

Judith Felicia Pattiwael I.

MATEMATIKA EKONOMI



Penerbit
Salemba Empat

MATEMATIKA EKONOMI



MATEMATIKA EKONOMI

Judith Felicia Pattiwael Irawan

330.154 3

IRA

m



87456 / PE

14.5.02



**Penerbit
Salemba Empat**

MATEMATIKA EKONOMI

Judith Felicia Pattiwael Irawan



© 2001, **Penerbit Salemba Empat (PT Salemba Emban Patria)**

Grand Wijaya Center Blok D-7

Jl. Wijaya 2, Jakarta 12160

Telp. : (021) 721-0238, 725-8239

Faks. : (021) 721-0207

Website : www.salembaempat.com

Email : salemba@centrin.net.id

Hak cipta dilindungi undang-undang. Dilarang memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apa pun, baik secara elektronik maupun mekanik, termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan menggunakan sistem penyimpanan lainnya, tanpa izin tertulis dari Penerbit.

Irawan, Judith Felicia Pattiwael

**Matematika Ekonomi/ Judith Felicia Pattiwael
Irawan**

– Edisi Pertama–Jakarta: Salemba Empat, 2001
1 jil.: 26 cm

ISBN 979-691-096-9

1. Matematika

I. Judul

Matematika merupakan alat yang sangat membantu dalam mencari penyelesaian berbagai permasalahan termasuk persoalan-persoalan ekonomian bisnis.

Sebenarnya sudah sangat banyak buku-buku matematika yang tersedia. Akan tetapi hampir kebanyakan ditujukan bagi mahasiswa di tingkat Universitas. Karena dirasakan minimnya keberadaan buku-buku matematika untuk Tingkat Diploma III maka penulis berusaha untuk menyuguhkan materi yang sesuai untuk kebutuhan Tingkat Diploma III. Materi buku ini diberikan selama satu semester yaitu di Semester I, sehingga dapat juga dipergunakan bagi Tingkat Diploma I. Semua materi dalam buku ini telah diterapkan di Jurusan Manajemen Diploma III Fakultas Ekonomi Universitas Katolik Parahyangan.

Materi dalam buku ini terbagi dalam lima bagian. Bagian pertama berisi Konsep-konsep Dasar Matematika sehubungan dengan Teori Baris dan Deret. Kemudian dilanjutkan dengan Penerapan Teori Baris dan Deret dalam Bisnis dan Ekonomi. Bagian kedua menggambarkan Konsep-konsep Dasar Matematika dari Teori Fungsi Linier yang dilengkapi dengan Penerapan Konsep Fungsi Linier tersebut dalam Bisnis dan Ekonomi. Bagian ketiga menguraikan tentang Konsep-konsep Dasar Matematika tentang Teori Limit dan Penerapannya dalam Bisnis dan Ekonomi. Bagian keempat menguraikan Teori Diferensial yang dilanjutkan dengan Penerapan Diferensial dalam Bisnis dan Ekonomi. Dan bagian terakhir menguraikan Konsep-konsep Dasar Matematika sehubungan dengan Teori Integral serta Penerapan Konsep Integral tersebut dalam Bisnis dan Ekonomi.

Demikianlah uraian materi dari buku ini. Penulis hendak mengucapkan terima kasih yang sedalam-dalamnya kepada Bapak Drs. Zainuddin Noerdin, selaku mantan Direktur Program Diploma III Universitas Katolik Parahyangan periode 1995–1998 yang telah memberikan masukan dalam penulisan buku ini. Juga kepada Bapak Tatang Suhana yang membantu dalam penyempurnaan pengetikan buku ini. Terutama terima kasih kepada suami tercinta Drs Irawan J. Hartono, M.A. serta putri tersayang Priscilla Felicia Apriliani untuk segala dukungan, pengertian dan kasih sayangnya. Di samping itu juga terima kasih kepada Papa Drs. P.J. Pattiwael yang memberikan semangat untuk senantiasa maju serta Ibu Mertua Prof. Dr. Sunaryati Hartono, S.H. atas segala dukungannya.

Akhir kata, buku ini tersusun semata-mata merupakan berkat dan anugerahNya. Semoga buku ini dapat berguna bagi siapa saja yang membutuhkannya. Saran dan masukannya sangat penulis harapkan.

Bandung, Juni 2001.

Penulis

DAFTAR ISI



KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix

BAGIAN SATU: KONSEP DASAR TEORI BARIS DAN DERET SERTA PENERAPANNYA DALAM BISNIS DAN EKONOMI

BAB 1 TEORI BARIS DAN DERET

1.1 Pengertian Baris	3
1.2 Baris Hitung	3
1.3 Deret Hitung	4
1.4 Baris Ukur	4
1.5 Deret Ukur	5

BAB 2 PENERAPAN TEORI BARIS DAN DERET DALAM BISNIS DAN EKONOMI

2.1 Perkembangan Usaha	9
2.2 Teori Nilai Uang	10
2.3 Pertumbuhan Penduduk	15

BAGIAN DUA : KONSEP DASAR TEORI FUNGSI, TEORI FUNGSI LINIER SERTA PENERAPANNYA DALAM BISNIS DAN EKONOMI

BAB 3 TEORI FUNGSI DAN TEORI FUNGSI LINIER

3.1	Pengertian Fungsi	25
3.2	Jenis-jenis Fungsi	26
3.3	Pengertian Fungsi Linier	27
3.4	Penggambaran Fungsi Linier	28
3.5	Hubungan Dua Fungsi Linier	31
3.6	Titik Potong Fungsi Linier	33
3.7	Penamaan Fungsi Linier	34

BAB 4 PENERAPAN FUNGSI LINIER DALAM BISNIS DAN EKONOMI

4.1	Pendahuluan	39
	PENERAPAN DALAM BISNIS DAN TEORI EKONOMI MIKRO.	
4.2	Fungsi Permintaan	39
4.3	Fungsi Penawaran	42
4.4	Keseimbangan Pasar	44
4.5	Pengaruh Pajak terhadap Keseimbangan Pasar	47
4.6	Pengaruh Subsidi terhadap Keseimbangan Pasar	51
4.7	Fungsi Penerimaan	55
4.8	Fungsi Biaya	56
4.9	Analisis 'Break-Even'	57
	PENERAPAN DALAM TEORI EKONOMI MAKRO	
4.10	Fungsi Pendapatan Nasional yang Terdistribusi menjadi Fungsi Konsumsi dan Fungsi Tabungan	59
4.11	Fungsi Pendapatan Nasional yang Dihitung Melalui Pendekatan Pengeluaran	62

BAGIAN TIGA :

**KONSEP DASAR TEORI LIMIT DAN PENERAPANNYA
DALAM BISNIS DAN EKONOMI**

BAB 5	TEORI LIMIT	79
5.1	Pendahuluan	79
5.2	Konsep Limit	79
5.3	Kaidah-kaidah Limit	82
5.4	Kasus Khusus	84
5.5	Penerapan Limit dalam Ekonomi dan Bisnis	87

BAGIAN EMPAT :
KONSEP DASAR TEORI DIFERENSIAL DAN PENERAPANNYA
DALAM BISNIS DAN EKONOMI

BAB 6 TEORI DIFERENSIAL

6.1	Pendahuluan	95
6.2	'Kuosien Diffrence'	95
6.3	Diferensiasi	98
6.4	Kaidah-kaidah Diferensial	100
6.5	Jenis-jenis Diferensial	101

BAB 7 PENERAPAN DIFERENSIAL DALAM BISNIS DAN EKONOMI

7.1	Penerapan Teori Diferensial Biasa:	107
7.1.1	Laju Pertumbuhan (Fungsi Marginal)	107
7.1.2	Optimasi Satu Variabel (Nilai Ekstrim Maksimum atau Minimum): Maksimasi Total Pendapatan, Maksimasi Total Marginal Pendapatan, Minimasi Total Biaya, Minimasi Total Marginal Biaya, Maksimasi Laba, Maksimasi Penerimaan Pajak, Minimasi Total Biaya Persediaan.	110
7.1.3	Elastisitas Titik: Analisis Fungsi dan Grafis.	117
7.2	Penerapan Teori Diferensial Berantai:	119
7.2.1	Fungsi Produksi: <i>Marginal Physical Product of Capital</i> (MPPC), <i>Marginal Physical Product of Labor</i> (MPPL), <i>Marginal Revenue Product of Capital</i> (MRPC), <i>Marginal Revenue Product of Labor</i> (MRPL).	119
7.3.	Penerapan Teori Diferensial Parsial:	120
7.3.1	Elastisitas Parsial: <i>Price Elasticity of Demand</i> , <i>Cross Elasticity of Demand</i> , dan <i>Income Elasticity of Demand</i>	121
7.3.2	Optimasi Dua Variabel: Maksimasi Pendapatan, Minimasi Biaya, dan Maksimasi Keuntungan/Laba.	122
7.3.3	Mencari <i>Marginal Rate of Technical Substitution</i> (MRTS).	125

BAGIAN LIMA :
KONSEP DASAR TEORI INTEGRAL SERTA
PENERAPANNYA DALAM BISNIS DAN EKONOMI

BAB 8 TEORI INTEGRAL

8.1	Pendahuluan	137
8.2	Integral Tak Tentu	137
8.3	Kaidah-kaidah Integral Tak Tentu	137
8.4	Integral Tentu	139
8.5	Kaidah-kaidah Integral Tentu	139

BAB 9 PENERAPAN TEORI INTEGRAL DALAM BISNIS DAN EKONOMI

9.1	Fungsi Total	145
9.2	Surplus Konsumen	146
9.3	Surplus Produsen.....	148

SOAL-SOAL

DAFTAR PUSTAKA

BAGIAN 1

KONSEP DASAR TEORI BARIS DAN DERET SERTA PENGGUNAANNYA DALAM BISNIS DAN EKONOMI

TUJUAN UMUM

Memberikan gambaran dan dasar-dasar pengertian serta pola berpikir yang logis sehubungan dengan barisan dan deret bilangan yang tersusun secara teratur dengan perubahan-perubahannya yang tertentu. Selanjutnya memberikan tuntunan dalam menggunakan rumus-rumus yang telah diperoleh untuk menghitung nilai-nilai yang ingin diketahui dari baris dan deret yang ada, seperti menghitung kesamaan suatu nilai dari dua baris atau deret yang diketahui, mencari perubahan dari suatu baris atau suatu deret.

TUJUAN KHUSUS

Menerapkan pengetahuan tentang baris dan deret tersebut dalam menghitung permasalahan-permasalahan bisnis dan ekonomi di antaranya masalah perkembangan usaha sejauh pertumbuhannya yang konstan dari waktu ke waktu, masalah nilai uang dalam hal pinjam-meminjam, investasi jangka panjang yang dihubungkan dengan tingkat suku bunga yang diasumsikan tetap dari waktu ke waktu, dan menghitung pertumbuhan penduduk di suatu daerah serta jumlah penduduknya pada suatu waktu tertentu.



TEORI BARIS DAN DERET

1.1 Pengertian Baris

Baris yang dimaksud adalah barisan bilangan yang tersusun secara teratur dengan suatu pola perubahan tertentu dari satu suku ke suku berikutnya, penggolongan baris dapat didasarkan pada:

1. Jumlah suku yang membentuknya, sehingga dibedakan menjadi:
 - . Baris Berhingga
 - . Baris Tak Terhingga
2. Pola perubahannya, sehingga dibedakan menjadi:
 - . Baris Hitung
 - . Baris Ukur
 - . Baris Harmoni

Pada buku ini, pembicaraan mengenai teori baris dibatasi hanya pada baris berhingga dengan pola perubahan baris hitung dan baris ukur. Yang dimaksud dengan baris berhingga yaitu baris dengan jumlah sukunya berhingga.

1.2 Baris Hitung

Baris hitung yaitu barisan bilangan di mana pola perubahan dari satu suku ke suku berikutnya besarnya tetap dan pola perubahan tersebut dapat diperoleh dari selisih antara suatu suku dengan suku sebelumnya.

Contoh :

$$\begin{aligned} & 2, 4, 6, 8, 10, 12 \quad \dots\dots\dots \\ S_1 \text{ (suku pertama)} &= 2 \\ S_2 \text{ (suku kedua)} &= 4 \\ S_3 \text{ (suku ketiga)} &= 6 \\ S_4 \text{ (suku keempat)} &= 8 \\ S_n \text{ (suku ke-}n\text{)} & \end{aligned}$$

Pola perubahan dari satu suku ke suku berikutnya dilambangkan dengan b (beda) dan besarnya adalah selisih antara dua suku berturut-turut (selisih antara suatu suku dengan suku sebelumnya). Nilai b untuk baris hitung tersebut adalah 2 (selisih antar suku, yaitu $b = 4 - 2 = 6 - 4 = 8 - 6 = 10 - 8 = 12 - 10 = 2$). Rumus matematika untuk memperoleh pola umum baris tersebut diperoleh dengan perhitungan:

$$\begin{aligned} S_1 &= a = 2 \\ S_2 &= a + b = 2 + 2 = 4 \\ S_3 &= a + 2b = 2 + (2)2 = 6 \\ S_4 &= a + 3b = 2 + (3)2 = 8 \\ S_5 &= a + 4b = 2 + (4)2 = 10 \end{aligned}$$

maka untuk suku ke- n diperoleh dari rumus: $S_n = a + (n - 1)b$ sebagai catatan bahwa rumus ini berlaku umum

1.3 Deret Hitung

Deret hitung yaitu deretan bilangan yang tersusun dengan aturan di mana suku pertamanya sama dengan suku pertama baris hitungnya, suku keduanya merupakan penjumlahan dua suku pertama baris hitungnya, suku ketiganya merupakan penjumlahan tiga suku pertama baris hitungnya, dan seterusnya.

Contoh: (dari contoh baris hitung di atas)

Baris hitung : 2, 4, 6, 8, 10, ... Maka

Deret hitung : 2, 6, 12, 20, 30, ...

$$\begin{aligned} \text{di mana } D_1 &= 2 \\ D_2 &= 2 + 4 = 6 \\ D_3 &= 2 + 4 + 6 = 12 \\ D_4 &= 2 + 4 + 6 + 8 = 20 \\ D_5 &= 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30 \end{aligned}$$

Setiap deret hitung dapat diketahui nilai dari tiap-tiap sukunya dengan menggunakan rumus di bawah ini:

$$D_n = \frac{n}{2}(a + S_n) \quad \text{atau} \quad D_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)b\}$$

Jika melalui rumus:

$$\begin{aligned} D_n &= n/2 \{ 2a + (n-1)b \} \\ D_1 &= 1/2 \{ 2(2) + (1-1)2 \} = 2 \\ D_2 &= 2/2 \{ 2(2) + (2-1)2 \} = 6 \\ D_3 &= 3/2 \{ 2(2) + (3-1)2 \} = 12 \\ D_4 &= 4/2 \{ 2(2) + (4-1)2 \} = 20 \\ D_5 &= 5/2 \{ 2(2) + (5-1)2 \} = 30 \end{aligned}$$

1.4 Baris Ukur

Baris ukur yaitu barisan bilangan di mana pola perubahan dari satu suku ke suku berikutnya besarnya tetap dan pola perubahan tersebut dapat diperoleh dari perbandingan antara suatu suku dengan suku sebelumnya.

Contoh:

2, 6, 18, 54, 162,, S_n	
S_1 (suku pertama)	= 2
S_2 (suku kedua)	= 6
S_3 (suku ketiga)	= 18
S_4 (suku keempat)	= 54
S_5 (suku ke lima)	= 162

Pola perubahan dari satu suku ke suku berikutnya dilambangkan dengan r (rasio) dan besarnya adalah perbandingan antara dua suku yang berturut-turut (rasio antara suatu suku dengan suku sebelumnya). Nilai r untuk baris ukur tersebut adalah 3 (rasio antar-suku, yaitu $r = 6/2 = 18/6 = 54/18 = 162/54 = 3$). Rumus matematika untuk memperoleh pola umum baris tersebut diperoleh dengan perhitungan:

$$S_1 = a = 2$$

$$S_2 = ar = 2 \cdot 3 = 6$$

$$S_3 = ar^2 = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$$

$$S_4 = ar^3 = 2 \cdot 3^3 = 2 \cdot 27 = 54$$

$$S_5 = ar^4 = 2 \cdot 3^4 = 2 \cdot 81 = 162$$

maka untuk suku ke- n diperoleh dari rumus: $S_n = ar^{n-1}$, rumus ini berlaku umum.

1.5 Deret Ukur



Deret ukur yaitu deretan bilangan yang tersusun dengan aturan di mana suku pertamanya sama dengan suku pertama baris ukurnya, suku keduanya merupakan penjumlahan dua suku pertama baris ukurnya, suku ketiganya merupakan penjumlahan tiga suku pertama baris ukurnya, dan seterusnya.

Contoh: (dari contoh baris ukur di atas)

Baris ukur: 2, 6, 18, 54, 162, maka

Deret ukur: 2, 8, 26, 80, 242,

di mana $D_1 = 2$

$$D_2 = 2 + 6 = 8$$

$$D_3 = 2 + 6 + 18 = 26$$

$$D_4 = 2 + 6 + 18 + 54 = 80$$

$$D_5 = 2 + 6 + 18 + 54 + 80 = 242$$

Setiap deret ukur dapat diketahui nilai dari tiap-tiap sukunya dengan menggunakan rumus di bawah ini:

$$D_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r < 1$$

atau

$$D_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, r > 1$$

Jika melalui rumus:

$$D_n = a(r^n - 1) / (r - 1)$$

$$D_1 = 2(3^1 - 1) / (3 - 1) = 2$$

$$D_2 = 2(3^2 - 1) / (3 - 1) = 8$$

$$D_3 = 2(3^3 - 1) / (3 - 1) = 26$$

$$D_4 = 2(3^4 - 1) / (3 - 1) = 80$$

$$D_5 = 2(3^5 - 1) / (3 - 1) = 242$$

Penyelesaian Soal-soal

Baris Hitung dan Deret Hitung

1. Diberikan suku ketiga dan suku ketujuh dari suatu baris hitung masing-masing sebesar 150 dan 170. Carilah suku kesepuluh dari baris hitung tersebut dan suku kelima dari deret hitungnya.

Jawab :

$$\begin{aligned} \text{Suku ketiga baris hitung } S_3 &= a + (n-1)b \\ &= a + (3-1)b \\ &= a + 2b \dots\dots\dots * \\ \text{Suku ketujuh baris hitung: } S_7 &= a + (n-1)b \\ &= a + (7-1)b \\ &= a + 6b \dots\dots\dots ** \end{aligned}$$

Dari ** dan * :

$$\begin{aligned} 170 &= a + 6b \text{ dan } S_3 = a + (n-1)b = 150 \\ \underline{150} &= \underline{a + 2b} & a + (3-1)b &= 150 \\ 20 &= 4b & a + 2(5) &= 150 \\ b &= 5 & a + 10 &= 150 \\ & & a &= 140 \end{aligned}$$

Setelah diketahui bahwa suku pertama baris hitung tersebut adalah 140 dan bedanya 5, maka suku kesepuluh dari baris hitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S_{10} &= a + (n-1)b \\ &= a + (10-1)b \\ &= 140 + (10-1)5 \\ &= 140 + 45 \\ &= 185 \end{aligned}$$

Suku kelima dari deret hitungnya:

$$\begin{aligned} D_5 &= \frac{n}{2} (2a + (n-1)b) \\ &= \frac{5}{2} (2 \cdot 140 + (5-1)5) \\ &= \frac{5}{2} \cdot 300 \\ &= 750 \end{aligned}$$

2. Berapa suku pertama serta beda dari suatu baris hitung yang suku keempat baris hitungnya adalah nol dan suku ke tiga deret hitungnya adalah 180.

Jawab :

$$D_3 = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$$

Suku ketiga deret hitung:

$$180 = \frac{3}{2} (2a + (3-1)b)$$

$$180 = \frac{3}{2}(2a + 2b)$$

$$180 = (3a + 3b) \dots \dots \dots *$$

Suku keempat baris hitung:

$$S_4 = a + (n-1)b$$

$$0 = a + (4-1)b$$

$$0 = a + 3b \dots \dots \dots **$$

Dari * dan ** (dengan cara eliminasi):

Mencari suku pertama:

$$\begin{array}{r} 180 = 3a + 3b \\ 0 = a + 3b \quad - \\ \hline 180 = 2a \rightarrow a = \frac{180}{2} = 90 \end{array}$$

Mencari beda:

$$\begin{array}{r} 0 = a + 3b \\ 0 = 90 + 3b \\ -3b = 90 \\ b = \frac{90}{-3} = -30 \end{array}$$

Jadi suku pertama baris hitung tersebut adalah 90 dan bedanya -30

Kesamaan Dua Baris Hitung

3. Baris hitung X nilai suku pertama sebesar 350 dan selisih antar-sukunya -10. Sedangkan baris hitung Y suku pertamanya besarnya 50 dan bedanya 10. Pada suku keberapa kedua baris ini mempunyai nilai yang sama ?

Jawab:

Baris hitung X: $S_x = a + (n-1)b$

$$\begin{aligned} &= 350 + (n-1)(-10) \\ &= 350 - 10(n-1) \\ &= 350 - 10n + 10 \\ &= 360 - 10n \end{aligned}$$

Baris hitung Y: $S_y = a + (n-1)b$

$$\begin{aligned} &= 50 + (n-1)10 \\ &= 50 + 10(n-1) \\ &= 50 + 10n - 10 \\ &= 40 + 10n \end{aligned}$$

Kedua baris tersebut memiliki nilai yang sama:

$$\begin{array}{l} S_x = S_y \\ 360 - 10n = 40 + 10n \\ 360 - 40 = 10n + 10n \\ 320 = 20n \\ 16 = n \end{array}$$

$$\begin{array}{l} S_{16} = a + (n-1)b \\ = 350 + (15)(-10) \\ = 350 - 150 \\ = 200 \end{array}$$

Jadi pada nilai suku ke-16 maka kedua baris tersebut bernilai sama. Berapakah nilainya suku ke-16 tersebut?