

SKRIPSI

INVERSI GELOMBANG PENUH 2D: PERBANDINGAN  
ANTARA FUNGSI GALAT  $L_2$ -NORM DAN FASE SAJA



Nadelya Hadi

NPM: 6161801020

PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2022



FINAL PROJECT

2D FULL WAVEFORM INVERSION: COMPARISON  
BETWEEN  $L_2$ -NORM AND PHASE-ONLY COST FUNCTION



Nadelya Hadi

NPM: 6161801020

DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2022

# LEMBAR PENGESAHAN

## INVERSI GELOMBANG PENUH 2D: PERBANDINGAN ANTARA FUNGSI GALAT $L_2$ -NORM DAN FASE SAJA

Nadelya Hadi

NPM: 6161801020

Bandung, 14 Agustus 2022

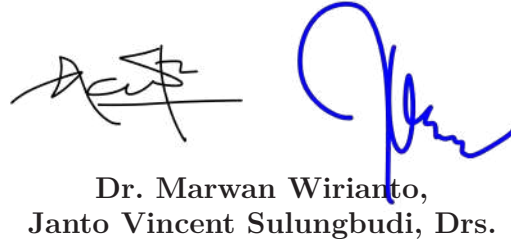
Menyetujui,

Pembimbing 1



Prof. M. Wono Setya Budhi

Pembimbing 2



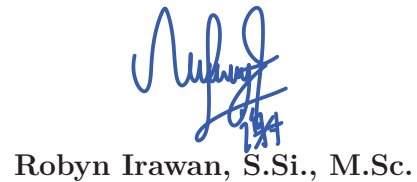
Dr. Marwan Wirianto,  
Janto Vincent Sulungbudi, Drs.

Ketua Tim Penguji



Prof. Dr. Julius Dharma Lesmono

Anggota Tim Penguji



Robyn Irawan, S.Si., M.Sc.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

## PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **INVERSI GELOMBANG PENUH 2D: PERBANDINGAN ANTARA FUNGSI GALAT $L_2$ -*NORM* DAN FASE SAJA**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 14 Agustus 2022



Nadelya Hadi  
NPM: 6161801020

## ABSTRAK

Inversi gelombang penuh atau *full waveform inversion* (FWI) adalah salah satu metode untuk menentukan model cepat rambat gelombang pada batuan di bawah permukaan bumi. Metode FWI menerapkan proses inversi, yakni mencari model cepat rambat gelombang sebenarnya dengan melakukan minimisasi perbedaan antara data model tebakan, yang merupakan hasil pemodelan maju dari model cepat rambat gelombang tebakan, dengan data hasil rekaman di lapangan. Dalam proses inversi, hasil FWI dapat terjebak pada minimum lokal yang mengakibatkan perbaruan model tebakan tidak menyerupai model sebenarnya. Oleh karena itu ditawarkan metode lain pada skripsi ini, kita melakukan studi perbandingan antara fungsi galat  $L_2$  norm dan fase saja untuk menghindari minimum lokal sehingga dapat menghasilkan perbaruan model cepat rambat yang dapat mewakili model cepat rambat sebenarnya. Berdasarkan hasil percobaan, proses FWI dengan menggunakan fungsi galat  $L_2$  norm menghasilkan perbaruan model cepat rambat yang lebih menyerupai model sebenarnya dibandingkan dengan menggunakan fungsi galat fase saja.

**Kata-kata kunci:** Inversi Gelombang Penuh, Fungsi Galat,  $L_2$ -Norm, Fase Saja



## ABSTRACT

Full waveform inversion (FWI) is one of the methods used in determining the velocity model of the subsurface. FWI applies the inversion process, that is minimizing the discrepancy between the synthetic data, which can be obtained from forward modelling initial or updated velocity models, and data recorded from the field in order to determine the velocity model. During the inversion process, the result of FWI could be trapped in the local minima which would result in an inaccurate updated velocity model to the true velocity model. Thus a different method is offered in this final project, we study the comparison between the  $L_2$  norm and *phase-only cost function* to avoid the local minima in order to achieve an updated velocity model that would be able to represent the true velocity model. Based on the experiments done, the updated velocity model using  $L_2$  norm cost function bears more similarity to the true model than that of the phase-only cost function.

**Keywords:** *Full Waveform Inversion, Cost Function,  $L_2$ -Norm, Phase-Only*



## KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa, atas segala rahmat, berkat dan Kasih-Nya yang senantiasa selalu menyertai penulis terutama di dalam penulisan skripsi yang berjudul “Inversi Gelombang Penuh 2D: Perbandingan Antara Fungsi Galat  $L_2$ -Norm dan Fase Saja ”, sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat waktu. Pembuatan skripsi ini adalah untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan studi sarjana di Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak akan dapat terselesaikan dengan baik tanpa bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Pada kesempatan ini, penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih kepada:

- Orang tua terkasih dan cece tersayang Navelya, serta Kimberley Blessinda yang telah memberikan dukungan moril, doa, dan semangat kepada penulis untuk menyelesaikan skripsi ini dan selama masa studi di Universitas Katolik Parahyangan.
- Bapak Prof. M. Wono Setya Budhi, Ph.D. selaku dosen pembimbing 1, Bapak Dr. Marwan Wirianto dan Drs. Janto V. Sulungbudi selaku dosen pembimbing 2 yang telah dengan sabar memberikan waktu, tenaga, pengarahan, dan pengetahuan beliau untuk membimbing penulis di dalam pembuatan skripsi ini.
- Bapak Prof. Dr. Dharma Lesmono selaku dosen penguji 1 dan Bapak Robyn Irawan, M.Sc selaku dosen penguji 2 yang telah memberikan kritik dan saran untuk penulisan skripsi ini, sehingga skripsi ini menjadi lebih baik.
- Bapak Dr. Daniel Salim selaku koordinator skripsi yang telah memberikan bimbingan selama proses penyusunan skripsi.
- Bapak Liem Chin, M.Si selaku dosen wali penulis yang telah memberikan nasihat, bimbingan dan dukungan selama masa studi penulis di Universitas Katolik Parahyangan.
- Segenap dosen Fakultas Teknologi dan Informasi Universitas Katolik Parahyangan khususnya dosen Program Studi Matematika dan seluruh staf Tata Usaha FTIS, yang telah memberikan pengetahuan dan pembelajaran serta bimbingan selama masa perkuliahan.
- Sylviana Gunawan dan Nadia Ingrida Winata yang selalu memberikan hiburan dan dukungan, terutama motivasi, selama masa perkuliahan serta penyusunan skripsi.
- Teman-teman seperjuangan Program Studi Matematika angkatan 2018, Ilona, Vianca, dan Lia Wu yang selalu menemani dan memberikan saran serta masukan bagi penulis selama masa perkuliahan serta penyusunan skripsi.
- Andrea, Alfia, Sherina, BV, dan Grace yang telah menemani dan memberikan motivasi bagi penulis dari semasa sekolah hingga masa perkuliahan.
- Semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran dari pembaca akan sangat bermanfaat bagi penulis. Sekian dan terima kasih.

Bandung, Agustus 2022

Penulis



# DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Batasan Masalah . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>3</b>
2.1 Persamaan Gelombang . . . . .	3
2.1.1 Penyelesaian Analitik untuk Persamaan Gelombang . . . . .	6
2.1.2 Penyelesaian Numerik untuk Persamaan Gelombang . . . . .	8
2.2 Teori Optimisasi . . . . .	11
2.2.1 Metode Konjugasi Gradien Tak Linear . . . . .	11
2.3 <i>Gaussian Smoothing</i> . . . . .	11
<b>3 INVERSI GELOMBANG PENUH</b>	<b>13</b>
3.1 Model Cepat Rambat Gelombang . . . . .	14
3.2 Fungsi Galat . . . . .	14
3.2.1 $L_2$ Norm . . . . .	15
3.2.2 Fase Saja . . . . .	17
3.3 <i>Data Weighting</i> . . . . .	18
<b>4 PENERAPAN INVERSI GELOMBANG PENUH</b>	<b>23</b>
4.1 Inversi Gelombang Penuh dengan Fungsi Galat $L_2$ Norm . . . . .	24
4.2 Inversi Gelombang Penuh dengan Fungsi Galat Fase Saja . . . . .	25
4.3 Inversi Gelombang Penuh dengan <i>Data Weighting</i> . . . . .	26
4.3.1 Fungsi Galat Fase Saja . . . . .	26
4.3.2 Fungsi Galat $L_2$ Norm . . . . .	28
<b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>31</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	31
5.2 Saran . . . . .	31
DAFTAR REFERENSI	33



## DAFTAR GAMBAR

2.1 Tali bergetar dengan perpindahan $\psi(x)$ . . . . .	3
2.2 Hasil memperbesar Gambar 2.1 pada titik $x$ dan $x + dx$ . . . . .	3
2.3 Gaya yang berkerja pada sumbu $x$ . . . . .	5
2.4 Ilustrasi solusi d'Alembert . . . . .	8
2.5 Contoh aplikasi <i>Gaussian smoothing</i> . . . . .	12
3.1 Contoh model cepat rambat . . . . .	14
3.2 <i>Wavelet g</i> dari sumber di titik $x_s$ . . . . .	16
3.3 Contoh data seismik dan model cepat rambatnya . . . . .	18
3.4 Data seismik berdasarkan model pada Gambar 3.3b . . . . .	19
3.5 Skema perambatan gelombang . . . . .	19
3.6 <i>Weight</i> dengan selang waktu 500 mili detik . . . . .	20
3.7 <i>Weight</i> dengan selang waktu 1000 mili detik . . . . .	21
4.1 Model Marmousi . . . . .	23
4.2 Model tebakan awal . . . . .	23
4.3 Hasil FWI dengan fungsi galat $L_2$ <i>norm</i> . . . . .	24
4.4 Nilai fungsi galat pada setiap iterasi . . . . .	25
4.5 Hasil FWI dengan fungsi galat fase saja . . . . .	25
4.6 Nilai fungsi galat pada setiap iterasi . . . . .	26
4.7 Hasil FWI dengan fungsi galat fase saja dan <i>data weighting</i> dengan <i>window</i> . . . . .	27
4.8 Nilai fungsi galat pada setiap iterasi . . . . .	27
4.9 Hasil FWI dengan fungsi galat $L_2$ <i>norm</i> dan <i>data weighting</i> dengan <i>window</i> . . . . .	28
4.10 Nilai fungsi galat pada setiap iterasi . . . . .	28

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Minyak bumi bukan hanya sebagai bahan bakar transportasi, melainkan kegunaannya juga dapat dirasakan pada kehidupan sehari-hari. Minyak bumi dibutuhkan pada produk kebersihan seperti sabun mandi dan sampo, peralatan rumah tangga, dan juga alat elektronik [1]. Bidang kesehatan modern juga bergantung pada minyak bumi terutama untuk pembuatan peralatan medis dan produksi obat-obatan. Selain itu minyak bumi juga dimanfaatkan untuk produk kecantikan seperti produk perawatan kulit, cat kuku, dan produk pewarna rambut. Oleh karena ketergantungan manusia pada minyak bumi, permintaan minyak bumi akan terus meningkat [2]. Akibatnya lebih banyak minyak bumi perlu dipasok, untuk memenuhi permintaan.

Untuk mendapatkan minyak bumi, seseorang perlu mengebor hingga kedalaman dan posisi tertentu pada permukaan bumi. Tanpa pengetahuan tentang struktur bawah permukaan, pengeboran akan menjadi tidak efisien. Salah satu metode untuk mengetahui struktur bawah permukaan bumi adalah eksplorasi seismik. Eksplorasi seismik menggunakan rambatan gelombang yang terekam pada sensor sebagai data untuk menentukan struktur di bawah permukaan bumi.

Pada eksplorasi seismik, langkah pertama yang dilakukan adalah mengakuisisi data seismik. Kemudian hasil akuisisi data seismik diproses. Pemrosesan data seismik bertujuan untuk memisahkan data-data yang tidak membawa informasi mengenai struktur bawah permukaan, atau dengan kata lain *noise*. Data seismik yang telah diproses kemudian akan dicitrakan melalui proses pencitraan seismik atau migrasi yang bertujuan untuk memosisikan suatu kejadian dari data seismik ke posisi sebenarnya. Hasil migrasi kemudian diinterpretasikan untuk menaksirkan sifat dan jenis setiap lapisan permukaan bumi. Juga untuk menentukan ada tidaknya patahan atau keberadaan minyak.

Akan tetapi, dalam eksplorasi seismik terdapat suatu tantangan, yaitu menentukan struktur bawah permukaan bumi tanpa mengetahui model cepat rambatnya. Pada saat membahas model cepat rambat, yang dimaksudkan adalah kecepatan rambat gelombang pada susunan lapisan-lapisan media yang berbeda-beda. Jika menggunakan model cepat rambat yang ditebak secara acak dan tidak menyerupai model cepat rambat sebenarnya akan menghasilkan citra seismik yang salah, dengan demikian akan didapatkan peta bawah permukaan yang berbeda. Dalam proses interpretasi, peta bawah permukaan yang berbeda akan menyebabkan interpretasi yang tidak akurat, sehingga mengakibatkan kekeliruan dalam menaksir kuantitas minyak bumi. Contohnya, melebih-lebihkan kuantitas minyak bumi yang sebenarnya tidak sebesar yang estimasi. Sebaliknya, kesempatan untuk mendapat minyak bumi dalam kuantitas besar dapat terlewatkan karena menurut interpretasi peta bawah permukaan tidak terdapat minyak bumi yang signifikan untuk melakukan pengeboran. Oleh sebab itu, penting untuk menentukan model cepat rambat yang mendekati dengan model cepat rambat bawah permukaan sebenarnya.

Salah satu metode untuk menentukan model cepat rambat adalah dengan inversi gelombang penuh atau *full waveform inversion* (FWI). Dengan menggunakan seluruh informasi dari data seismik, FWI memberikan hasil perbaruan model cepat rambat yang mendetail sehingga lapisan-lapisan pada struktur bawah permukaan yang tidak diketahui didapatkan dengan jelas [3]. Cara FWI memperbarui model tebakan adalah dengan membandingkan data dari model tebakan awal

dengan data observasi yang didapatkan dari hasil akuisisi, kemudian diulang sehingga mendapatkan selisih dari kedua data yang minimum.

Fungsi yang digunakan untuk membandingkan data model tebakan dan data observasi disebut dengan fungsi galat atau *cost function*. Pada skripsi ini, akan dibahas mengenai penggunaan metode FWI untuk menentukan model cepat rambat dengan fungsi galat  $L_2$  norm dan fase saja. Oleh karena fungsi galat fase saja hanya bergantung pada informasi fase sedangkan fungsi galat  $L_2$  norm bergantung pada informasi fase dan amplitudo, kedua fungsi galat tersebut akan dibandingkan untuk melihat perbedaan perbaruan model yang dihasilkan.

Pada data observasi, tidak semua data akan membawa informasi mengenai struktur bawah permukaan. Jika akuisisi dilakukan di laut, maka akan terdapat pantulan gelombang dari dasar lapisan air yang tidak membawa informasi yang diinginkan. Selain itu, terdapat juga data *direct wave* yang merupakan data hasil rekaman gelombang yang merambat pada permukaan. Data *direct wave* akan muncul pada hasil rekaman yang dilakukan di laut maupun daratan, dan data tersebut dapat mengganggu proses inversi karena nilainya yang signifikan dibandingkan data rekaman yang berasal dari bawah permukaan. Agar proses inversi dapat memperbarui model dengan optimal, data-data tersebut ingin tidak diikutsertakan pada proses inversi dengan menggunakan *data weighting*. Oleh karena itu, pada skripsi ini akan dibahas mengenai penggunaan metode FWI dengan *data weighting* menggunakan fungsi galat  $L_2$  norm dan fase saja.

## 1.2 Rumusan Masalah

Skripsi ini akan membahas masalah yang ditulis sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan model cepat rambat sebenarnya dengan FWI?
2. Apa perbedaan antara fungsi galat  $L_2$  norm dan fase saja?
3. Apa efek *data weighting* dalam fungsi galat  $L_2$  norm dan fase saja?

## 1.3 Tujuan

Skripsi ini ditulis dengan tujuan sebagai berikut:

1. menjelaskan penggunaan FWI dalam menentukan model cepat rambat,
2. menjelaskan perbedaan fungsi galat metode  $L_2$  norm dan fase saja,
3. menjelaskan efek *data weighting* dalam fungsi galat  $L_2$  norm dan fase saja.

## 1.4 Batasan Masalah

Skripsi ini memiliki batasan masalah sebagai berikut:

1. fungsi galat yang akan dibahas hanya  $L_2$  norm dan fase saja,
2. model cepat rambat gelombang bawah permukaan bumi yang digunakan adalah model Marmousi.