

**SKRIPSI**

**PERAMALAN TABEL MORTALITA INDONESIA  
MENGUNAKAN METODE CAIRNS - BLAKE - DOWD  
SERTA PERBAIKANNYA MENGGUNAKAN INTERPOLASI  
RATA-RATA BERBOBOT**



**Ardelia Edina Tjahjono**

**NPM: 6161801037**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2022**

**FINAL PROJECT**

**FORECASTING OF INDONESIAN MORTALITY TABLE  
USING CAIRNS - BLAKE - DOWD METHOD AND THE  
IMPROVEMENT USING WEIGHT AVERAGE  
INTERPOLATION METHOD**



**Ardelia Edina Tjahjono**

**NPM: 6161801037**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2022**

# LEMBAR PENGESAHAN

## PERAMALAN TABEL MORTALITA INDONESIA MENGUNAKAN METODE CAIRNS - BLAKE - DOWD SERTA PERBAIKANNYA MENGGUNAKAN INTERPOLASI RATA-RATA BERBOBOT

Ardelia Edina Tjahjono

NPM: 6161801037

Bandung, 21 Juli 2022

Menyetujui,

Pembimbing 1



Iwan Sugiarto, M.Si.

Pembimbing 2



Rizky Reza Fauzi, D.Phil.Math.

Ketua Tim Penguji



Prof. Dr. Julius Dharma Lesmono

Anggota Tim Penguji



Liem Chin, M.Si.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

## PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **PERAMALAN TABEL MORTALITA INDONESIA MENGGUNAKAN METODE CAIRNS - BLAKE - DOWD SERTA PERBAIKANNYA MENGGUNAKAN INTERPOLASI RATA-RATA BERBOBOT**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 21 Juli 2022



Ardelia Edina Tjahjono  
NPM: 6161801037

## ABSTRAK

Tabel mortalita merupakan tabel yang menunjukkan tingkat kematian dalam setiap kelompok umur. Tabel mortalita Indonesia (TMI) biasanya digunakan oleh aktuaris untuk menghitung premi asuransi. Pada skripsi ini, digunakan model Cairns-Blake-Dowd (CBD) yang diperkenalkan oleh Cairns et al pada tahun 2006. Pada model ini, estimasi parameter akan ditentukan menggunakan metode kuadrat terkecil. Kemudian estimasi parameter tersebut dilanjutkan untuk menentukan peluang kematian seluruh kelompok usia dengan menggunakan metode *bivariate random walk* dengan *drift*. Namun dikarenakan periode penerbitan antar satu TMI dengan TMI lain yang berbeda-beda, digunakan interpolasi rata-rata berbobot untuk menentukan peluang kematian seluruh kelompok usia dari tahun 1993 sampai 2022 yang nantinya akan dijadikan sebagai acuan peluang kematian aktual. Analisis dilakukan karena TMI V belum diterbitkan, sehingga diharapkan dengan adanya analisis ini, dapat bermanfaat bagi pembaca yang membutuhkan data TMI selanjutnya.

**Kata-kata kunci:** Tabel Mortalita Indonesia, Metode Cairns-Blake-Dowd, Interpolasi Rata Rata Berbobot, Metode Kuadrat Terkecil.

## ABSTRACT

The mortality table is a table that shows the death rate in each age group. The Indonesian mortality table (TMI) is usually used by actuaries to calculate insurance premiums. In this final project, the Cairns-Blake-Dowd method is used which was introduced by Cairns et al in 2006. In this model, parameter estimation will be determined using the least squares method. Then the parameter estimation is continued to determine the probability of death for all age groups using the *bivariate random walk* method with *drift*. However, due to the different publishing periods between one TMI and another, a weighted average interpolation is used to determine the probability of death for all age groups from 1993 to 2022 which will later be used as a reference for the actual probability of death. The analysis was carried out because the Indonesian mortality table V has not been published, so it is hoped that with this analysis, it can be useful for readers who need further TMI data.

**Keywords:** Indonesian Mortality Table, Cairns-Blake-Dowd Method, Weighted Average Interpolation, Least Square Method.

## KATA PENGANTAR

Puji syukur pada Tuhan YME karena berkat rahmat-Nya yang melimpah penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "PERAMALAN TABEL MORTALITA MENGGUNAKAN METODE CAIRNS - BLAKE - DOWD SERTA PERBAIKANNYA MENGGUNAKAN INTERPOLASI RATA-RATA BERBOBOT". Skripsi ini dibuat untuk memenuhi persyaratan kelulusan di Jurusan Matematika Fakultas Teknologi Informasi dan Sains Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Tujuan dibuatnya skripsi ini yaitu untuk memaparkan ilmu yang diperoleh penulis selama melakukan perkuliahan di Universitas Katolik Parahyangan.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis tak lepas dari pengarahan dan bimbingan dari berbagai pihak. Maka penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang sudah membantu. Pihak-pihak tersebut diantaranya sebagai berikut:

- Orang tua, kakak, dan keluarga besar penulis yang sedikit banyak telah berpengaruh dalam pengambilan keputusan dan perjalanan penulis selama berkuliah.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. dan Bapak Rizky Reza Fauzi, D.Phil.Math. selaku dosen pembimbing yang telah membantu penulis selama proses penulisan skripsi ini.
- Bapak Dr. Julius Dharma Lesmono dan Bapak Liem Chin, M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran untuk skripsi ini.
- Seluruh dosen, tata usaha, dan pekaya FTIS yang memberikan bantuan dan dukungan selama penulis menjalankan kegiatan perkuliahan.
- Jeremia Harlim yang selalu menemani penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini.
- Caroline Tenggara yang telah membantu dan menjadi tempat berkeluh kesah penulis.
- Richard, Jevil, Inez yang telah membantu penulis selama masa perkuliahan berlangsung.
- ASSC yang telah memberikan keseruan selama masa perkuliahan penulis.
- KKOUBAMS yang selalu memberikan dukungan kepada penulis.
- Rekan-rekan penulis lainnya yang tidak dapat disebutkan satu persatu, yang sudah memberikan semangat dan dukungan kepada penulis.

Karena kebaikan semua pihak yang telah penulis sebutkan tadi maka penulis bisa menyelesaikan skripsi ini dengan sebaik-baiknya. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Bandung, Juli 2022

Penulis

# DAFTAR ISI

|  |             |
|--|-------------|
| <b>KATA PENGANTAR</b>  | <b>xv</b>   |
| <b>DAFTAR ISI</b>  | <b>xvii</b> |
| <b>DAFTAR GAMBAR</b>   | <b>xix</b>  |
| <b>1 PENDAHULUAN</b>   | <b>1</b>    |
| 1.1 Latar Belakang . . . . .   | 1           |
| 1.2 Rumusan Masalah . . . . .  | 2           |
| 1.3 Tujuan . . . . .   | 2           |
| 1.4 Sistematika Pembahasan . . . . .   | 2           |
| <b>2 LANDASAN TEORI</b>  | <b>3</b>    |
| 2.1 Fungsi Ketahanan Hidup . . . . .   | 3           |
| 2.2 Regresi Linier . . . . .   | 3           |
| 2.2.1 Regresi Linier Sederhana . . . . .   | 3           |
| 2.2.2 Regresi Linear Berganda . . . . .  | 4           |
| 2.3 Galat Rataan Kuadrat ( <i>Mean Square Error</i> ) . . . . .  | 5           |
| <b>3 METODE CAIRNS-BLAKE-DOWD DAN INTERPOLASI RATA-RATA BERBOBOT</b>   | <b>7</b>    |
| 3.1 Model Cairns-Blake-Dowd . . . . .  | 7           |
| 3.1.1 Metode Kuadrat Terkecil . . . . .  | 8           |
| 3.1.2 <i>Bivariate Random Walk</i> dengan <i>Drift</i> . . . . .   | 9           |
| 3.2 Interpolasi Rata-Rata Berbobot . . . . .   | 10          |
| <b>4 ANALISIS HASIL ESTIMASI DAN PERAMALAN TABEL MORTALITA INDONESIA</b>                                     | <b>13</b>   |
| 4.1 Langkah-Langkah . . . . .  | 13          |
| 4.2 Data untuk Model Cairns Blake-Dowd . . . . .   | 13          |
| 4.3 Estimasi Parameter pada Model Cairns Blake-Dowd . . . . .  | 14          |
| 4.3.1 Taksiran Peluang Kematian Untuk Semua Kelompok Usia . . . . .  | 14          |
| 4.3.2 Taksiran Peluang Kematian Untuk Kelompok Usia yang Dipartisi . . . . .                                 | 20          |
| 4.4 Peramalan Peluang Kematian menggunakan metode <i>Bivariate Random Walk</i> dengan <i>Drift</i> . . . . . | 25          |
| 4.5 Penentuan Peluang Kematian Menggunakan Interpolasi Rata-Rata Berbobot . . . . .                          | 32          |
| 4.6 Peramalan Peluang Kematian Menggunakan Metode <i>Bivariate Random Walk</i> dengan <i>Drift</i> . . . . . | 36          |
| <b>5 KESIMPULAN DAN SARAN PENGEMBANGAN</b>   | <b>45</b>   |
| 5.1 Kesimpulan . . . . .   | 45          |
| 5.2 Saran Pengembangan . . . . .   | 45          |
| <b>DAFTAR REFERENSI</b>  | <b>47</b>   |



## DAFTAR GAMBAR

|      |  |    |
|------|--|----|
| 4.1  | Plot usia 0-4                                | 17 |
| 4.2  | Plot usia 5-9                                | 17 |
| 4.3  | Plot usia 10-14                              | 17 |
| 4.4  | Plot usia 15-19                              | 17 |
| 4.5  | Plot usia 20-24                              | 17 |
| 4.6  | Plot usia 25-29                              | 17 |
| 4.7  | Plot usia 30-34                              | 18 |
| 4.8  | Plot usia 35-39                              | 18 |
| 4.9  | Plot usia 40-44                              | 18 |
| 4.10 | Plot usia 45-49                              | 18 |
| 4.11 | Plot usia 50-54                              | 18 |
| 4.12 | Plot usia 55-59                              | 18 |
| 4.13 | Plot usia 60-64                              | 19 |
| 4.14 | Plot usia 65-69                              | 19 |
| 4.15 | Plot usia 70-74                              | 19 |
| 4.16 | Plot usia 75-79                              | 19 |
| 4.17 | Plot usia 80-84                              | 19 |
| 4.18 | Plot usia 85-89                              | 19 |
| 4.19 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 0-4   | 22 |
| 4.20 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 5-9   | 22 |
| 4.21 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 10-14 | 22 |
| 4.22 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 15-19 | 22 |
| 4.23 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 20-24 | 22 |
| 4.24 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 25-29 | 22 |
| 4.25 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 30-34 | 23 |
| 4.26 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 35-39 | 23 |
| 4.27 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 40-44 | 23 |
| 4.28 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 45-49 | 23 |
| 4.29 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 50-54 | 23 |
| 4.30 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 55-59 | 23 |
| 4.31 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 60-64 | 24 |
| 4.32 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 65-69 | 24 |
| 4.33 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 70-74 | 24 |
| 4.34 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 75-79 | 24 |
| 4.35 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 80-84 | 24 |
| 4.36 | Plot Kelompok Usia yang Dipartisi Usia 85-89 | 24 |
| 4.37 | Plot Peramalan Usia 0-4                      | 28 |
| 4.38 | Plot Peramalan Usia 5-9                      | 28 |
| 4.39 | Plot Peramalan Usia 10-14                    | 28 |
| 4.40 | Plot Peramalan Usia 15-19                    | 28 |
| 4.41 | Plot Peramalan Usia 20-24                    | 28 |
| 4.42 | Plot Peramalan Usia 25-29                    | 28 |

|      |                           |    |
|------|---------------------------|----|
| 4.43 | Plot Peramalan Usia 30-34 | 29 |
| 4.44 | Plot Peramalan Usia 35-39 | 29 |
| 4.45 | Plot Peramalan Usia 40-44 | 29 |
| 4.46 | Plot Peramalan Usia 45-49 | 29 |
| 4.47 | Plot Peramalan Usia 50-54 | 29 |
| 4.48 | Plot Peramalan Usia 55-59 | 29 |
| 4.49 | Plot Peramalan Usia 60-64 | 30 |
| 4.50 | Plot Peramalan Usia 65-69 | 30 |
| 4.51 | Plot Peramalan Usia 70-74 | 30 |
| 4.52 | Plot Peramalan Usia 75-79 | 30 |
| 4.53 | Plot Peramalan Usia 80-84 | 30 |
| 4.54 | Plot Peramalan Usia 85-89 | 30 |
| 4.55 | Plot Peramalan Usia 0-4   | 40 |
| 4.56 | Plot Peramalan Usia 5-9   | 40 |
| 4.57 | Plot Peramalan Usia 10-14 | 40 |
| 4.58 | Plot Peramalan Usia 15-19 | 40 |
| 4.59 | Plot Peramalan Usia 20-24 | 40 |
| 4.60 | Plot Peramalan Usia 25-29 | 40 |
| 4.61 | Plot Peramalan Usia 30-34 | 41 |
| 4.62 | Plot Peramalan Usia 35-39 | 41 |
| 4.63 | Plot Peramalan Usia 40-44 | 41 |
| 4.64 | Plot Peramalan Usia 45-49 | 41 |
| 4.65 | Plot Peramalan Usia 50-54 | 41 |
| 4.66 | Plot Peramalan Usia 55-59 | 41 |
| 4.67 | Plot Peramalan Usia 60-64 | 42 |
| 4.68 | Plot Peramalan Usia 65-69 | 42 |
| 4.69 | Plot Peramalan Usia 70-74 | 42 |
| 4.70 | Plot Peramalan Usia 75-79 | 42 |
| 4.71 | Plot Peramalan Usia 80-84 | 42 |
| 4.72 | Plot Peramalan Usia 85-89 | 42 |

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Kematian atau mortalitas merupakan salah satu dari tiga komponen proses demografi yang berpengaruh terhadap struktur penduduk. Dua komponen yang lainnya adalah kelahiran (natalitas) dan mobilitas penduduk [1]. Kematian atau mortalitas dapat diartikan sebagai peristiwa hilangnya semua tanda-tanda kehidupan secara permanen, yang bisa terjadi setiap saat setelah kelahiran hidup [2].

Beberapa metode telah dikembangkan untuk meramalkan peluang kematian menggunakan model stokastik seperti model Lee-Carter. Model ini telah banyak digunakan untuk meramalkan peluang kematian di beberapa negara. Pada tahun 1992, Lee dan Carter meramalkan tingkat kematian Amerika Serikat menggunakan metode *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) yang berfokus terhadap peluang kematian seluruh usia. Selain model Lee-Carter terdapat model stokastik lain yang dapat meramalkan peluang kematian yaitu, model *Cairns-Blake-Dowd* (CBD) yang diperkenalkan oleh Cairns et al pada tahun 2006. Model ini menghitung peluang kematian menggunakan dua faktor, faktor pertama adalah faktor yang memengaruhi tingkat mortalitas kepada semua usia, sedangkan faktor kedua merupakan faktor yang memengaruhi dinamika peluang kematian pada usia yang lebih tua. CBD saat ini telah diterapkan untuk menghitung dan memprediksi peluang kematian di beberapa negara seperti Inggris dan Wales, Amerika Serikat, Spanyol, serta Italia [3]. Model CBD dirasa cocok digunakan di Indonesia karena pada dasarnya model ini bertujuan untuk penentuan peluang kematian kelompok usia yang lebih tua, yang nantinya dapat digunakan untuk menentukan dana pensiun dan harga premi asuransi secara lebih akurat. Dalam skripsi ini, akan dilakukan peramalan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) menggunakan CBD. Pertama kali, parameter CBD diestimasi dengan menggunakan metode kuadrat terkecil kemudian proses peramalan parameter model akan dilakukan dengan menggunakan *bivariate random walk* dengan *drift*.

TMI itu sendiri adalah sebuah tabel yang menunjukkan peluang meninggalnya anggota populasi dalam setiap usia. Saat ini terdapat empat TMI yaitu, TMI I yang diterbitkan pada tahun 1993, TMI II yang diterbitkan pada tahun 1999, TMI III yang diterbitkan pada tahun 2011, dan TMI IV yang diterbitkan pada tahun 2019. TMI berguna untuk merencanakan skema pensiun, penetapan harga asuransi jiwa dan produk anuitas, mengelola kesehatan masyarakat, dan masih banyak lagi. *Demographers* menggunakan TMI untuk memprediksi jumlah penduduk di masa yang akan datang, sedangkan *aktuaris* menggunakan TMI untuk menentukan perkiraan *cash flow*, premi, cadangan asuransi hidup, dan juga anuitas. Namun dikarenakan tahun penerbitan antar satu TMI dengan TMI lainnya yang berbeda-beda, untuk mendukung hasil peramalan TMI tahun 2020 sampai 2022 menggunakan metode *Cairns-Blake-Dowd* (CBD), akan digunakan metode interpolasi rata-rata berbobot atau metode interpolasi *Inverse Distance Weighted* (IDW) untuk memperhitungkan data Tabel Mortalita Indonesia tahun 1994 sampai tahun 1998, tahun 2000 sampai tahun 2010, dan tahun 2012 sampai tahun 2018. Metode interpolasi IDW itu sendiri merupakan metode yang digunakan untuk menduga suatu nilai pada lokasi-lokasi yang datanya tidak tersedia. Selain itu dikarenakan metode interpolasi rata-rata berbobot menghasilkan nilai yang lebih akurat dalam memprediksi

nilai yang dekat dengan sampel maka metode tersebut dianggap lebih cocok untuk digunakan dalam skripsi ini dibandingkan dengan metode kriging.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, rumusan masalah yang didapatkan adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana hasil galat rata-rata kuadrat, penerapan metode kuadrat terkecil dan metode Cairns-Blake-Dowd pada data dari Tabel Mortalita Indonesia I, II, III, dan IV?
2. Bagaimana prediksi Tabel Mortalita Indonesia untuk tahun 2020 sampai 2022 menggunakan data Tabel Mortalita Indonesia I, II, III, dan IV?
3. Bagaimana penerapan interpolasi rata-rata berbobot dalam mencari data Tabel Mortalita Indonesia setiap tahunnya?
4. Bagaimana hasil galat rata-rata kuadrat, penerapan metode kuadrat terkecil dan metode Cairns-Blake-Dowd pada data dari Tabel Mortalita Indonesia setiap tahunnya?
5. Bagaimana prediksi Tabel Mortalita Indonesia untuk tahun 2020 sampai 2022 menggunakan data Tabel Mortalita Indonesia setiap tahunnya?

## 1.3 Tujuan

Tujuan dari skripsi ini adalah:

1. Menerapkan metode kuadrat terkecil dalam mengestimasi parameter dan metode Cairns-Blake-Dowd dalam menentukan peramalan peluang kematian berdasarkan data TMI I, II, III, dan IV, serta untuk memperoleh hasil galat rata-rata kuadrat.
2. Memprediksi Tabel Mortalita Indonesia tahun 2020 sampai 2022 berdasarkan data Tabel Mortalita Indonesia I, II, III, dan IV.
3. Menentukan data Tabel Mortalita Indonesia tahun 1994 sampai 1998, 2000 sampai 2010, dan 2012 sampai 2018 menggunakan interpolasi rata-rata berbobot.
4. Menerapkan metode kuadrat terkecil dalam mengestimasi parameter dan metode Cairns-Blake-Dowd dalam menentukan peramalan peluang kematian berdasarkan data TMI setiap tahunnya, serta untuk memperoleh hasil galat rata-rata kuadrat.
5. Memprediksi Tabel Mortalita Indonesia tahun 2020 sampai 2022 berdasarkan data TMI setiap tahunnya.

## 1.4 Sistematika Pembahasan

Sistematika pembahasan pada skripsi ini terdiri dari lima bab, yaitu:

### **Bab 1: Pendahuluan**

Bab ini berisi tentang latar belakang, tujuan, rumusan masalah, dan sistematika penulisan.

### **Bab 2: Landasan Teori**

Bab ini membahas tentang teori-teori matematika aktuaria dan dasar-dasar perhitungan yang akan digunakan untuk perhitungan pada skripsi ini.

### **Bab 3: Metode Cairns-Blake-Dowd dan Interpolasi Rata-Rata Berbobot**

Bab ini berisi tentang metode Cairns-Blake-Dowd dan interpolasi rata-rata berbobot.

### **Bab 4: Analisis Hasil Estimasi dan Prediksi Tabel Mortalita Indonesia**

Bab ini berisi tentang perhitungan data Tabel Mortalita Indonesia tahun 1994 sampai 1998, 2000 sampai 2010, dan 2012 sampai 2018 menggunakan interpolasi rata-rata berbobot, hasil estimasi parameter Cairns-Blake-Dowd, prediksi Tabel Mortalita Indonesia, serta galat dari Tabel Mortalita Indonesia pada tahun 2020 sampai 2022.

### **Bab 5: Kesimpulan dan Saran**

Bab ini berisi kesimpulan dari analisis yang telah dilakukan dan saran untuk pengembangan lebih lanjut dari skripsi ini.