

SKRIPSI

HAMPIRAN PELUANG KETAHANAN HIDUP
MENGUNAKAN TRANSFORMASI *HAZARD* LOGARITMA
LINEAR



Kevin Nathaniel

NPM: 6161801004

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2022

FINAL PROJECT

**SURVIVAL PROBABILITY APPROXIMATION USING
LINEAR LOGARITHM HAZARD TRANSFORM**



Kevin Nathaniel

NPM: 6161801004

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2022**

LEMBAR PENGESAHAN

HAMPIRAN PELUANG KETAHANAN HIDUP MENGUNAKAN TRANSFORMASI *HAZARD* LOGARITMA LINEAR

Kevin Nathaniel

NPM: 6161801004

Bandung, 20 Juli 2022

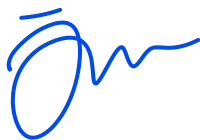
Menyetujui,

Pembimbing



Iwan Sugiarto, M.Si.

Ketua Tim Penguji



Maria Anestasia, M.Si., MActSc.

Anggota Tim Penguji



Liem Chin, M.Si.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

HAMPIRAN PELUANG KETAHANAN HIDUP MENGGUNAKAN TRANSFORMASI *HAZARD* LOGARITMA LINEAR

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 20 Juli 2022



Kevin Nathaniel
NPM: 6161801004

ABSTRAK

Perhitungan Nilai Tunai Aktuaria (NTA) dari manfaat asuransi memerlukan peluang ketahanan hidup. Di Indonesia, perusahaan asuransi menggunakan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) sebagai acuan untuk peluang ketahanan hidup. Penerbitan TMI memerlukan banyak waktu dan biaya sehingga TMI tidak dapat diterbitkan setiap tahunnya. Oleh karena itu, perlu dihitung nilai hampiran peluang ketahanan hidup pada tahun di mana TMI tidak diterbitkan agar nilai NTA yang diperoleh lebih akurat. Pada skripsi ini akan dibahas metode Transformasi *Hazard* Logaritma Linear (THLL) yang dapat digunakan untuk menghitung hampiran peluang ketahanan hidup. Hampiran peluang ketahanan hidup dengan THLL akan dihitung menggunakan dua cara yaitu dengan menggunakan nilai p_{x+k} dan ${}_k p_x$. Hampiran peluang ketahanan hidup kemudian diaplikasikan untuk menghitung NTA dari manfaat asuransi jiwa berjangka, dwiguna murni, dan dwiguna. Kinerja dari THLL akan diuji dengan membandingkan persentase galat antara nilai hampiran dan nilai eksak dari peluang ketahanan hidup dan NTA dari manfaat asuransi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa THLL dengan menggunakan nilai p_{x+k} lebih baik dibandingkan dengan menggunakan nilai ${}_k p_x$.

Kata-kata kunci: Nilai Tunai Aktuaria, Peluang Ketahanan Hidup, Transformasi *Hazard* Logaritma Linear

ABSTRACT

The calculation of Actuarial Present Value (APV) of benefits requires what we call survival probability. In Indonesia, insurance companies use Indonesian Mortality Table as reference for calculating survival probability. The Indonesian Mortality Table can't be published every year since it requires a lot of time and cost. Therefore, a method to estimate the survival probability on those gap years is needed to obtain a more accurate APV of benefits. This final project focuses on a method called Linear Logarithm Hazard Transform (LLHT) which can be used to estimate the survival probability on the years the Indonesian Mortality Table is not published. Estimates of the survival probability will be calculated using two approaches, using ${}_k p_x$ and p_{x+k} , which then will be applied to calculate the APV of benefits. The performance of those approaches will then be investigated by comparing the percentage of error between the approximation and exact values of survival probability and the APV of benefits. Simulation results show that LLHT using p_{x+k} has better performance compared to LLHT using ${}_k p_x$.

Keywords: Actuarial Present Value, Survival Probability, Linear Logarithm Hazard Transform

Untuk Papi, Mami, dan Adik tersayang.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yesus Kristus atas kasih karunia dan penyertaan-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Hampiran Peluang Ketahanan Hidup Menggunakan Transformasi *Hazard* Logaritma Linear". Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat wajib dipenuhi untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung.

Penyusunan skripsi ini tidak luput dari beberapa hambatan dan kesulitan. Oleh karena itu, penulis berterima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan mendukung penulis dalam penyelesaian skripsi ini, yaitu:

1. Papi, Mami, dan Adik yang selalu mendoakan dan mendukung sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
2. Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. selaku Dosen Pembimbing Tunggal yang selalu meluangkan waktu untuk bimbingan dan revisi skripsi. Terima kasih sudah banyak bercerita kepada penulis dan sudah menerima penulis sebagai mahasiswa yang akan dibimbing untuk menulis skripsi.
3. Ibu Maria Anastasia, M.Si., MAActSc. selaku Dosen Penguji 1 dan Bapak Liem Chin, M.Si. selaku Dosen Penguji 2 yang sudah memberikan saran dan kritik dalam proses penyelesaian skripsi ini.
4. Bapak Dr. Daniel Salim selaku koordinator skripsi yang telah memberikan arahan dan bantuan selama perkuliahan dan penulisan skripsi ini.
5. Seluruh dosen, khususnya dosen Program Studi Matematika, yang sudah memberikan ilmu dan membimbing penulis selama proses perkuliahan.
6. Anggota simonyong: Patrick, Santo, Andrew, Laurentco, dan Elbert yang telah menemani keseluruhan proses perkuliahan dan menjadi tempat bertukar ilmu.
7. Nasya Kanya Puteri, Audrey Eunike Heryadi, dan Vellina Helida yang telah menghibur penulis dan membantu proses belajar selama perkuliahan.
8. Teman-teman dari SMAK 1 Penabur: Santo, Mikhael, Vellina, dan Nadia, yang telah menemani penulis semenjak awal perkuliahan.
9. Kakak kelas angkatan 2017: Ronald, Alvita, Tiffany, Edwin, dan Kenzo yang telah menghibur dan bercerita ke penulis sehingga penulis menjadi lebih siap dalam penyusunan dan ujian skripsi.
10. Teman-teman Matematika angkatan 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, dan 2021 yang tidak dapat disebutkan namanya satu per satu.
11. Semua pihak yang telah memberikan bantuan dan dukungan kepada penulis selama masa perkuliahan dan penulisan skripsi.

Bandung, Juli 2022

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Fungsi <i>Survival</i>	5
2.2 Laju Kematian (<i>Force of Mortality</i>)	6
2.3 Asumsi untuk Usia Pecahan	7
2.4 Asuransi Jiwa	7
2.4.1 Asuransi Jiwa Berjangka n -tahun	8
2.4.2 Asuransi Jiwa Dwiguna Murni n -tahun	8
2.4.3 Asuransi Jiwa Dwiguna n -tahun	9
3 TRANSFORMASI <i>Hazard</i> LOGARITMA LINEAR	11
3.1 THL	11
3.2 THLL	11
3.3 Hampiran Peluang Ketahanan Hidup dengan THLL	12
3.3.1 Hampiran p_{x+k} dengan THLL	13
3.3.2 Hampiran ${}_k p_x$ dengan THLL	15
3.4 Hampiran NTA dari Manfaat	17
4 SIMULASI NUMERIK	19
4.1 Data Peluang Ketahanan Hidup TMI	19
4.2 Prosedur	20
4.3 Simulasi THLL dengan p_{x+k}	21
4.4 Simulasi THLL dengan ${}_k p_x$	22
4.4.1 Perbandingan Kinerja THLL Menggunakan Nilai ${}_k p_x$ dan p_{x+k}	23
4.5 Aplikasi Transformasi untuk Menghitung NTA Manfaat	27
5 KESIMPULAN DAN SARAN	29
5.1 Kesimpulan	29
5.2 Saran	29

DAFTAR GAMBAR

2.1	Skema Pembayaran Manfaat Asuransi Jiwa Berjangka n -tahun	8
2.2	Skema Pembayaran Manfaat Asuransi Dwiguna Murni n -tahun	9
2.3	Skema Pembayaran Manfaat Asuransi Jiwa Dwiguna n -tahun	9

DAFTAR TABEL

4.1	Peluang Kematian Wanita TMI III Tahun 2011 dan TMI IV Tahun 2019	19
4.2	Peluang Ketahanan Hidup Wanita TMI III Tahun 2011 dan TMI IV Tahun 2019 .	20
4.3	Nilai Taksiran dari Parameter α , β , dan Galat Standar Menggunakan THLL dengan p_{x+k}	21
4.4	Perbandingan Nilai Hampiran dan Nilai Eksak Menggunakan THLL dengan p_{x+k} .	22
4.5	Nilai Taksiran dari Parameter α , β , dan Galat Standar Menggunakan THLL dengan ${}_k p_x$	23
4.6	Perbandingan Nilai Hampiran dan Nilai Eksak Menggunakan THLL dengan ${}_k p_x$.	23
4.7	Perbandingan Hampiran Peluang Ketahanan Hidup ${}_k p_{30^*,2011}$ Menggunakan THLL dengan ${}_k p_x$ dan p_{x+k}	24
4.8	Perbandingan Persentase Galat Peluang Ketahanan Hidup ${}_k p_{30^*,2011}$ Menggunakan THLL dengan ${}_k p_x$ dan p_{x+k}	25
4.9	Mean, Minimum, dan Maksimum Persentase Galat Peluang Ketahanan Hidup ${}_k p_{30^*,2011}$ Menggunakan THLL dengan ${}_k p_x$ dan p_{x+k}	25
4.10	Perbandingan Hampiran Peluang Ketahanan Hidup $p_{30^*+k,2011}$ Menggunakan THLL dengan ${}_k p_x$ dan p_{x+k}	26
4.11	Perbandingan Persentase Galat Peluang Ketahanan Hidup $p_{30^*+k,2011}$ Menggunakan THLL dengan ${}_k p_x$ dan p_{x+k}	26
4.12	Mean, Minimum, dan Maksimum Persentase Galat Peluang Ketahanan Hidup $p_{30^*+k,2011}$ Menggunakan THLL dengan ${}_k p_x$ dan p_{x+k}	27
4.13	Perbandingan NTA Eksak dan NTA Hampiran	27
4.14	Perbandingan Persentase Galat NTA	28

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Menurut Otoritas Jasa Keuangan (OJK), asuransi adalah suatu perjanjian antara penanggung (perusahaan asuransi) dengan tertanggung (pemegang polis) yang menjadi dasar bagi penerimaan premi oleh perusahaan asuransi sebagai imbalan untuk memberikan penggantian kepada tertanggung atau pemegang polis karena kerugian, kerusakan, biaya yang timbul, kehilangan keuntungan, atau tanggung jawab hukum kepada pihak ketiga yang mungkin diderita tertanggung atau pemegang polis karena terjadinya suatu peristiwa yang tidak pasti atau memberikan pembayaran yang didasarkan meninggal atau hidupnya tertanggung dengan manfaat yang besarnya telah ditetapkan dan/atau didasarkan pada hasil pengelolaan dana [1].

Salah satu jenis asuransi yang ditawarkan oleh perusahaan asuransi adalah asuransi jiwa. Asuransi jiwa digunakan sebagai bentuk perlindungan terhadap kerugian finansial tak terduga yang disebabkan oleh meninggalnya tertanggung. Perusahaan asuransi bersedia membayarkan sejumlah manfaat yang disebut sebagai uang pertanggungan kepada ahli waris atau keluarga pemegang polis sekiranya terjadi hal-hal yang menyebabkan kematian dari tertanggung. Sebagai ganti dari jaminan uang pertanggungan tersebut, pemegang polis memiliki kewajiban untuk membayarkan sejumlah uang yang disebut sebagai premi. Perusahaan asuransi diwajibkan menyimpan cadangan dana untuk memastikan perusahaan dapat bertanggung jawab atas risiko yang mereka jamin. Salah satu cara agar perusahaan asuransi dapat memastikan bahwa cadangan dana yang disiapkan cukup untuk membayar manfaat di masa yang akan datang adalah dengan menghitung Nilai Tunai Aktuaria (NTA).

Perhitungan NTA dari manfaat asuransi memerlukan peluang ketahanan hidup. Pada skripsi ini digunakan Tabel Mortalita Indonesia (TMI), khususnya TMI III yang diterbitkan pada tahun 2011 dan TMI IV yang diterbitkan pada tahun 2019, sebagai acuan untuk peluang ketahanan hidup. Penerbitan TMI memerlukan banyak waktu dan biaya sehingga TMI tidak dapat diterbitkan setiap tahunnya. Oleh karena itu, perlu dihitung nilai hampiran peluang ketahanan hidup pada tahun di mana TMI tidak diterbitkan agar perhitungan NTA pada tahun tersebut lebih akurat.

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menghitung nilai hampiran peluang ketahanan hidup adalah Transformasi *Hazard* Proporsional (THP). THP mengasumsikan laju kematian berubah secara proporsional. Metode THP kemudian diperluas dengan menambahkan satu parameter baru dengan tujuan untuk meminimumkan galatnya. Metode ini kemudian dikenal dengan Transformasi *Hazard* Linear (THL). THL mengasumsikan adanya hubungan linear antara laju kematian pada tahun awal dengan laju kematian tahun target. Hampiran peluang ketahanan hidup yang diperoleh menggunakan THL terbukti memiliki galat yang lebih kecil dibandingkan dengan hampiran peluang ketahanan hidup yang diperoleh menggunakan THP [2]. Namun, terdapat beberapa kasus di mana nilai hampiran peluang ketahanan hidup yang diperoleh menggunakan THL bernilai lebih besar dari satu [3]. Kelemahan ini dapat diatasi dengan menggunakan Transformasi *Hazard* Logaritma Linear (THLL) yang merupakan fokus utama pada skripsi ini. THLL mengasumsikan adanya hubungan linear antara logaritma linear dari laju kematian pada tahun awal dengan logaritma linear dari laju kematian tahun target. Nilai hampiran peluang ketahanan hidup menggunakan THLL

akan dicari menggunakan dua pendekatan, yaitu nilai p_{x+k} dan ${}_k p_x$, karena penghitungan NTA dari manfaat asuransi membutuhkan kedua nilai tersebut. Sebagai contoh, dalam penghitungan NTA dari manfaat untuk asuransi jiwa berjangka n -tahun diperlukan nilai p_{x+k} dan ${}_k p_x$. Nilai hampiran peluang ketahanan hidup yang diperoleh menggunakan THLL kemudian digunakan untuk menghitung NTA dari manfaat untuk asuransi jiwa berjangka n -tahun, dwiguna n -tahun, dan dwiguna murni n -tahun. Kinerja THLL diuji dengan cara membandingkan persentase galat antara hampiran dan nilai eksak peluang ketahanan hidup dan NTA dari manfaat.

1.2 Rumusan Masalah

Berikut rumusan masalah pada skripsi ini.

1. Bagaimana cara menaksir nilai parameter dari Transformasi *Hazard* Logaritma Linear menggunakan p_{x+k} dan ${}_k p_x$?
2. Bagaimana cara mengaplikasikan nilai peluang ketahanan hidup yang diperoleh untuk menghitung NTA dari manfaat untuk asuransi jiwa berjangka n -tahun, dwiguna n -tahun, dan dwiguna murni n -tahun?
3. Bagaimana perbandingan kinerja dari Transformasi *Hazard* Logaritma Linear menggunakan nilai p_{x+k} dan ${}_k p_x$?

1.3 Tujuan

Berikut tujuan dari skripsi ini.

1. Menaksir nilai parameter dari Transformasi *Hazard* Logaritma Linear menggunakan p_{x+k} dan ${}_k p_x$;
2. Mengaplikasikan nilai peluang ketahanan hidup yang diperoleh untuk menghitung NTA dari manfaat untuk asuransi jiwa berjangka n -tahun, dwiguna n -tahun, dan dwiguna murni n -tahun;
3. Membandingkan kinerja dari Transformasi *Hazard* Logaritma Linear menggunakan nilai p_{x+k} dan ${}_k p_x$.

1.4 Batasan Masalah

Berikut batasan masalah pada skripsi ini.

1. Jenis asuransi yang digunakan adalah jenis diskret.
2. Suku bunga diasumsikan bernilai konstan.
3. Kinerja dari model diuji dengan membandingkan persentase galat peluang ketahanan hidup dan NTA dari manfaat dari asuransi jiwa berjangka n -tahun, dwiguna n -tahun, dan dwiguna murni n -tahun.

1.5 Sistematika Pembahasan

Bab 1: PENDAHULUAN

Bab ini membahas mengenai latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, dan sistematika pembahasan dari skripsi ini.

Bab 2: LANDASAN TEORI

Bab ini membahas teori-teori dasar yang digunakan dalam skripsi ini, yakni fungsi *survival*, laju kematian, asumsi untuk usia pecahan, dan asuransi jiwa.

Bab 3: TRANSFORMASI HAZARD LOGARITMA LINEAR

Bab ini membahas transformasi peluang ketahanan hidup menggunakan Transformasi *Hazard* Linear dan Transformasi *Hazard* Logaritma Linear. Bab ini juga membahas hampiran peluang ketahanan hidup menggunakan Transformasi *Hazard* Logaritma Linear menggunakan nilai p_{x+k} dan ${}_k p_x$.

Bab 4: SIMULASI NUMERIK

Bab ini membahas simulasi numerik untuk memperoleh nilai hampiran peluang ketahanan hidup dan perbandingan kinerja Transformasi *Hazard* Logaritma Linear menggunakan nilai p_{x+k} dan ${}_k p_x$.

Bab 5: KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini membahas kesimpulan yang diperoleh dan saran untuk pengembangan lebih lanjut.