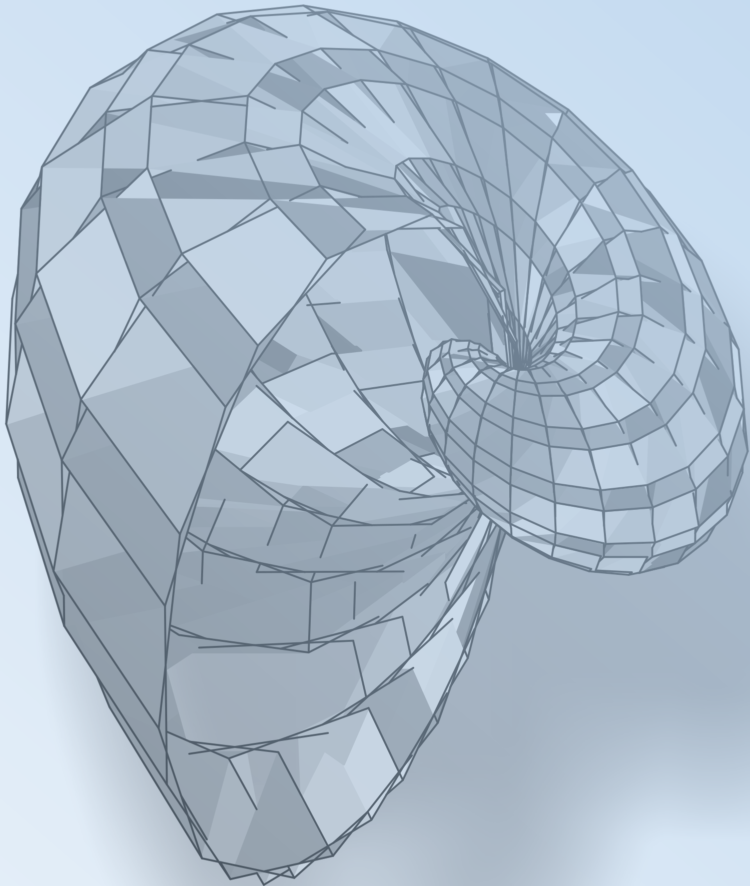
PROSIDING

Seminar Nasional MATEMATIKA

VOL. 11 TH. 2016

ISSN 1907-3909



UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCE
Jalan Ciumbuleuit 94, Bandung 40141, Indonesia

PROSIDING

Seminar Nasional MATEMATIKA

VOL. 11 TH. 2016

ISSN 1907-3909

Alamat Redaksi:
Jurusan Matematika, FTIS - UNPAR
Gedung 9, Lantai 1
Jl. Ciumbuleuit No. 94, Bandung - 40141

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas terselenggaranya Seminar Nasional Matematika UNPAR 2016. Seminar ini merupakan kegiatan rutin tahunan yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika, Universitas Katolik Parahyangan, yang dimulai sejak tahun 2005 dan tahun ini merupakan tahun ke-12 penyelenggaraannya. Seminar Nasional Matematika UNPAR ini merupakan wadah pertemuan ilmiah antara matematikawan, guru, peneliti, dan praktisi yang tidak hanya terbatas di bidang matematika saja, melainkan juga penerapannya dalam berbagai bidang ilmu, antara lain dunia medis, ekonomi, lingkungan hidup, gejala alam dan penanganan risiko.

Seminar tahun ini mengambil tema "PERANAN MATEMATIKA DALAM PENGELOLAAN RISIKO". Pemilihan tema ini dilatarbelakangi oleh perkembangan yang cukup pesat dari penerapan matematika di industri keuangan termasuk di dalam pengelolaan risiko suatu perusahaan. Melalui seminar ini diharapkan para peserta dapat saling berbagi pengetahuan dan informasi terbaru sehingga berdampak pada kesiapan yang lebih baik dari Indonesia dalam menghadapi tantangan ini.

Seminar kali ini mengundang tiga orang pembicara dari kalangan akademisi dan praktisi yang akan berbagi pengalaman, gagasan, dan pikiran. Pada sesi pararel, akan dipresentasikan 59 makalah yang merupakan hasil karya dosen, peneliti, dan mahasiswa dari berbagai instansi di tanah air.

Kami atas nama panitia Seminar Nasional Matematika UNPAR 2016 mengucapkan terima kasih atas partisipasinya, semoga bermanfaat bagi semua pihak.

Bandung, September 2016
Ketua Panitia

Dr. J. Dharma Lesmono

DAFTAR ISI

MATEMATIKA PENDIDIKAN

MATEMATIKA TERAPAN

MAHASISWA

MODEL PERSEDIAAN P(R,T) *MULTI ITEM* DENGAN DISTRIBUSI PERMINTAAN UMUM

Handi Koswara[1] dan Dharma Lesmono[2]

[1,2]Jurusan Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains
Universitas Katolik Parahyangan, Jalan Ciumbuleuit no. 94, Bandung 40141
email : [1]handi.koswara24@gmail.com, [2]jdharma@unpar.ac.id

Abstrak. Dalam dunia industri, perusahaan pasti berhubungan dengan persediaan. Persediaan ini digunakan untuk memenuhi permintaan dari konsumen. Terkadang, permintaan dari konsumen tidak menentu, sehingga perusahaan sering untuk memprediksi permintaan berdasarkan data di masa lalu. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk mengembangkan model persediaan *periodic review* yang melibatkan n buah barang dimana permintaan mengikuti suatu distribusi umum. Dengan menggunakan metode optimasi, perusahaan dapat menentukan waktu antar pemesanan dan maksimum persediaan untuk setiap barang. Sebagai contoh, jika permintaan mengikuti distribusi eksponensial dan berdasarkan data yang digunakan, maka perusahaan akan memesan barang setiap $0{,}0097$ tahun dengan $R_1 = 270$ unit, $R_2 = 61$ unit, $R_3 = 27$ unit, $R_4 = 113$ unit, $R_5 = 57$ unit, dan $R_6 = 15$.

Kata kunci : *persediaan, permintaan, periodic review, distribusi umum*

1. PENDAHULUAN

Pada zaman sekarang, perekonomian dunia usaha berkembang dengan pesat dan persaingan antar perusahaan semakin ketat. Oleh karena itu, perusahaan harus bekerja lebih efisien dan juga konsumen menjadi lebih selektif dalam membeli barang yang dibelinya.

Dalam dunia industri, perusahaan pasti berhubungan dengan persediaan. Persediaan adalah bahan baku, barang setengah jadi, atau barang jadi yang disimpan untuk memenuhi permintaan dari konsumen. Persediaan ini melibatkan beberapa biaya seperti biaya pemesanan, biaya pembelian, dan biaya pemesanan. Biaya yang ditimbulkan oleh persediaan sangat diperhitungkan oleh perusahaan, sehingga perusahaan memerlukan suatu pengaturan yang baik untuk menentukan jumlah barang yang akan dipesan atau waktu untuk melakukan pemesanan sehingga biaya yang dikeluarkan sekecil mungkin. Terkadang, permintaan dari konsumen tidak menentu, sehingga perusahaan sering untuk memprediksi permintaan berdasarkan data di masa lalu. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk mengembangkan model persediaan *periodic review* yang melibatkan n buah barang dimana permintaan mengikuti suatu distribusi umum.

Pada penelitian ini, digunakan beberapa notasi, yaitu :

Tabel 1. Daftar notasi

TC	:	Total biaya per tahun.	R_i	:	Maksimum persediaan barang ke-i.
n	:	Jumlah barang.	μ_{l_i}	:	Rata-rata permintaan selama *lead time*.
C	:	Biaya pemesanan satu barang untuk sekali pemesanan.	λ_i	:	Permintaan barang ke- i per tahun
T	:	Waktu antar pemesanan.	π_i	:	Biaya *backorder* barang ke- i per unit.
P_i	:	Harga barang ke-i.	$E(R,T)_i$	:	Rata-rata jumlah barang yang menyebabkan *backorder*.

a	:	Tambahan biaya pemesanan jika memesan lebih dari satu barang.	r	:	Waktu *lead time*.
I	:	Fraksi biaya penyimpanan.			

Hadley & Whitin, (1963) membuat model *periodic review* ($P(R,T)$). Total biaya dalam model ini adalah

$$TC = \frac{C}{T} + IP\left(R - \mu_l - \frac{\lambda T}{2}\right) + \pi E(R,T).$$

Aritonang, et al. (2014) mengembangkan model yang dibuat oleh Hadley & Whitin, (1963). Total biaya dari model tersebut adalah

$$TC = \frac{C + (n-1)a}{T} + \sum_{i=1}^{n} IP_i\left(R_i - \mu_{li} - \frac{\lambda_i T}{2}\right) + \sum_{i=1}^{n} \pi_i E(R,T)_i \tag{1}$$

Dalam penelitian yang dibuat oleh Aritonang, et al. (2014), permintaan diasumsikan mengikuti distribusi normal. Pada makalah ini, permintaan akan mengikuti suatu distribusi dengan fungsi padat peluang $f(x)$. Dengan meminimumkan persamaan (1), perusahaan dapat menentukan nilai T dan R_i untuk setiap $i = 1,2,\dots,n$.

2. LANDASAN TEORI

Pada bab ini, akan dipaparkan cara untuk mencari nilai T dan R_i untuk $i = 1,2,\dots,n$ agar nilai TC minimum. Perhatikan bahwa $E(R,T)_i$ dengan $i = 1,2,\dots,n$ menyatakan rata-rata jumlah barang ke-i yang menyebabkan *backorder*, sehingga berdasarkan Hadley & Whitin, (1963)

$$E(R,T)_i = \frac{1}{T}\int_{R_i}^{\infty} (x - R_i)\, f_i(x|r+T)dx.$$

dimana $f_i(x|r+T)$ menyatakan fungsi padat peluang dari permintaan barang ke-i salama $r+T$ dan x menyatakan peubah acak yang mengikuti suatu distribusi peluang. Persamaan (1) dapat diubah menjadi

$$TC = \frac{C + (n-1)a}{T} + \sum_{i=1}^{n} IP_i\left(R_i - \mu_{li} - \frac{\lambda_i T}{2}\right) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\pi_i}{T}\int_{R_i}^{\infty} (x - R_i)\, f_i(x|r+T)dx. \tag{2}$$

Untuk meminimumkan TC pada persamaan (2), maka perlu dicari nilai T dan R_i untuk $i = 1,2,\dots,n$ yang memenuhi persamaan $\frac{\partial TC}{\partial R_i} = 0$ dan $\frac{\partial TC}{\partial T} = 0$. Perhatikan bahwa

$$\frac{\partial TC}{\partial R_i} = IP_i + \frac{\pi_i}{T}\frac{\partial}{\partial R_i}\int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) f_i(x|r+T)dx. \tag{3}$$

Karena $\frac{\partial TC}{\partial R_i} = 0$, maka

$$\begin{aligned} 0 &= IP_i + \frac{\pi_i}{T}\frac{\partial}{\partial R_i}\left(\int_{R_i}^{\infty} x f_i(x|r+T)\,dx - R_i\int_{R_i}^{\infty} f_i(x|r+T)\,dx\right) \\ 0 &= IP_i + \frac{\pi_i}{T}\frac{\partial}{\partial R_i}\left(-\int_{\infty}^{R_i} x f_i(x|r+T)\,dx + R_i\int_{\infty}^{R_i} f_i(x|r+T)\,dx\right). \end{aligned}$$

Berdasarkan Teorema Dasar Kalkulus, diperoleh

$$0 = IP_i + \frac{\pi_i}{T}\frac{\partial}{\partial R_i}(-R_i f_i(R_i|r+T)$$

$$+\int_{\infty}^{R_i} f_i(x|r+T)\,dx + R_i f_i(R_i|r+T))$$

$$0 = IP_i - \frac{\pi_i}{T}\int_{R_i}^{\infty} f_i(x|r+T)\,dx$$

$$\int_{R_i}^{\infty} f_i(x|r+T)\,dx = \frac{IP_i T}{\pi_i}. \tag{4}$$

Untuk $\frac{\partial TC}{\partial T}$, perhatikan bahwa

$$\begin{aligned}\frac{\partial TC}{\partial T} &= -\frac{C+(n-1)a}{T^2} - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\lambda_i IP_i \\ &\quad -\frac{1}{T^2}\sum_{i=1}^{n}\pi_i\int_{R_i}^{\infty}(x-R_i)f_i(x|r+T)dx \\ &\quad +\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{n}\pi_i\frac{\partial}{\partial T}\left(\int_{R_i}^{\infty}(x-R_i)f_i(x|r+T)dx\right).\end{aligned} \tag{5}$$

Karena $\frac{\partial TC}{\partial T} = 0$, maka diperoleh

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n}\pi_i\frac{\partial}{\partial T}\left(\int_{R_i}^{\infty}(x-R_i)f_i(x|r+T)dx\right) &= \frac{C+(n-1)a}{T} \\ &\quad +\sum_{i=1}^{n}\frac{\pi_i}{T}\int_{R_i}^{\infty}(x-R_i)f_i(x|r+T)dx \\ &\quad +\frac{T}{2}\sum_{i=1}^{n}\lambda_i IP_i.\end{aligned} \tag{6}$$

Winston (2003) menjelaskan bahwa jika *Leading Principal Minor* ke-k dari matriks Hessian dari persamaan (2) lebih bsar dari nol untuk setiap k, maka nilai R_i untuk $i = 1,2,\dots,n$ dan T yang memenuhi persamaan (4) dan (6) akan meminimumkan nilai TC. Berdasarkan persamaan (3), dapat dicari $\frac{\partial^2 TC}{\partial R_i \partial R_j}$ untuk $i,j = 1,2,\dots,n$ dan hasil $\frac{\partial^2 TC}{\partial R_i \partial R_j}$ dinyatakan pada persamaan (7).

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial R_i \partial R_j} = \begin{cases} 0 & , \quad i \neq j \\ \frac{\pi_i}{T} f_i(R_i|r+T), & i = j \end{cases}. \tag{7}$$

Hasil dari $\frac{\partial^2 TC}{\partial T \partial R_i}$ dan $\frac{\partial^2 TC}{\partial R_i \partial T}$ untuk $i = 1,2,\dots,n$ dinyatakan pada persamaan (8).

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 TC}{\partial T \partial R_i} &= \frac{\partial^2 TC}{\partial R_i \partial T} \\ &= \frac{\pi_i}{T^2}\int_{R_i}^{\infty} f_i(x|r+T)\,dx - \frac{\pi_i}{T}\frac{\partial}{\partial T}\left(\int_{R_i}^{\infty} f_i(x|r+T)\,dx\right).\end{aligned} \tag{8}$$

Berdasarkan persamaan (5), dapat dicari $\frac{\partial^2 TC}{\partial T^2}$ yang dinyatakan pada persamaan (9).

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial T^2} = \frac{2C+2(n-1)a}{T^3} + \frac{2}{T^3}\sum_{i=1}^{n}\pi_i \int_{R_i}^{\infty}(x-R_i)f_i(x|r+T)dx$$
$$-\frac{2}{T^2}\sum_{i=1}^{n}\pi_i \frac{\partial}{\partial T}\left(\int_{R_i}^{\infty}(x-R_i)f_i(x|r+T)dx\right)$$
$$+\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{n}\pi_i \frac{\partial^2}{\partial T^2}\left(\int_{R_i}^{\infty}(x-R_i)f_i(x|r+T)dx\right). \quad (9)$$

Berdasarkan persamaan (7), (8), dan (9), matriks Hessian dari persamaan (2) adalah

$$H(R_1,R_2,\dots,R_n,T) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 TC}{\partial R_1^2} & 0 & \cdots & 0 & \frac{\partial^2 TC}{\partial R_1 \partial T} \\ 0 & \frac{\partial^2 TC}{\partial R_2^2} & \cdots & 0 & \frac{\partial^2 TC}{\partial R_2 \partial T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{\partial^2 TC}{\partial R_n^2} & \frac{\partial^2 TC}{\partial R_n \partial T} \\ \frac{\partial^2 TC}{\partial T \partial R_1} & \frac{\partial^2 TC}{\partial T \partial R_2} & \cdots & \frac{\partial^2 TC}{\partial T \partial R_n} & \frac{\partial^2 TC}{\partial T^2} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Matriks Hessian pada persamaan (10) berukuran $(n+1)\times(n+1)$. *Leading Principal Minor* ke-i dari matriks Hessian pada persamaan (10) dimana $i = 1,2,\dots,n$ adalah

$$H_i(R_1,R_2,\dots,T) = \prod_{k=1}^{i}\frac{\pi_k}{T}f_k(R_k|r+T).$$

Perhatikan bahwa nilai dari $\pi_i > 0$, karena menyatakan biaya *backorder* dan $T > 0$ karena menyatakan waktu antar pemesanan. Asumsi yang digunakan pada subbab ini adalah permintaan mengikuti suatu distribusi dengan fungsi padat peluang $f_i(x)$. Oleh karena itu, $f_i(x) > 0$ untuk setiap x yang berada pada domain dari fungsi f, sehingga $f_i(R_i|r+T) > 0$.Jadi. $H_i(R,T) > 0$ untuk $i = 1,2,\dots,n$.

Leading Principal Minor ke-$(n+1)$ dari persamaan (10) adalah $|H(R_1,R_2,\dots,R_n,T)|$ dimana $|H(R_1,R_2,\dots,R_n,T)|$ menyatakan determinan dari matriks $H(R_1,R_2,\dots,R_n,T)$. Untuk menjamin bahwa nilai R_i untuk $i = 1,2,\dots,n$ dan T yang memenuhi persamaan (4) dan (6) akan meminimumkan nilai TC maka diperlukan syarat $|H(R_1,R_2,\dots,R_n,T)| > 0$. Jadi, nilai R_i untuk $i = 1,2,\dots,n$ dan T yang memenuhi persamaan (4) dan 6) akan meminimumkan nilai TC jika $|H(R_1,R_2,\dots,R_n,T)| > 0$.

3. ANALISIS

3.1 MODEL PERSEDIAAN $P(R,T)$ DENGAN DISTRIBUSI EKSPONENSIAL

Pada bab 3.1 ini, akan dijabarkan persamaan-persamaan pada model $P(R,T)$ dimana permintaan barang mengikuti distribusi eksponensial dengan ekspektasi λ. Fungsi padat peluangnya adalah

$$f(x) = \frac{1}{\lambda}e^{-\frac{x}{\lambda}}.$$

Berdasarkan persamaan (2), total biaya untuk model ini menjadi

$$TC = \frac{C+(n-1)a}{T} + \sum_{i=1}^{n} IP_i\left(R_i - \mu_{li} - \frac{\lambda_i T}{2}\right)$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\frac{\pi_i}{T}\int_{R_i}^{\infty}\frac{x-R_i}{(T+r)\lambda_i}\exp\left(-\frac{x}{\lambda_i(T+r)}\right)dx. \tag{11}$$

Perhatikan bahwa

$$\int_{R_i}^{\infty}(x-R_i)\exp\left(-\frac{x}{\lambda_i(T+r)}\right)dx=\left(\lambda_i(T+r)\right)^2\exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right),$$

sehingga persamaan (11) dapat diubah menjadi

$$TC=\frac{C+(n-1)a}{T}+\sum_{i=1}^{n}IP_i\left(R_i-\mu_{li}-\frac{\lambda_i T}{2}\right)+\sum_{i=1}^{n}\pi_i\left(1+\frac{r}{T}\right)\lambda_i\exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right). \tag{12}$$

Berdasarkan persamaan (4) diperoleh

$$\exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right)=\frac{IP_iT}{\pi_i},$$

yang ekuivalen dengan

$$R_i=\lambda_i(T+r)\ln\left(\frac{\pi_i}{IP_iT}\right). \tag{13}$$

Berdasarkan persamaan (6), diperoleh

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n}\frac{\pi_iR_i}{T(T+r)}\exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right) &= \frac{C+(n-1)a}{T^2}+\sum_{i=1}^{n}\frac{IC_i\lambda_i}{2}\\ &\quad+\sum_{i=1}^{n}\frac{\pi_i r\lambda_i}{T^2}\exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right).\end{aligned} \tag{14}$$

Subtitusikan persamaan (13) ke persamaan (14), diperoleh

$$\sum_{i=1}^{n}\left(IP_i\left(\lambda_i\ln\left(\frac{\pi_i}{IP_iT}\right)-\frac{\lambda_i}{2}-\frac{r\lambda_i}{T}\right)\right)=\frac{C+(n-1)a}{T^2}. \tag{15}$$

Jadi, nilai T optimal dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (15). Nilai R_i dimana $i=1,2,\dots,n$ diperoleh dengan mengsubtitusikan nilai T yang diperoleh dari persamaan (15) ke persamaan (13).

Untuk menjamin nilai T dan R_i yang diperoleh menyebabkan nilai TC minimum, maka perlu dicari matriks Hessian. Berdasarkan persamaan (7) untuk $i=1,2,\dots,n$ diperoleh

$$\frac{\partial^2TC}{\partial R_i^2}=\frac{\pi_i}{\lambda_iT(T+r)}\exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right). \tag{16}$$

Berdasarkan persamaan (8) untuk $i=1,2,\dots,n$ diperoleh

$$\frac{\partial^2TC}{\partial T\partial R_i}=\frac{\pi_i}{T}\exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right)\left(\frac{1}{T}-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)^2}\right) \tag{17}$$

dan berdasarkan persamaan (9), diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2TC}{\partial T^2} &= \frac{2C+2(n-1)a}{T^3}+\frac{2}{T^3}\sum_{i=1}^{n}\pi_i\left(\lambda_i(T+r)\right)^2\exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right)\\ &\quad-\frac{2}{T^2}\sum_{i=1}^{n}\pi_i\frac{\partial}{\partial T}\left(\left(\lambda_i(T+r)\right)^2\exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right)\right)\end{aligned}$$

$$+\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{n}\pi_i\frac{\partial^2}{\partial T^2}\left(\left(\lambda_i(T+r)\right)^2\exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right)\right) \tag{18}$$

3.2 CONTOH NUMERIK

Pada bab 3.2 ini, akan diberikan contoh numerik pada model P(R,T) *multi item* dimana permintaan mengikuti distribusi eksponensial. Data yang digunakan diambil dari Aritonang, et al. (2014) dengan sedikit modifikasi. Data yang digunakan pada bab ini dinyatakan pada tabel 2.

Tabel 2. Data Penelitian

Barang	Mean (unit/minggu)	Harga jual bahan baku per unit (Rp)	Biaya penyimpanan per unit per tahun (Rp)	Biaya *backorder* per unit per tahun (Rp)
1	39,61	2.560.250	139.200	247.000
2	8,96	2.327.500	127.700	213.200
3	4,01	1.745.625	95.700	143.000
4	17,88	2.189.700	121.200	148.200
5	8,92	1.946.400	107.900	138.840
6	2,34	1.396.500	81.000	85.800

Biaya pemesanan untuk satu kali pemesanan satu barang adalah 118.682 dan jika memesan lebih dari 1 barang maka perusahan dapat melakukan saving, sehingga biayanya adalah 118.700 + (n-1)6.900. *Lead time* yang digunakan adalah 0,8 minggu.

Dengan menggunakan data di atas, nilai R_i untuk $i = 1,2,\dots,n$ dan T yang meminimumkan total biaya dapat dicari dengan menggunakan persamaan (13) dan (15). Nilai R_i untuk $i = 1,2,\dots,n$ untuk $T = 0{,}9289$ tahun adalah $R_1 = 1259$ unit, $R_2 = 258$ unit, $R_3 = 94$ unit, $R_4 = 242$ unit, $R_5 = 143$ unit, dan $R_6 = 16$. Untuk $T = 0{,}0097$, diperoleh $R_1 = 270$ unit, $R_2 = 61$ unit, $R_3 = 27$ unit, $R_4 = 113$ unit, $R_5 = 57$ unit, dan $R_6 = 15$.

Untuk menjamin bahwa nilai yang diperoleh menyebabkan nilai TC minimum, maka perlu dihitung determinan dari matriks Hessian seperti pada persamaan (10). Dari dua hasil di atas, diperoleh bahwa determinan dari matriks Hessian lebih besar dari nol, sehingga nilai R_i untuk $i = 1,2,3\dots,n$ dan T yang diperoleh menyebabkan nilai TC minimum. Oleh karena itu, perlu dibandingkan total biaya dari dua nilai T yang diperoleh. Dari hasil tersebut, total biaya dengan $T = 0{,}0097$ lebih kecil dibanding total biaya dengan $T = 0{,}9289$. Jadi, perusahaan tersebut akakn memesan barang setiap 0,0097 tahun dengan $R_1 = 270$ unit, $R_2 = 61$ unit, $R_3 = 27$ unit, $R_4 = 113$ unit, $R_5 = 57$ unit, dan $R_6 = 15$.

4. KESIMPULAN

Dalam model P(R,T) *multi item* dimana permintaan mengikuti suatu distribusi peluang dengan fungsi padat peluang, waktu antar pemesanan dan maksimum persedian untuk setiap barang dapat ditentukan dengan menyelesaikan persamaan

$$\int_{R_i}^{\infty} f_i(x|r+T)\,dx = \frac{IP_iT}{\pi_i}$$

untuk $i = 1,2,3\dots,n$ dan

$$\sum_{i=1}^{n}\pi_i\frac{\partial}{\partial T}\left(\int_{R_i}^{\infty}(x-R_i)f_i(x|r+T)dx\right) = \frac{C+(n-1)a}{T}$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\frac{\pi_i}{T}\int_{R_i}^{\infty}(x-R_i)f_i(x|r+T)dx$$
$$+\frac{T}{2}\sum_{i=1}^{n}\lambda_i IP_i.$$

Nilai R_i untuk $i=1,2,\dots,n$ dan T yang diperoleh akan menyebabkan TC minimum jika determinan dari matriks Hessian lebih besar dari nol.

Untuk kasus khusus, yaitu permintaan mengikuti distribusi eksponensial, waktu antar pemesanan dan maksimum persedian untuk setiap barang dapat ditentukan dengan menyelesaikan persamaan

$$R_i=\lambda_i(T+r)\ln\left(\frac{\pi_i}{IP_iT}\right)$$

untuk $i=1,2,\dots,n$ dan

$$\sum_{i=1}^{n}\left(IP_i\left(\lambda_i\ln\left(\frac{\pi_i}{IP_iT}\right)-\frac{\lambda_i}{2}-\frac{r\lambda_i}{T}\right)\right)=\frac{C+(n-1)a}{T^2}.$$

Nilai R_i untuk $i=1,2,\dots,n$ dan T yang diperoleh akan menyebabkan TC minimum jika determinan dari matriks Hessian lebih besar dari nol.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Aritonang, K., Sitompul, C., dan Alfian. (2014), “Implementation of Inventory System by $P(R,T)$ Model with Differenced Time of Known Priced Increase at PT Inti Vulkatama”, Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat Universitas Katolik Parahyangan.

[2] Hadley, G., & Whitin, T. (1963). *Analysis of Inventory Systems*. Prentice-Hall International, London.

[3] Winston, W. L. (2003). *Operations Research Applications and Algorithms.* Duxbury Press, New York.

ISSN 1907-3909

Alamat Redaksi:
Jurusan Matematika, FTIS - UNPAR
Gedung 9, Lantai 1
Jl. Ciumbuleuit No. 94, Bandung - 40141

PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA 2016