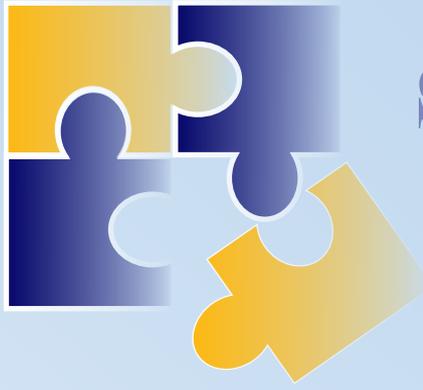


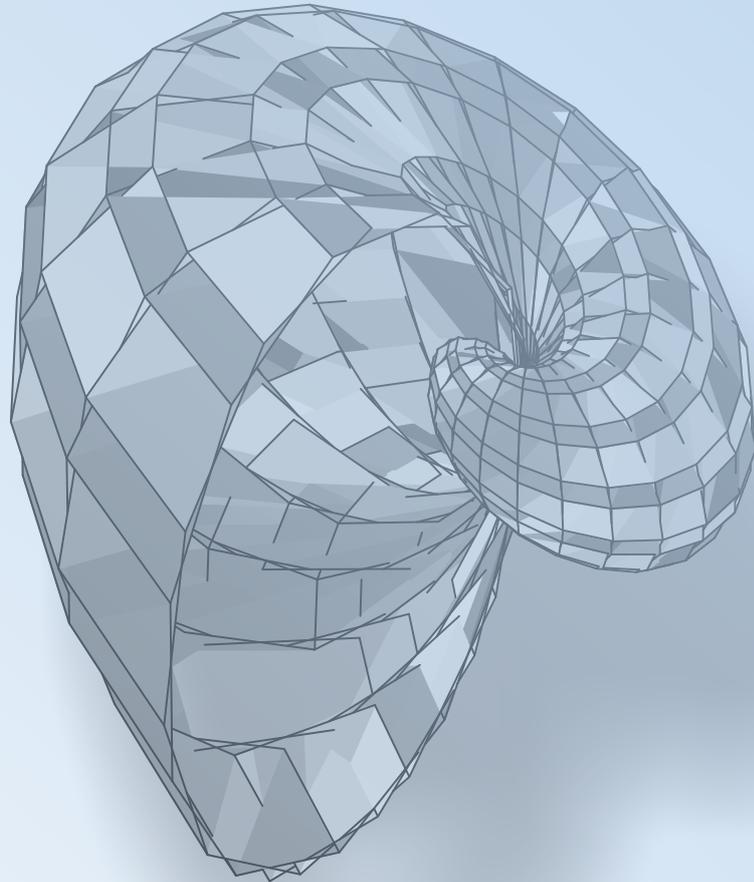
PROSIDING



Seminar Nasional MATEMATIKA

VOL. 11 TH. 2016

ISSN 1907-3909



UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCE
Jalan Ciumbuleuit 94, Bandung 40141, Indonesia



Seminar Nasional MATEMATIKA

VOL. 11 TH. 2016

ISSN 1907-3909

REVIEWERS

Dr. J. Dharma Lesmono

Benny Yong, MSi

Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI

Farah Kristiani, MSi

Iwan Sugiarto, MSi

Livia Owen, MSi

Agus Sukmana, MSc

Maria Anestasia, MSi

Erwinna Chendra, MSi

Liem Chin, MSi

Taufik Limansyah, SSi, MT

Alamat Redaksi:
Jurusan Matematika, FTIS - UNPAR
Gedung 9, Lantai 1
Jl. Ciumbuleuit No. 94, Bandung - 40141

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas terselenggaranya Seminar Nasional Matematika UNPAR 2016. Seminar ini merupakan kegiatan rutin tahunan yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika, Universitas Katolik Parahyangan, yang dimulai sejak tahun 2005 dan tahun ini merupakan tahun ke-12 penyelenggaraannya. Seminar Nasional Matematika UNPAR ini merupakan wadah pertemuan ilmiah antara matematikawan, guru, peneliti, dan praktisi yang tidak hanya terbatas di bidang matematika saja, melainkan juga penerapannya dalam berbagai bidang ilmu, antara lain dunia medis, ekonomi, lingkungan hidup, gejala alam dan penanganan risiko.

Seminar tahun ini mengambil tema “PERANAN MATEMATIKA DALAM PENGELOLAAN RISIKO”. Pemilihan tema ini dilatarbelakangi oleh perkembangan yang cukup pesat dari penerapan matematika di industri keuangan termasuk di dalam pengelolaan risiko suatu perusahaan. Melalui seminar ini diharapkan para peserta dapat saling berbagi pengetahuan dan informasi terbaru sehingga berdampak pada kesiapan yang lebih baik dari Indonesia dalam menghadapi tantangan ini.

Seminar kali ini mengundang tiga orang pembicara dari kalangan akademisi dan praktisi yang akan berbagi pengalaman, gagasan, dan pikiran. Pada sesi paralel, akan dipresentasikan 59 makalah yang merupakan hasil karya dosen, peneliti, dan mahasiswa dari berbagai instansi di tanah air.

Kami atas nama panitia Seminar Nasional Matematika UNPAR 2016 mengucapkan terima kasih atas partisipasinya, semoga bermanfaat bagi semua pihak.

Bandung, September 2016
Ketua Panitia

Dr. J. Dharma Lesmono

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	...i
Daftar Isi	...iii-ix

ALJABAR DAN ANALISIS

PRIMITIF FUNGSI TERINTEGRAL HENSTOCK-STIELTJES BERNILAI DI RUANG HILBERT <i>Made Benny Prasetya Wiranata dan Ch. Rini Indrati – UGM</i>	...AA 1-8
IDENTITAS BILANGAN FIBONACI DAN BILANGAN LUCAS PADA Z_6 <i>Sri Gemawati, Musraini M., Asli Sirait, dan Muslim – Universitas Riau</i>	...AA 9-16
BATAS ATAS PADA NORM-TAK HINGGA DARI INVERS MATRIKS NEKRASOV <i>Euis Hartini – Universitas Padjadjaran</i>	...AA 17-22
PEMBANGKIT SEMIGRUP DAN GRUP <i>Aloysius Joakim Fernandez – Universitas Katolik Widya Mandira</i>	...AA 23-28

STATISTIKA

MEMBANGUN APLIKASI STATISTIK DENGAN R SHINY GUI <i>Zulhanif – Universitas Padjadjaran</i>	...ST 1-7
ANALISIS METODE PENGUMPULAN DATA PRODUKTIVITAS BAWANG MERAH DAN CABAI BESAR <i>Anita Theresia – BPS</i>	...ST 8-16
BAYESIAN SPATIAL AUTOREGRESSIVE (BSAR) DALAM MENAKSIR ANGKA PREVALENSI DEMAM BERDARAH (DB) DI KOTA BANDUNG <i>I Gede Nyoman Mindra Jaya, Zulhanif, dan Bertho Tantular – Universitas Padjadjaran</i>	...ST 17-24
ESTIMASI REGRESI SEMIPARAMETRIK DENGAN RESPON HILANG MENGGUNAKAN ESTIMATOR TERBOBOT SKOR KECENDERUNGAN <i>Nur Salam – Universitas Lambung Mangkurat</i>	...ST 25-32

PERBANDINGAN METODE ROBUST MELALUI LEAST MEDIAN SQUARE DAN M-ESTIMATOR DALAM MENENTUKAN MODEL WAKTU KELANGSUNGAN HIDUP (SURVIVAL TIME) <i>Soemartini dan Enny Supartini – Universitas Padjadjaran</i>	...ST 33-40
DESAIN SPLIT-BALLOT MTMM UNTUK EVALUASI KUALITAS INSTRUMEN PENGUKURAN <i>Achmad Bachrudin – Universitas Padjadjaran</i>	...ST 41-48
SPARSE MULTINOMIAL LOGISTIC REGRESSION (Studi Kasus Data Kredit Macet di Bank Nasional “N”) <i>M. Fajar Jamiat – Skadron Pendidikan 201 Lanud Sulaiman TNI AU Nusar Hajarisman – Universitas Negeri Islam Bandung Anna Chadidjah – Universitas Padjadjaran</i>	...ST 49-56
ANALISIS KETERTINGGALAN DAERAH DI INDONESIA MENGGUNAKAN REGRESI LOGISTIK BINER <i>Titi Purwandari dan Yuyun Hidayat – Universitas Padjadjaran</i>	...ST 57-62
PENDEKATAN TRUNCATED REGRESSION PADA TINGKAT PENGANGGURAN TERBUKA PEREMPUAN <i>Defi Yusti Faidah, Resa Septiani Pontoh, dan Bertho Tantular – Universitas Padjadjaran</i>	...ST 63-68
ANALISIS VARIANS MULTIVARIATE UNTUK DATA LONGITUDINAL DENGAN PENGUKURAN DATA DILAKUKAN SECARA BERURUT BERDASARKAN WAKTU (REPEATED MEASURE) <i>Enny Supartini dan Soemartini – Universitas Padjadjaran</i>	...ST 69-76
APLIKASI ALGORITMA BOOSTING DALAM REGRESI LOGISTIK <i>Zulhanif – Universitas Padjadjaran</i>	...ST 77-81
PENYESUAIAN BAGAN KENDALI ATRIBUT KHUSUSNYA GRAFIK c DENGAN PENDEKATAN EKSPANSI CORNISH-FISHER <i>Irmina Veronika Uskono – Universitas Katolik Widya Mandira</i>	...ST 82-85

MATEMATIKA PENDIDIKAN

MENINGKATKAN AKTIVITAS BELAJAR MAHASISWA MELALUI TEKNIK MIND MAP PADA MATA KULIAH MATEMATIKA DISKRIT <i>Ririn Widiyasaki – Universitas Muhammadiyah Jakarta</i>	...MP 1-8
--	-----------

- PENGEMBANGAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN
PENDEKATAN METAKOGNITIF UNTUK MENINGKATKAN
KEMAMPUAN BERPIKIR LOGIS DAN SIKAP POSITIF SISWA SMP
*Kms. Muhammad Amin Fauzi, Sri Lestari Manurung, dan
Arnah Ritonga – Universitas Negeri Medan* ...MP 9-17
- PENGEMBANGAN BAHAN AJAR MATEMATIK BERBASIS INKUIRI
BERBANTUAN MULTI MEDIA UNTUK MENINGKATKAN
KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS SISWA SMA SE-PROVINSI
SUMATERA UTARA
*Waminton Rajagukguk, Kms. Muhammad Amin Fauzi, dan
Yasifati Hia – Universitas Negeri Medan* ...MP 18-25
- ANALISIS KESULITAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN
SOAL KEMAMPUAN ABSTRAKSI MATEMATIS PADA
MATA KULIAH STATISTIKA MATEMATIKA
Andri Suryana – Universitas Indraprasta PGRI Jakarta ...MP 26-34
- PENGEMBANGAN SOAL TIPE PISA DENGAN KONTEKS BATU AKIK
Rika Octalisa, Ratu Ilma, dan Somakim – Universitas Sriwijaya ...MP 35-43
- FAKTOR PENYEBAB KESALAHAN YANG DILAKUKAN
MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL KEMAMPUAN
PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS PADA
MATA KULIAH TEORI PELUANG
Georgina Maria Tinungki – Universitas Hasanuddin ...MP 44-51
- PENGEMBANGAN SOAL HOT UNTUK SISWA SMP
Indah Sari Kastriandana – Universitas Sriwijaya ...MP 52-58
- PEMBELAJARAN MATEMATIKA ANAK BERKEBUTUHAN
KHUSUS DI SEKOLAH INKLUSI
*Chatarina Febryanti dan
Ari Irawan – Universitas Indraprasta PGRI Jakarta* ...MP 59-64
- ALAT PERAGA IRISAN KERUCUT
Eyus Sudihartinih dan Tia Purniati – Universitas Pendidikan Indonesia ...MP 65-70
- PERBEDAAN PENGARUH BENTUK TES FORMATIF TERHADAP
HASIL BELAJAR MATEMATIKA DITINJAU DARI TINGKAT
KREATIVITAS SISWA
Lasia Agustina – Universitas Indraprasta PGRI ...MP 71-76

<p>REPRESENTASI VISUAL PENYELESAIAN SOAL CERITA PECAHAN SISWA SMP <i>Kristoforus Djawa Djong – Universitas Katolik Widya Mandira, Mahasiswa Pasca Unesa</i></p>	...MP 77-82
<p>PENGARUH PENDEKATAN RECIPROCAL TEACHING TERHADAP KEMAMPUAN BERPIKIR KREATIF MATEMATIKA SISWA <i>Ulfah Hernaeny dan Febrina Lia Dahlia – Universitas Indraprasta PGRI Jakarta</i></p>	...MP 83-88
<p>PENGARUH GAYA BELAJAR TERHADAP KEMAMPUAN PEMAHAMAN MATEMATIKA <i>Seruni dan Nurul Hikmah – Universitas Indraprasta PGRI</i></p>	...MP 89-95
<p>PENERAPAN ASESMEN KINERJA MELALUI “PBM” UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS, KREATIF MATEMATIK <i>Erik Santoso – Universitas Majalengka</i></p>	...MP 96-102
<p>PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN TREFFINGER DALAM MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KREATIF <i>Roida Eva Flora Siagian – Universitas Indraprasta PGRI Jakarta</i></p>	...MP 103-109
<p>PENGEMBANGAN BAHAN AJAR BERBASIS PROBLEM BASED LEARNING UNTUK SISWA SMP <i>Asri Nurdayani, Darmawijoyo, dan Somakim – Universitas Sriwijaya</i></p>	...MP 110-116
<p>ANALISIS PENGARUH SIKAP MAHASISWA PADA MATA KULIAH MATEMATIKA EKONOMI DAN BISNIS TERHADAP PRESTASI BELAJAR <i>Herlina – Universitas Bunda Mulia</i></p>	...MP 117-121
<p>PENGARUH PENGUASAAN TEKNOLOGI INFORMASI DAN KOMUNIKASI DAN DISIPLIN KERJA TERHADAP PRODUKTIVITAS KERJA GURU <i>Yuan Andinny dan Indah Lestari – Universitas Indraprasta PGRI</i></p>	...MP 122-130

MATEMATIKA TERAPAN

- ANALISIS PENGARUH TINGKAT PENGANGGURAN TERBUKA
DAN ANGKA MELEK HURUF TERHADAP TINGKAT KEMISKINAN
MENGUNAKAN MODEL FIXED EFFECT
(Studi Kasus Wilayah Kabupaten Propinsi Jawa Barat)
Ani Andriyati dan Rini Rakhmawati – Universitas Pakuan ...MT 1-8
- PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DI SURABAYA
MENGUNAKAN METODE K-MEANS
*Suzyanna, Purbandini, Indah Werdiningsih, dan
Miswanto – Universitas Airlangga Surabaya* ...MT 9-16
- ENKRIPSI DAN DEKRIPSI TEXT.TXT MENGGUNAKAN
KRIPTO SISTEM ELLIPTIC CURVE CRYPTOSYSTEM (ECC)
Akik Hidayat, Mira Suryani, dan Akmal – Universitas Padjadjaran ...MT 17-26
- PREMI ASURANSI JIWA DWIGUNA LAST SURVIVOR
DENGAN DISTRIBUSI PARETO
Hasriati, Ihda Hasbiyati, dan T. P. Nababan – Universitas Riau ...MT 27-36
- ANALISA PERILAKU KONSUMEN DALAM MENENTUKAN
STRATEGI PEMASARAN MENGGUNAKAN CONFIGURAL
FREQUENCY ANALYSIS
*Resa Septiani Pontoh, Defi Yusti Faidah, dan
Bertho Tantular – Universitas Padjadjaran* ...MT 37-42
- MODEL OPTIMASI VAKSINASI
Jonner Nainggolan – Universitas Cenderawasih Jayapura ...MT 43-48
- PEMANFAATAN FUNGSI MODIFIKASI WEIL PAIRING PADA
SKEMA PROXY SIGNATURE
Annisa Dini Handayani – Sekolah Tinggi Sandi Negara ...MT 49-54
- KONTROL OPTIMUM PADA POPULASI TUMOR DAN WAKTU
PENGOBATAN BERDASARKAN MODEL RADIOVIROTHERAPY
Embay Rohaeti dan Susi Susanti – Universitas Pakuan ...MT 55-61
- INVERS MATRIKS VANDERMONDE
Handi Koswara dan Iwan Sugiarto – Universitas Katolik Parahyangan ...MT 62-70

MAHASISWA

DISTRIBUSI BETA-PARETO <i>Adrianus Rambe, Siti Nurrohmah, dan Ida Fithriani – Universitas Indonesia</i>	...MS 1-8
PERSAMAAN DIFUSI PADA ZOOPLANKTON <i>Rahmat Al Kafi, Sri Mardiyati, dan Maulana Malik – Universitas Indonesia</i>	...MS 9-16
DISTRIBUSI RAYLEIGH <i>Fitria Andaryani, Siti Nurrohmah, dan Ida Fithriani – Universitas Indonesia</i>	...MS 17-24
PEMILIHAN PORTOFOLIO YANG OPTIMAL DENGAN MENGUNAKAN METODE ANT COLONY OPTIMIZATION <i>Joseph Martua Nababan dan Liem Chin – Universitas Katolik Parahyangan</i>	...MS 25-32
PENERAPAN ALGORITMA BEE COLONY UNTUK MENYELESAIKAN TRAVELING SALESMAN PROBLEM <i>Refy Kusumah dan J. Dharma Lesmono – Universitas Katolik Parahyangan</i>	...MS 33-40
PEMODELAN PERHITUNGAN PREMI ASURANSI JIWA DWIGUNA UNIT LINK DENGAN GARANSI <i>Bernika Setiawan dan Ferry Jaya Permana – Universitas Katolik Parahyangan</i>	...MS 41-48
PENENTUAN HARGA OPSI SAHAM KARYAWAN (OSK) MODEL HULL-WHITE DENGAN METODE BINO-TRINOMIAL (BTT) <i>Natasha Magdalena dan Erwinna Chendra – Universitas Katolik Parahyangan</i>	...MS 49-58
EKSISTENSI BIONOMIK EQUILIBRIUM PADA MODEL INTERAKSI INDUSTRIALISASI BIOMASSA DAN HEWAN LINDUNG <i>Ganjar, E. Hertini, dan A. K. Supriatna – Universitas Padjadjaran</i>	...MS 59-67
IMPLEMENTASI MODEL HYBRID ARIMA-ANN MENGGUNAKAN FILTER MOVING AVERAGE PADA PERAMALAN NILAI TUKAR DOLAR AS TERHADAP RUPIAH <i>Dian Nurhayati, Bevina D. Handari, dan Fevi Novkaniza – Universitas Indonesia</i>	...MS 68-76

<p>MODEL PENYEBARAN PENYAKIT SARS DENGAN PENGARUH VAKSINASI <i>Putri Efelin, Benny Yong, dan Livia Owen – Universitas Katolik Parahyangan</i></p>	...MS 77-85
<p>STABLE AGE DISTRIBUTION PADA MODEL BACK-CROSSING PERSILANGAN TERNAK LOKAL DAN TERNAK EKSOTIS <i>A. U. Raihan, A. K. Supriatna, dan N. Anggriani – Universitas Padjadjaran</i></p>	...MS 86-92
<p>MODEL PERSEDIAAN P(R,T) MULTI ITEM DENGAN DISTRIBUSI PERMINTAAN UMUM <i>Handi Koswara dan J. Dharma Lesmono – Universitas Katolik Parahyangan</i></p>	...MS 93-99
<p>DISTRIBUSI EXPONENTIATED EXPONENTIAL <i>Ridho Okta Pawarestu, Siti Nurrohmah, dan Ida Fithriani – Universitas Indonesia</i></p>	...MS 100-106
<p>PENENTUAN JARAK MINIMUM DALAM SUATU JARINGAN DENGAN ALGORITMA PRIM DAN PEMROGRAMAN BILANGAN BINER <i>Robby Hardiwinata dan J. Dharma Lesmono – Universitas Katolik Parahyangan</i></p>	...MS 107-113
<p>ALGORITMA SWEEP DAN ELITE ANT SYSTEM UNTUK MENYELESAIKAN MULTIPLE TRAVELING SALESMAN PROBLEM (MTSP) <i>Karina, Gatot F. Hertono, dan Bevina D. Handari – Universitas Indonesia</i></p>	...MS 114-119
<p>PENAKSIRAN PARAMETER SKALA DARI DISTRIBUSI NAKAGAMI MENGGUNAKAN METODE BAYES <i>Siti Nur Noviyani Witayati, Ida Fithriani, dan Siti Nurrohmah – Universitas Indonesia</i></p>	...MS 120-127

MODEL PERSEDIAAN P(R,T) *MULTI ITEM* DENGAN DISTRIBUSI PERMINTAAN UMUM

Handi Koswara¹ dan Dharma Lesmono²

^{1,2}Jurusan Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains
Universitas Katolik Parahyangan, Jalan Ciumbuleuit no. 94, Bandung 40141
email : ¹handi.koswara24@gmail.com, ²jdharma@unpar.ac.id

Abstrak. Dalam dunia industri, perusahaan pasti berhubungan dengan persediaan. Persediaan ini digunakan untuk memenuhi permintaan dari konsumen. Terkadang, permintaan dari konsumen tidak menentu, sehingga perusahaan sering untuk memprediksi permintaan berdasarkan data di masa lalu. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk mengembangkan model persediaan *periodic review* yang melibatkan n buah barang dimana permintaan mengikuti suatu distribusi umum. Dengan menggunakan metode optimasi, perusahaan dapat menentukan waktu antar pemesanan dan maksimum persediaan untuk setiap barang. Sebagai contoh, jika permintaan mengikuti distribusi eksponensial dan berdasarkan data yang digunakan, maka perusahaan akan memesan barang setiap 0,0097 tahun dengan $R_1 = 270$ unit, $R_2 = 61$ unit, $R_3 = 27$ unit, $R_4 = 113$ unit, $R_5 = 57$ unit, dan $R_6 = 15$.

Kata kunci : *persediaan, permintaan, periodic review, distribusi umum*

1. PENDAHULUAN

Pada zaman sekarang, perekonomian dunia usaha berkembang dengan pesat dan persaingan antar perusahaan semakin ketat. Oleh karena itu, perusahaan harus bekerja lebih efisien dan juga konsumen menjadi lebih selektif dalam membeli barang yang dibelinya.

Dalam dunia industri, perusahaan pasti berhubungan dengan persediaan. Persediaan adalah bahan baku, barang setengah jadi, atau barang jadi yang disimpan untuk memenuhi permintaan dari konsumen. Persediaan ini melibatkan beberapa biaya seperti biaya pemesanan, biaya pembelian, dan biaya pemesanan. Biaya yang ditimbulkan oleh persediaan sangat diperhitungkan oleh perusahaan, sehingga perusahaan memerlukan suatu pengaturan yang baik untuk menentukan jumlah barang yang akan dipesan atau waktu untuk melakukan pemesanan sehingga biaya yang dikeluarkan sekecil mungkin. Terkadang, permintaan dari konsumen tidak menentu, sehingga perusahaan sering untuk memprediksi permintaan berdasarkan data di masa lalu. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk mengembangkan model persediaan *periodic review* yang melibatkan n buah barang dimana permintaan mengikuti suatu distribusi umum.

Pada penelitian ini, digunakan beberapa notasi, yaitu :

Tabel 1. Daftar notasi

TC : Total biaya per tahun.	R_i : Maksimum persediaan barang ke- i .
n : Jumlah barang.	μ_{l_i} : Rata-rata permintaan selama <i>lead time</i> .
C : Biaya pemesanan satu barang untuk sekali pemesanan.	λ_i : Permintaan barang ke- i per tahun
T : Waktu antar pemesanan.	π_i : Biaya <i>backorder</i> barang ke- i per unit.
P_i : Harga barang ke- i .	$E(R,T)_i$: Rata-rata jumlah barang yang menyebabkan <i>backorder</i> .

a	: Tambahan biaya pemesanan jika memesan lebih dari satu barang.	r	: Waktu <i>lead time</i> .
I	: Fraksi biaya penyimpanan.		

Hadley & Whitin, (1963) membuat model *periodic review* ($P(R, T)$). Total biaya dalam model ini adalah

$$TC = \frac{C}{T} + IP \left(R - \mu_l - \frac{\lambda T}{2} \right) + \pi E(R, T).$$

Aritonang, et al. (2014) mengembangkan model yang dibuat oleh Hadley & Whitin, (1963). Total biaya dari model tersebut adalah

$$TC = \frac{C + (n-1)a}{T} + \sum_{i=1}^n IP_i \left(R_i - \mu_{li} - \frac{\lambda_i T}{2} \right) + \sum_{i=1}^n \pi_i E(R, T)_i \quad (1)$$

Dalam penelitian yang dibuat oleh Aritonang, et al. (2014), permintaan diasumsikan mengikuti distribusi normal. Pada makalah ini, permintaan akan mengikuti suatu distribusi dengan fungsi padat peluang $f(x)$. Dengan meminimumkan persamaan (1), perusahaan dapat menentukan nilai T dan R_i untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$.

2. LANDASAN TEORI

Pada bab ini, akan dipaparkan cara untuk mencari nilai T dan R_i untuk $i = 1, 2, \dots, n$ agar nilai TC minimum. Perhatikan bahwa $E(R, T)_i$ dengan $i = 1, 2, \dots, n$ menyatakan rata-rata jumlah barang ke- i yang menyebabkan *backorder*, sehingga berdasarkan Hadley & Whitin, (1963)

$$E(R, T)_i = \frac{1}{T} \int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) f_i(x|r+T) dx.$$

dimana $f_i(x|r+T)$ menyatakan fungsi padat peluang dari permintaan barang ke- i selama $r+T$ dan x menyatakan peubah acak yang mengikuti suatu distribusi peluang. Persamaan (1) dapat diubah menjadi

$$TC = \frac{C + (n-1)a}{T} + \sum_{i=1}^n IP_i \left(R_i - \mu_{li} - \frac{\lambda_i T}{2} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{\pi_i}{T} \int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) f_i(x|r+T) dx. \quad (2)$$

Untuk meminimumkan TC pada persamaan (2), maka perlu dicari nilai T dan R_i untuk $i = 1, 2, \dots, n$ yang memenuhi persamaan $\frac{\partial TC}{\partial R_i} = 0$ dan $\frac{\partial TC}{\partial T} = 0$. Perhatikan bahwa

$$\frac{\partial TC}{\partial R_i} = IP_i + \frac{\pi_i}{T} \frac{\partial}{\partial R_i} \int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) f_i(x|r+T) dx. \quad (3)$$

Karena $\frac{\partial TC}{\partial R_i} = 0$, maka

$$\begin{aligned} 0 &= IP_i + \frac{\pi_i}{T} \frac{\partial}{\partial R_i} \left(\int_{R_i}^{\infty} x f_i(x|r+T) dx - R_i \int_{R_i}^{\infty} f_i(x|r+T) dx \right) \\ 0 &= IP_i + \frac{\pi_i}{T} \frac{\partial}{\partial R_i} \left(- \int_{\infty}^{R_i} x f_i(x|r+T) dx + R_i \int_{\infty}^{R_i} f_i(x|r+T) dx \right). \end{aligned}$$

Berdasarkan Teorema Dasar Kalkulus, diperoleh

$$0 = IP_i + \frac{\pi_i}{T} \frac{\partial}{\partial R_i} (-R_i f_i(R_i|r+T))$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\infty}^{R_i} f_i(x|r+T) dx + R_i f_i(R_i|r+T) \\
0 & = IP_i - \frac{\pi_i}{T} \int_{R_i}^{\infty} f_i(x|r+T) dx \\
\int_{R_i}^{\infty} f_i(x|r+T) dx & = \frac{IP_i T}{\pi_i}. \tag{4}
\end{aligned}$$

Untuk $\frac{\partial TC}{\partial T}$, perhatikan bahwa

$$\begin{aligned}
\frac{\partial TC}{\partial T} & = -\frac{C + (n-1)a}{T^2} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \lambda_i IP_i \\
& - \frac{1}{T^2} \sum_{i=1}^n \pi_i \int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) f_i(x|r+T) dx \\
& + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \pi_i \frac{\partial}{\partial T} \left(\int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) f_i(x|r+T) dx \right). \tag{5}
\end{aligned}$$

Karena $\frac{\partial TC}{\partial T} = 0$, maka diperoleh

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n \pi_i \frac{\partial}{\partial T} \left(\int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) f_i(x|r+T) dx \right) & = \frac{C + (n-1)a}{T} \\
& + \sum_{i=1}^n \frac{\pi_i}{T} \int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) f_i(x|r+T) dx \\
& + \frac{T}{2} \sum_{i=1}^n \lambda_i IP_i. \tag{6}
\end{aligned}$$

Winston (2003) menjelaskan bahwa jika *Leading Principal Minor* ke- k dari matriks Hessian dari persamaan (2) lebih besar dari nol untuk setiap k , maka nilai R_i untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan T yang memenuhi persamaan (4) dan (6) akan meminimumkan nilai TC . Berdasarkan persamaan (3), dapat dicari $\frac{\partial^2 TC}{\partial R_i \partial R_j}$ untuk $i, j = 1, 2, \dots, n$ dan hasil $\frac{\partial^2 TC}{\partial R_i \partial R_j}$ dinyatakan pada persamaan (7).

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial R_i \partial R_j} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ \frac{\pi_i}{T} f_i(R_i|r+T), & i = j \end{cases} \tag{7}$$

Hasil dari $\frac{\partial^2 TC}{\partial T \partial R_i}$ dan $\frac{\partial^2 TC}{\partial R_i \partial T}$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dinyatakan pada persamaan (8).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 TC}{\partial T \partial R_i} & = \frac{\partial^2 TC}{\partial R_i \partial T} \\
& = \frac{\pi_i}{T^2} \int_{R_i}^{\infty} f_i(x|r+T) dx - \frac{\pi_i}{T} \frac{\partial}{\partial T} \left(\int_{R_i}^{\infty} f_i(x|r+T) dx \right). \tag{8}
\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (5), dapat dicari $\frac{\partial^2 TC}{\partial T^2}$ yang dinyatakan pada persamaan (9).

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 TC}{\partial T^2} &= \frac{2C + 2(n-1)a}{T^3} + \frac{2}{T^3} \sum_{i=1}^n \pi_i \int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) f_i(x|r+T) dx \\ &\quad - \frac{2}{T^2} \sum_{i=1}^n \pi_i \frac{\partial}{\partial T} \left(\int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) f_i(x|r+T) dx \right) \\ &\quad + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \pi_i \frac{\partial^2}{\partial T^2} \left(\int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) f_i(x|r+T) dx \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Berdasarkan persamaan (7), (8), dan (9), matriks Hessian dari persamaan (2) adalah

$$H(R_1, R_2, \dots, R_n, T) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 TC}{\partial R_1^2} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial^2 TC}{\partial R_1 \partial T} \\ 0 & \frac{\partial^2 TC}{\partial R_2^2} & \dots & 0 & \frac{\partial^2 TC}{\partial R_2 \partial T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{\partial^2 TC}{\partial R_n^2} & \frac{\partial^2 TC}{\partial R_n \partial T} \\ \frac{\partial^2 TC}{\partial T \partial R_1} & \frac{\partial^2 TC}{\partial T \partial R_2} & \dots & \frac{\partial^2 TC}{\partial T \partial R_n} & \frac{\partial^2 TC}{\partial T^2} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Matriks Hessian pada persamaan (10) berukuran $(n+1) \times (n+1)$. *Leading Principal Minor* ke- i dari matriks Hessian pada persamaan (10) dimana $i = 1, 2, \dots, n$ adalah

$$H_i(R_1, R_2, \dots, T) = \prod_{k=1}^i \frac{\pi_k}{T} f_k(R_k|r+T).$$

Perhatikan bahwa nilai dari $\pi_i > 0$, karena menyatakan biaya *backorder* dan $T > 0$ karena menyatakan waktu antar pemesanan. Asumsi yang digunakan pada subbab ini adalah permintaan mengikuti suatu distribusi dengan fungsi padat peluang $f_i(x)$. Oleh karena itu, $f_i(x) > 0$ untuk setiap x yang berada pada domain dari fungsi f , sehingga $f_i(R_i|r+T) > 0$. Jadi, $H_i(R, T) > 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$.

Leading Principal Minor ke- $(n+1)$ dari persamaan (10) adalah $|H(R_1, R_2, \dots, R_n, T)|$ dimana $|H(R_1, R_2, \dots, R_n, T)|$ menyatakan determinan dari matriks $H(R_1, R_2, \dots, R_n, T)$. Untuk menjamin bahwa nilai R_i untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan T yang memenuhi persamaan (4) dan (6) akan meminimumkan nilai TC maka diperlukan syarat $|H(R_1, R_2, \dots, R_n, T)| > 0$. Jadi, nilai R_i untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan T yang memenuhi persamaan (4) dan (6) akan meminimumkan nilai TC jika $|H(R_1, R_2, \dots, R_n, T)| > 0$.

3. ANALISIS

3.1 MODEL PERSEDIAAN $P(R, T)$ DENGAN DISTRIBUSI EKSPONENSIAL

Pada bab 3.1 ini, akan dijabarkan persamaan-persamaan pada model $P(R, T)$ dimana permintaan barang mengikuti distribusi eksponensial dengan ekspektasi λ . Fungsi padat peluangnya adalah

$$f(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}.$$

Berdasarkan persamaan (2), total biaya untuk model ini menjadi

$$TC = \frac{C + (n-1)a}{T} + \sum_{i=1}^n IP_i \left(R_i - \mu_{li} - \frac{\lambda_i T}{2} \right)$$

$$+ \sum_{i=1}^n \frac{\pi_i}{T} \int_{R_i}^{\infty} \frac{x - R_i}{(T+r)\lambda_i} \exp\left(-\frac{x}{\lambda_i(T+r)}\right) dx. \quad (11)$$

Perhatikan bahwa

$$\int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) \exp\left(-\frac{x}{\lambda_i(T+r)}\right) dx = (\lambda_i(T+r))^2 \exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right),$$

sehingga persamaan (11) dapat diubah menjadi

$$TC = \frac{C + (n-1)a}{T} + \sum_{i=1}^n IP_i \left(R_i - \mu_{li} - \frac{\lambda_i T}{2} \right) + \sum_{i=1}^n \pi_i \left(1 + \frac{r}{T} \right) \lambda_i \exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right). \quad (12)$$

Berdasarkan persamaan (4) diperoleh

$$\exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right) = \frac{IP_i T}{\pi_i},$$

yang ekuivalen dengan

$$R_i = \lambda_i(T+r) \ln\left(\frac{\pi_i}{IP_i T}\right). \quad (13)$$

Berdasarkan persamaan (6), diperoleh

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \frac{\pi_i R_i}{T(T+r)} \exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right) &= \frac{C + (n-1)a}{T^2} + \sum_{i=1}^n \frac{IC_i \lambda_i}{2} \\ &+ \sum_{i=1}^n \frac{\pi_i r \lambda_i}{T^2} \exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right). \end{aligned} \quad (14)$$

Substitusikan persamaan (13) ke persamaan (14), diperoleh

$$\sum_{i=1}^n \left(IP_i \left(\lambda_i \ln\left(\frac{\pi_i}{IP_i T}\right) - \frac{\lambda_i}{2} - \frac{r \lambda_i}{T} \right) \right) = \frac{C + (n-1)a}{T^2}. \quad (15)$$

Jadi, nilai T optimal dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (15). Nilai R_i dimana $i = 1, 2, \dots, n$ diperoleh dengan mensubstitusikan nilai T yang diperoleh dari persamaan (15) ke persamaan (13).

Untuk menjamin nilai T dan R_i yang diperoleh menyebabkan nilai TC minimum, maka perlu dicari matriks Hessian. Berdasarkan persamaan (7) untuk $i = 1, 2, \dots, n$ diperoleh

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial R_i^2} = \frac{\pi_i}{\lambda_i T(T+r)} \exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right). \quad (16)$$

Berdasarkan persamaan (8) untuk $i = 1, 2, \dots, n$ diperoleh

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial T \partial R_i} = \frac{\pi_i}{T} \exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right) \left(\frac{1}{T} - \frac{R_i}{\lambda_i(T+r)^2} \right) \quad (17)$$

dan berdasarkan persamaan (9), diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 TC}{\partial T^2} &= \frac{2C + 2(n-1)a}{T^3} + \frac{2}{T^3} \sum_{i=1}^n \pi_i (\lambda_i(T+r))^2 \exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right) \\ &- \frac{2}{T^2} \sum_{i=1}^n \pi_i \frac{\partial}{\partial T} \left((\lambda_i(T+r))^2 \exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right) \right) \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \pi_i \frac{\partial^2}{\partial T^2} \left((\lambda_i(T+r))^2 \exp\left(-\frac{R_i}{\lambda_i(T+r)}\right) \right) \quad (18)$$

3.2 CONTOH NUMERIK

Pada bab 3.2 ini, akan diberikan contoh numerik pada model P(R,T) *multi item* dimana permintaan mengikuti distribusi eksponensial. Data yang digunakan diambil dari Aritonang, et al. (2014) dengan sedikit modifikasi. Data yang digunakan pada bab ini dinyatakan pada tabel 2.

Tabel 2. Data Penelitian

Barang	Mean (unit/minggu)	Harga jual bahan baku per unit (Rp)	Biaya penyimpanan per unit per tahun (Rp)	Biaya <i>backorder</i> per unit per tahun (Rp)
1	39,61	2.560.250	139.200	247.000
2	8,96	2.327.500	127.700	213.200
3	4,01	1.745.625	95.700	143.000
4	17,88	2.189.700	121.200	148.200
5	8,92	1.946.400	107.900	138.840
6	2,34	1.396.500	81.000	85.800

Biaya pemesanan untuk satu kali pemesanan satu barang adalah 118.682 dan jika memesan lebih dari 1 barang maka perusahaan dapat melakukan saving, sehingga biayanya adalah 118.700 + (n-1)6.900. *Lead time* yang digunakan adalah 0,8 minggu.

Dengan menggunakan data di atas, nilai R_i untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan T yang meminimumkan total biaya dapat dicari dengan menggunakan persamaan (13) dan (15). Nilai R_i untuk $i = 1, 2, \dots, n$ untuk $T = 0,9289$ tahun adalah $R_1 = 1259$ unit, $R_2 = 258$ unit, $R_3 = 94$ unit, $R_4 = 242$ unit, $R_5 = 143$ unit, dan $R_6 = 16$. Untuk $T = 0,0097$, diperoleh $R_1 = 270$ unit, $R_2 = 61$ unit, $R_3 = 27$ unit, $R_4 = 113$ unit, $R_5 = 57$ unit, dan $R_6 = 15$.

Untuk menjamin bahwa nilai yang diperoleh menyebabkan nilai TC minimum, maka perlu dihitung determinan dari matriks Hessian seperti pada persamaan (10). Dari dua hasil di atas, diperoleh bahwa determinan dari matriks Hessian lebih besar dari nol, sehingga nilai R_i untuk $i = 1, 2, 3 \dots, n$ dan T yang diperoleh menyebabkan nilai TC minimum. Oleh karena itu, perlu dibandingkan total biaya dari dua nilai T yang diperoleh. Dari hasil tersebut, total biaya dengan $T = 0,0097$ lebih kecil dibanding total biaya dengan $T = 0,9289$. Jadi, perusahaan tersebut akan memesan barang setiap 0,0097 tahun dengan $R_1 = 270$ unit, $R_2 = 61$ unit, $R_3 = 27$ unit, $R_4 = 113$ unit, $R_5 = 57$ unit, dan $R_6 = 15$.

4. KESIMPULAN

Dalam model P(R,T) *multi item* dimana permintaan mengikuti suatu distribusi peluang dengan fungsi padat peluang, waktu antar pemesanan dan maksimum persediaan untuk setiap barang dapat ditentukan dengan menyelesaikan persamaan

$$\int_{R_i}^{\infty} f_i(x|r+T) dx = \frac{IP_i T}{\pi_i}$$

untuk $i = 1, 2, 3 \dots, n$ dan

$$\sum_{i=1}^n \pi_i \frac{\partial}{\partial T} \left(\int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) f_i(x|r+T) dx \right) = \frac{C + (n-1)a}{T}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^n \frac{\pi_i}{T} \int_{R_i}^{\infty} (x - R_i) f_i(x|r + T) dx \\
& + \frac{T}{2} \sum_{i=1}^n \lambda_i IP_i.
\end{aligned}$$

Nilai R_i untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan T yang diperoleh akan menyebabkan TC minimum jika determinan dari matriks Hessian lebih besar dari nol.

Untuk kasus khusus, yaitu permintaan mengikuti distribusi eksponensial, waktu antar pemesanan dan maksimum persediaan untuk setiap barang dapat ditentukan dengan menyelesaikan persamaan

$$R_i = \lambda_i(T + r) \ln \left(\frac{\pi_i}{IP_i T} \right)$$

untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan

$$\sum_{i=1}^n \left(IP_i \left(\lambda_i \ln \left(\frac{\pi_i}{IP_i T} \right) - \frac{\lambda_i}{2} - \frac{r \lambda_i}{T} \right) \right) = \frac{C + (n - 1)a}{T^2}.$$

Nilai R_i untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan T yang diperoleh akan menyebabkan TC minimum jika determinan dari matriks Hessian lebih besar dari nol.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Aritonang, K., Sitompul, C., dan Alfian. (2014), "Implementation of Inventory System by P(R, T) Model with Differenced Time of Known Priced Increase at PT Inti Vulkatama", Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat Universitas Katolik Parahyangan.
- [2] Hadley, G., & Whitin, T. (1963). *Analysis of Inventory Systems*. Prentice-Hall International, London.
- [3] Winston, W. L. (2003). *Operations Research Applications and Algorithms*. Duxbury Press, New York.

ISSN 1907-3909



9 771907 3909 14

Alamat Redaksi:
Jurusan Matematika, FTIS - UNPAR
Gedung 9, Lantai 1
Jl. Ciumbuleuit No. 94, Bandung - 40141

PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA 2016