R0)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{b a}{d^2 + d e + d f + d g + e f + e g} \end{bmatrix}$$



$$\begin{aligned} > \text{factor}(d^2 + d e + d f + d g + e f + e g) \\ & \qquad (d + f + g) (d + e) \end{aligned}$$

Bilangan reproduksi

$$> R0 := \frac{a \cdot b}{(d + f + g) (d + e)} :$$

Parameter-parameter yang digunakan

$$\begin{aligned} > \text{parameter} := \{a = 4, b = 0.5, c = 0.01, d = 0.5, e = 0.2, f \\ & \qquad = 0.1, g = 0.1\} : \end{aligned}$$

Bilangan reproduksi dasar untuk parameter tersebut

$$\begin{aligned} > \text{subs}(\text{parameter}, R0) \\ & \qquad 4.081632653 \end{aligned}$$

Indeks-indeks sensitivitas dari bilangan reproduksi dasar terhadap masing-masing parameternya

$$\begin{aligned} > \text{subs}\left(\text{parameter}, \frac{\text{diff}(R0, a) \cdot a}{R0}\right) \\ & \qquad 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{subs}\left(\text{parameter}, \frac{\text{diff}(R0, b) \cdot b}{R0}\right) \\ & \qquad 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{subs}\left(\text{parameter}, \frac{\text{diff}(R0, c) \cdot c}{R0}\right) \\ & \qquad 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{subs}\left(\text{parameter}, \frac{\text{diff}(R0, d) \cdot d}{R0}\right) \\ & \qquad -1.428571429 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{subs}\left(\text{parameter}, \frac{\text{diff}(R0, e) \cdot e}{R0}\right) \\ & \qquad -0.2857142858 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{subs}\left(\text{parameter}, \frac{\text{diff}(R0, f) \cdot f}{R0}\right) \\ & \qquad -0.1428571429 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{subs}\left(\text{parameter}, \frac{\text{diff}(R0, g) \cdot g}{R0}\right) \\ & \qquad -0.1428571429 \end{aligned}$$

# LAMPIRAN KODE PROGRAM MATLAB

**Kode program M-file untuk menentukan solusi numerik model SIR dengan demografi menggunakan skema Runge-Kutta.**

Pertama-tama buatlah *function* yang berisikan persamaan-persamaan diferensial dari sistem persamaan diferensialnya. Pastikan nama *function* harus sama dengan nama *file*. Simpan *file*, misalkan dengan nama sistem.m.

```
function f = sistem(t,Y)

% Tulis nilai-nilai parameter yang ada
LAMBDA = 0.94;
BETA = 0.015;
MU = 0.01;
GAMMA = 0.09;

f = zeros(size(Y));

% Tulis sistem PD dengan S=Y(1), I=Y(2), R=Y(3)
f(1)=LAMBDA-MU*Y(1)-BETA*Y(1)*Y(2);
f(2)=BETA*Y(1)*Y(2)-MU*Y(2)-GAMMA*Y(2);
f(3)=GAMMA*Y(2)-MU*Y(3);
```

Untuk membuat sebuah gambar deret waktu dari model SIR, buat *file* lain dan simpan *file*, misalkan dengan nama sir\_plot.m.

```
% Perintah untuk menghapus Command Window
clc
% Perintah untuk menutup figure-figure yang terbuka
close all

% Perintah untuk memulai suatu figure
figure
grid on
hold on

% Lebar garis dipilih 1
set(0, 'DefaultLineLineWidth', 1);

% Solusi akan dihasilkan dari t=0 sampai t=tmax
tmax = 400;

% Metode RK-45 beserta nilai awal S(0)=9, I(0)=1, R(0)=0
[t,y] = ode45(@sistem,[0:tmax],[9 1 0]);

% Plot data yang ada
```

```

data_S = plot(t(:),y(:,1),'b-');
data_I = plot(t(:),y(:,2),'r-');
data_R = plot(t(:),y(:,3),'g-');

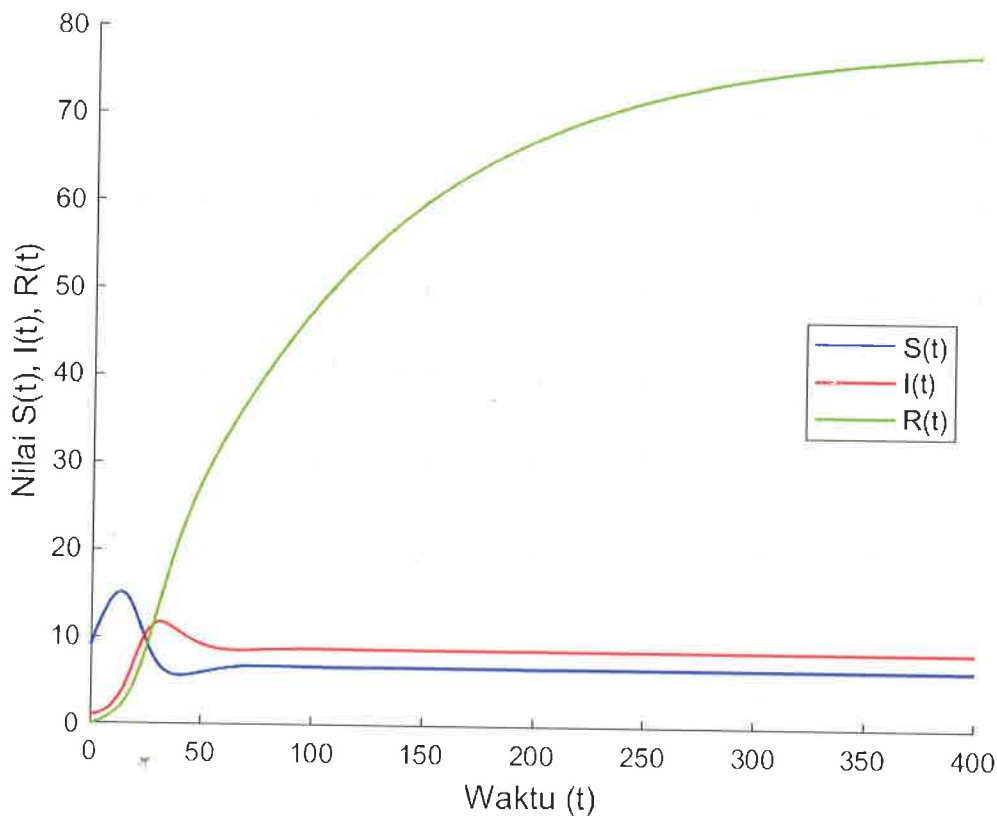
% Perintah untuk memberi nama sumbu horizontal dan vertikal
xlabel('Waktu (t)','FontSize', 12);
ylabel('Nilai S(t), I(t), R(t)','FontSize', 12);

% Perintah untuk membuat tampilan sumbu vertical dari 0 sampai 80
ylim([0 80])

% Perintah untuk menampilkan legend
legend([data_S,data_I,data_R],{'S(t)', 'I(t)', 'R(t)'}, 'Location', 'east', 'FontSize', 10);

```

Klik tombol **Run** dan akan diperoleh *output* sebagai berikut



## TENTANG PENULIS

**Benny Yong, S.Si., M.Si., Ph.D.**, menempuh pendidikan Sarjana Matematika di Universitas Katolik Parahyangan (UNPAR) pada tahun 2002 dan pada tahun yang sama menjadi dosen di Jurusan Matematika UNPAR. Gelar Magister di bidang Matematika diperoleh pada tahun 2005 dari Institut Teknologi Bandung (ITB). Pada tahun 2017 menyelesaikan program Doktor di bidang Statistika Terapan dari Sultan Idris Education University (UPSI) Malaysia. Berbagai hasil penelitian terkait pemodelan matematika di bidang epidemiologi telah banyak dipublikasikan di jurnal nasional maupun jurnal internasional. Bidang minat penelitian yang bersangkutan adalah matematika terapan dan statistika terapan khususnya di bidang epidemiologi dan politik. Mata kuliah yang pernah diampu antara lain Pemodelan Matematika, Proyek Pemodelan, Komputasi Statistika, Matematika Biologi, Biostatistika, Dinamika Populasi, dan Matematika Epidemiologi.



**Dr. Livia Owen, S.Si., M.Si.**, merupakan alumni dari Program Studi Matematika, Universitas Katolik Parahyangan dan kemudian melanjutkan studi magister dan doktoralnya di bidang Matematika, Institut Teknologi Bandung. Topik tesis dan disertasinya berfokus pada sistem dinamik dan teori bifurkasi. Sistem dinamik yang dipelajari diterapkan pada model mangsa-pemangsa, model interaksi pendulum, model ekonomi makro dan juga model penyakit. Tak hanya mengkaji secara analitik, penelitian juga memanfaatkan berbagai perangkat lunak yang dapat mensimulasikan model yang dikaji. Hasil penelitian tersebut juga menghasilkan berbagai Hak Kekayaan Intelektual berupa program komputer. Selain melakukan penelitian tersebut, yang bersangkutan juga aktif mengajar berbagai mata kuliah antara lain Persamaan Diferensial Biasa, Sistem Dinamik, dan Komputasi Matematika.





**D**alam dunia yang terus berkembang ini, salah satu tantangan terberat yang dihadapi manusia adalah mengatasi penyakit menular yang dapat cepat menyebar dan berdampak luas terhadap kesehatan masyarakat. Untuk itu perlu adanya suatu alat yang dapat berperan secara krusial dalam menghadapi tantangan tersebut. Pemodelan matematika telah memainkan peranan penting dalam menggambarkan dan menganalisis fenomena kompleks di dunia nyata. Dalam bidang epidemiologi, pemodelan matematika memungkinkan ilmuwan untuk memahami bagaimana penyakit menyebar di antara populasi. Model-model matematika membantu dalam memprediksi banyaknya kasus yang mungkin terjadi di masa yang akan datang. Selain itu, pemodelan matematika dapat mengevaluasi efektifitas kebijakan pengendalian penyakit dengan menganalisis berbagai model sehingga para pengambil kebijakan dapat mengambil langkah-langkah yang paling efektif dalam mengatasi penyebaran penyakit di daerahnya.

Buku **Pemodelan Matematika di Bidang Epidemiologi** mengungkapkan inti dari peran yang dimainkan oleh matematika dalam kajian analitik dan numerik untuk model-model penyebaran penyakit menular yang memengaruhi dinamika populasi. Buku yang terdiri dari sepuluh bab ini berisikan konsep-konsep matematika yang digunakan dalam pemodelan matematika di bidang epidemiologi. Buku ini akan membawa pembaca melintasi dunia pemodelan matematika yang cukup mendalam di bidang epidemiologi. Buku ini dapat dijadikan sebagai panduan bagi mereka yang tertarik memahami pemodelan matematika di bidang epidemiologi.



Jalan Ciumbuleuit 100  
Bandung 40141  
unparpress@unpar.ac.id

