

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh dari skripsi ini tersusun sebagai berikut.

1. Model matematis dari model mangsa-pemangsa dengan efek Allee sangat memengaruhi pertumbuhan populasi mangsa dan pemangsa. Pertumbuhan populasi mangsa bergantung dengan tingkat pertumbuhan dasar per kapita, tingkat konsumsi pemangsa per kapita, dan waktu paruh, sedangkan pertumbuhan populasi pemangsa bergantung dengan tingkat pertumbuhan dasar per kapita, kapasitas tampung yang proporsional dengan ukuran populasi mangsa, dan ambang batas dari populasi kritis.
2. Keberadaan titik-titik ekuilibrium dari model mangsa-pemangsa dengan efek Allee menyatakan kemungkinan-kemungkinan yang dapat terjadi pada kehidupan kedua populasi dan kestabilan dari titik-titik ekuilibrium dapat menentukan apakah kemungkinan-kemungkinan tersebut akan terjadi pada waktu yang akan datang. Berikut merupakan titik-titik ekuilibrium yang diperoleh dari sistem (3.1).
 - (a) Titik ekuilibrium $P_{1,1}$ dan $P_{2,1}$ yang menggambarkan kedua populasi mengalami kepunahan. Kedua titik ini bersifat tak stabil, yang berarti pada masa yang akan datang, kedua populasi tidak akan punah.
 - (b) Titik ekuilibrium $P_{1,2}$ dan $P_{2,2}$ yang menggambarkan populasi mangsa bertumbuh menuju kapasitas tampung habitatnya, sedangkan populasi pemangsa berkurang hingga mengalami kepunahan. Kedua titik ini bersifat stabil, yang berarti pada masa yang akan datang, populasi pemangsa akan punah dan populasi mangsa akan terus tumbuh hingga memenuhi habitatnya. Kemungkinan ini akan terjadi ketika ukuran awal populasi mangsa atau ukuran awal populasi pemangsa lebih kecil daripada ambang batas populasi kritis pada pemangsa.
 - (c) Titik ekuilibrium $P_{1,3}$ yang menggambarkan populasi mangsa dan pemangsa berukuran sama. Titik ini dapat mengalami perubahan kestabilan dari tak stabil menjadi stabil, dan sebaliknya. Titik ini bersifat tidak stabil yang berarti pertumbuhan populasi mangsa dan pemangsa akan mengalami siklus yang semakin lama semakin besar baik peningkatan maupun penurunan ukurannya, dan bersifat stabil yang berarti pertumbuhan populasi kedua spesies lambat laun akan sama besar. Ketika titik $P_{1,3}$ bersifat tidak stabil, titik ini berada di dalam suatu orbit tertutup di mana orbit tertutup tersebut merupakan *limit cycle* yang stabil, sehingga pertumbuhan populasi mangsa dan pemangsa akan berosilasi mendekati *limit cycle* tersebut.
 - (d) Titik ekuilibrium $P_{1,4}$ yang menggambarkan populasi mangsa berukuran lebih kecil dari populasi pemangsa di mana ukuran populasi pemangsa berada di ambang batas populasi kritis. Titik ini bersifat tak stabil, yang berarti pada masa yang akan datang, pertumbuhan populasi pemangsa tidak akan berhenti sampai ambang batas populasi kritis.
 - (e) Titik ekuilibrium $P_{1,5}$ yang menggambarkan ukuran populasi pemangsa berada di ambang batas populasi kritis dan lebih kecil daripada ukuran populasi mangsa. Titik ini bersifat

tak stabil, yang berarti pada masa yang akan datang, pertumbuhan populasi pemangsa tidak akan berhenti sampai ambang batas populasi kritis.

3. Pertumbuhan ukuran populasi mangsa dan populasi pemangsa yang dipengaruhi efek Allee memunculkan beberapa kemungkinan selain kepunahan. Laju pertumbuhan populasi pemangsa mengalami fenomena efek Allee sehingga kemungkinan-kemungkinan yang muncul adalah
 - (a) ukuran populasi mangsa dan ukuran populasi pemangsa meningkat dan menurun secara periodik,
 - (b) ukuran populasi mangsa dan ukuran populasi pemangsa akan menuju ke suatu titik yang artinya banyaknya kelahiran dan kematian tidak memicu penambahan atau pengurangan ukuran populasinya.

Dengan pemilihan nilai parameter untuk konstanta setengah jenuh pada mangsa dan ambang batas populasi kritis yang tepat, ditemukan bahwa sistem (3.1) terbentuk orbit hitam tertutup yang merupakan *limit cycle* stabil sehingga bifurkasi Hopf superkritikal terjadi.

5.2 Saran

Saran untuk pengembangan skripsi ini tersusun sebagai berikut.

1. Pemilihan nilai-nilai parameter yang lebih bervariasi.
2. Menyelidiki apa yang terjadi dengan pertumbuhan populasi mangsa apabila model populasi mangsa dipengaruhi efek Allee.
3. Menyelidiki dinamika dan bifurkasi yang lain dari populasi mangsa dan pemangsa dengan model mangsa-pemangsa yang sama dengan skripsi ini.

DAFTAR REFERENSI

- [1] Lotka, A. J. (1925) *Elements of Physical Biology*. Williams & Wilkins, Baltimore.
- [2] Volterra, V. (1926) Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically. *Nature*, **118**, 558–560.
- [3] Allee, W. C. (1931) *Animal Aggregations, a Study in General Sociology*. Chicago Press, Chicago.
- [4] Fang, K., Zhu, Z., Chen, F., dan Li, Z. (2022) Qualitative and bifurcation analysis in a Leslie-Gower model with Allee effect. *Qualitative Theory of Dynamical Systems*, **21**, 1–19.
- [5] Perälä, T., Hutchings, J. A., dan Kuparinen, A. (2022) Allee effects and the Allee-effect zone in northwest Atlantic cod. *Biology Letters*, **18**, 20210439.
- [6] Kuperman, M. N. dan Abramson, G. (2021) Allee effect in models of interacting species. *Chaos, Solitons & Fractals*, **153**, 111512.
- [7] Boyce, W. E., DiPrima, R. C., dan Meade, D. B. (2017) *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. John Wiley & Sons, United States of America.
- [8] Cramer, J. S. (2004) The early origins of the logit model. *Studies in History and Philosophy of Science Part C: Studies in History and Philosophy of Biological and Biomedical Sciences*, **35**, 613–626.
- [9] Strogatz, S. H. (2018) *Nonlinear Dynamics and Chaos with Student Solutions Manual: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. CRC Press, Boca Raton.
- [10] Courchamp, F., Berec, L., dan Gascoigne, J. (2008) *Allee Effects in Ecology and Conservation*. Oxford University Press, New York.
- [11] Murray, J. D. (2002) *Mathematical biology: I. An introduction*. Springer, Washington.
- [12] Begon, M., Howarth, R. W., dan Townsend, C. R. (2014) *Essentials of Ecology*. Wiley, Hoboken.
- [13] Lynch, S. (2009) *Dynamical Systems with Applications Using Maple*. Springer Science & Business Media, United Kingdom.
- [14] Molla, H., Rahman, M. S., dan Sarwardi, S. (2019) Dynamics of a predator–prey model with Holling type II functional response incorporating a prey refuge depending on both the species. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, **20**, 89–104.