

METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL HOLT-WINTER

AGUS SUKMANA & MONICA ANDREAS JASIN

Published in :
MAJALAH ILMIAH MARANATHA
VOL. XXVII, ISSN 0854-7084
MARCH, 2005

Department of Mathematics
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Parahyangan Catholic University
2005

MODEL PEMULUSAN EKSPONENSIAL HOLT-WINTER

Agus Sukmana¹ Monica Andreas Jasin²
Jurusan Matematika Universitas Katolik Parahyangan Bandung

Abstrack

This paper deals with Holt- Winter's Exponential Smoohting model which includes how to seek parameter α , β and γ combination that optimize model accuracy measurement. Based on our literature study on three references, there are three different models which differ each other on the determination of the initial value. Models are applied on test data [Hanke, 1998: p. 126] and US-Rupiah foreign exchange data. Their accuracies are compared by [Sukmana, 2005] using the same data set but with X11-ARIMA model. Determination of the parameter iteratively by taking one best pair from 125000 possible pairs gives the best result. Model 1 [De Lurgio, 1998] gives the best accuracy compared with other Holt-Winter models. Model Holt-Winter gives an accurate result only if the data consist of trend component and seasonal. Compared with X11-ARIMA model, the accuracy of this model is not quite good, however the computaion is easier.

PENDAHULUAN

Berbagai metoda peramalan untuk deret waktu telah banyak dibahas dalam buku dan jurnal-jurnal ilmiah, antara lain yang paling populer adalah metoda ARIMA Box-Jenkin. Pada ARIMA Box-Jenkins diasumsikan datanya adalah stationer (stasioner dalam mean maupun variansi), padahal pada kenyataannya seringkali kita berhadapan dengan data deret waktu tidak stasioner yang memiliki pola kecenderungan (*trend*) dan pola musiman (*seasonal*). Jika ARIMA dipaksakan untuk digunakan tentu akan memberikan hasil yang tidak akurat, maka beberapa upaya dilakukan antara lain terlebih dahulu menghilangkan komponen penyebab tidak stationer dengan menggunakan dekomposisi X-11 sebelum menggunakan ARIMA (Gunawan, 2004) dan (Sukmana, 2005). Pada makalah ini akan dibahas metoda pemulusan eksponensial Holt-Winter dan diterapkan pada data yang sama dengan (Sukmana dkk., 2005) kemudian akan dibandingkan keakuratannya.

¹ Dosen Tetap Jurusan Matematika Unpar, Dosen Luar Biasa Jurusan Teknik Sipil UKM.
Alamat korespondensi: Fakultas MIPA Universitas Katolik Parahyangan, Jl Ciumbuleuit 94
Bandung. e-mail adress: asukmana@home.unpar.ac.id

² Alumni Jurusan Matematika Unpar

Beberapa versi dari metoda Holt-Winter dapat kita jumpai dalam berbagai literatur, sebagian besar perbedaannya terletak pada pemilihan nilai awalnya. Akan dibandingkan 3 versi yaitu menurut:

1. [De Lurgio, 1998] diberi nama model 1
2. [Makridakis, 1998] diberi nama model 2
3. [Jasin, M.A, 2004] diberi nama model 3

Penjelasan secara terperinci masing-masing metode dapat diperoleh dari ketiga referensi tersebut.

Metoda Holt-Winter adalah metoda pemulusan eksponensial dengan 3 parameter yaitu: α yang merupakan parameter pemulusan, β parameter kecenderungan (trend), sedangkan γ adalah parameter yang berkaitan dengan indeks musiman. Diperlukan kombinasi nilai parameter α , β , dan γ yang menghasilkan model paling akurat. Sepengetahuan kami pada perangkat lunak statistika (seperti SPSS atau Minitab) belum tersedia fasilitas untuk mencari α , β , dan γ yang optimal.

Model Holt-Winter dituliskan:

$$Y_{t+1} = (S_t + b_t)I_{t-L+1} + e_{t+1} \quad (1)$$

Dimana:

- S_t : nilai pemulusan *non-seasonal* dari deret waktu ke t
- b_t : pemulusan *trend* data pada periode t
- I_{t-L+1} : indeks musiman untuk periode t + 1
- L : panjang siklus musiman
- e_{t+1} : *error* periode ke t + 1

Nilai pemulusan *non-seasonal*, pemulusan *trend*, indeks musiman diperoleh dari rumus :

$$S_t = \alpha \frac{Y_t}{I_{t-L}} + (1 - \alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \quad (2)$$

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \quad (3)$$

$$I_t = \gamma \frac{Y_t}{S_t} + (1 - \gamma)I_{t-L} \quad (4)$$

Dimana :

- Y_t : Nilai aktual deret waktu pada periode ke t
- α : Parameter pemulusan terhadap data aktual
- β : Parameter untuk *trend*
- γ : Parameter untuk menghitung indeks musiman

Model peramalan untuk periode ke $t+m$ adalah:

$$\hat{Y}_{t+m} = (S_t + b_t m) I_{t-L+1} \quad (5)$$

Beberapa hal yang menjadi perhatian untuk dibahas adalah:

1. Bagaimana mencari kombinasi parameter α , β , dan γ yang menghasilkan ukuran keakuratan optimal.
2. Bagaimana keakuratan 3 model Holt Winter tersebut untuk data yang memuat komponen tren dan musiman dibandingkan dengan hasil yang diperoleh melalui metoda dekomposisi X11-ARIMA [Sukmana dkk,2005].
3. Bagaimana keakuratan 3 model Holt-Winter ini bila diterapkan pada data yang belum tentu memuat komponen tren dan musiman, kemudian hasilnya juga dibandingkan dengan metoda dekomposisi X11-ARIMA [Sukmana dkk,2005].

METODE PENELITIAN

1. Untuk mencari kombinasi parameter α , β , dan γ optimal yang memenuhi persamaan (1) – (4), secara iteratif dicari nilai parameter yang meminimumkan ukuran keakuratan MSE dan MAD berikut :

- a. Mean Square Error (MSE)

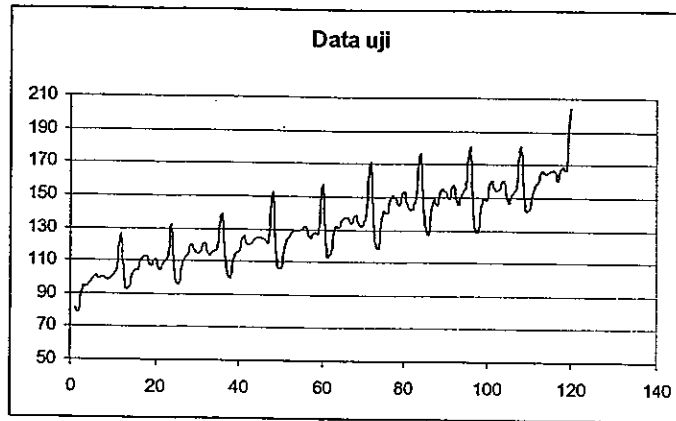
$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}$$

- b. Mean Absolute Deviation (MAD)

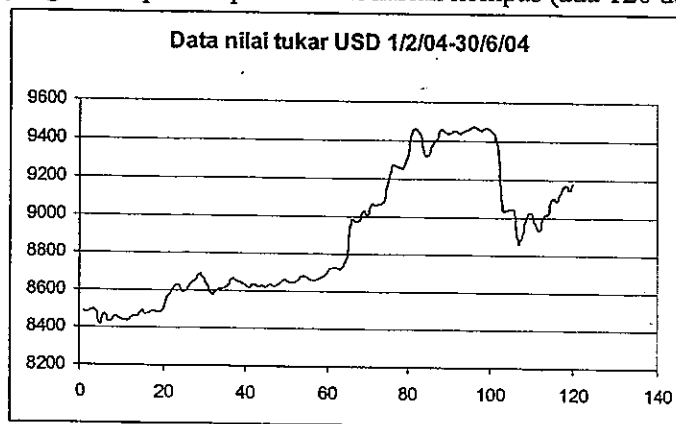
$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n-1}$$

Dengan menggunakan lembar kerja pada Microsoft Excel dan program Macro sederhana dicari kombinasi nilai parameter yang menghasilkan MSE dan MAD paling kecil dari 125.000 kemungkinan (program macro lihat lampiran).

2. Model akan diterapkan pada data deret waktu yang jelas memuat trend dan musiman, diambil dari (Hanke,1998; halaman 126) selanjutnya disebut data uji.



3. Model diterapkan pada data sembarang yang belum tentu memuat komponen tren dan musiman, pada kasus ini diambil data kurs tukar US dollar di Bank Indonesia periode 1 Februari-30 Juli 2004 yang dikumpulkan perhari dari harian Kompas (ada 120 data).



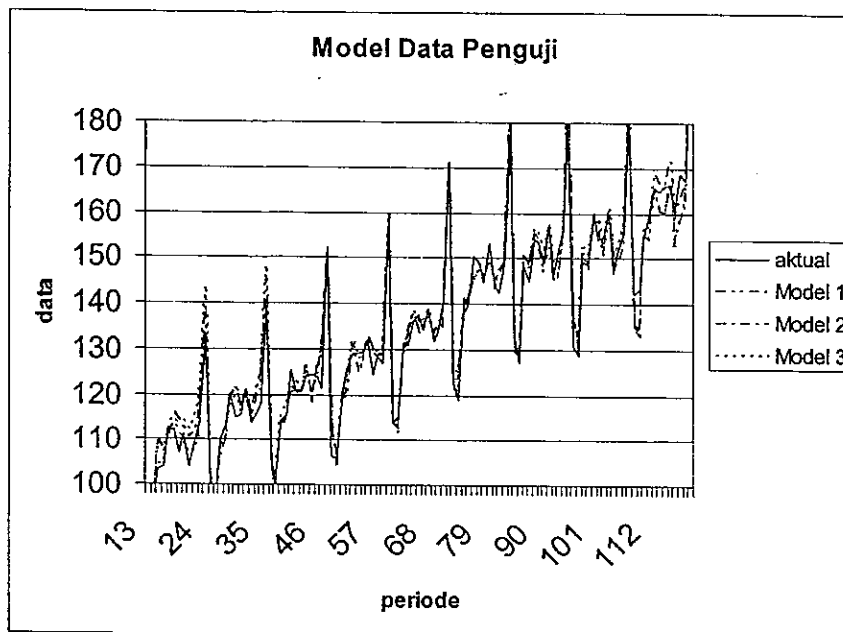
PEMBAHASAN

- Perhitungan parameter yang optimal dilakukan sebagai berikut:
Dimulai dengan mengambil $\alpha = \beta = \gamma = 0,02$ dengan menggunakan rumus (1) s/d (5) dibandingkan antara nilai aktual dengan hasil peramalan, kemudian dihitung MSE dan MAD. Kenaikan berikutnya untuk setiap parameter dipilih 0,02 tujuannya agar komputasinya lebih cepat (sebagai pembanding dengan menggunakan prosesor Pentium 4, bila dipilih kenaikan 0,02 diperlukan waktu 5 menit sedangkan bila dipilih kenaikan 0,01 diperlukan 40 menit). Kemudian dipilih nilai MSE dan MAD terkecil, dan nilai α , β , γ adalah parameter optimalnya.
- Dari hasil perhitungan diatas diperoleh parameter optimalnya adalah sebagai berikut:

Model	Alpha α	Beta β	Gamma γ	MSE	MAD
Model 1	0.38	0.52	0.64	27.00897	4.095858
Model 2	0.40	0.02	0.98	54.62122	6.04742
Model 3	0.16	0.02	0.56	44.90491	5.53213

Tampak bahwa model 1 lebih unggul pada kasus ini, kemudian disusul oleh model 3. Bila dibandingkan dengan hasil yang diperoleh [Sukmana, 2005] keakuratan model 1 kurang dibandingkan dengan model X11-ARIMA(1,0,0)(1,0,0) tetapi jauh lebih baik dibandingkan dengan hasil X11 dan ARIMA (0,0,2). Perhatikan tabel berikut:

	X11	ARIMA (0,0,2)	X11-ARIMA (1,0,0)(1,0,0)	Model 1
MSE	125,69	115,33	21,99	27.01



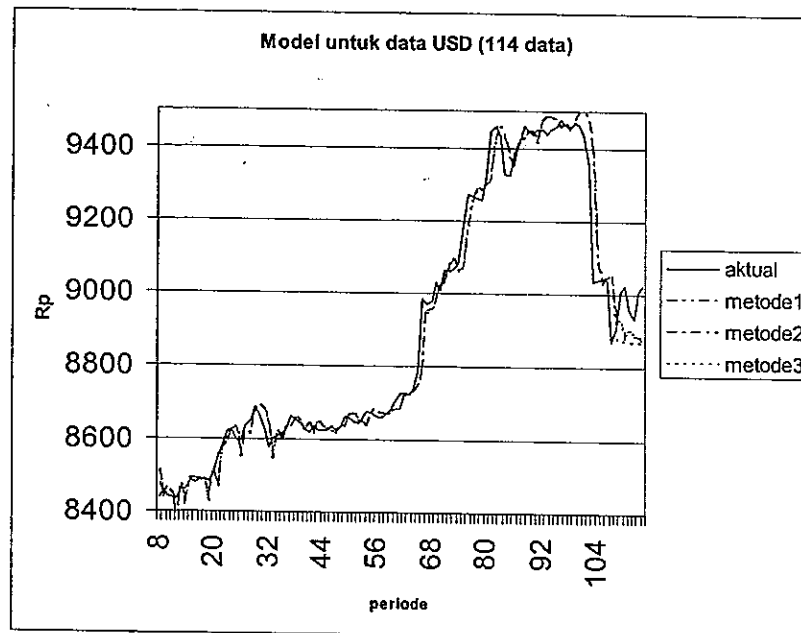
3. Dari hasil perhitungan, kombinasi parameter yang paling meminimumkan nilai MSE untuk data nilai tukar dollar adalah sebagai berikut:

Model	Alpha α	Beta β	Gamma γ	MSE	MAD
Model 1	0.78	0.02	0.66	3808.336	38.2913
Model 2	0.78	0.02	0.70	3904.086	38.66866
Model 3	0.74	0.02	0.76	4235.596	40.36818

Penerapan model 1 juga memberikan hasil yang paling baik, lalu diikuti model 2. Pada kondisi dimana musiman tidak terlalu jelas dan trendnya cenderung selalu berubah model 3 hasilnya relatif lebih buruk dari model 2.

Bila dibandingkan dengan model yang dibahas [Sukmana, 2005], keakuratan model 1 kurang dibandingkan dengan model X11-ARIMA(1,0,0) dan ARIMA (1,0,0) tetapi jauh lebih baik dibandingkan dengan hasil X11. Lihat tabel berikut:

	X11	ARIMA (1,0,0)	X11- ARIMA(1,0,0)	Model 1
MSE	36533,41	2568,89	2455,47	3808.336



SIMPULAN

Secara iteratif kita dapat memperoleh kombinasi parameter Holt-Winter yang menghasilkan MSE paling kecil diantara 125.000 kombinasi lainnya, caranya cukup sederhana dan dapat dikerjakan dengan program Excel.

Dari 3 model yang kami coba, model 1 dengan pemilihan nilai awal seperti yang dibahas [De Lurgio, 1998] memberikan hasil yang paling akurat dibandingkan dengan 2 model lainnya. Model pemulusan eksponensial Holt-Winter cukup baik untuk digunakan pada data dengan komponen *trend* dan musiman, tetapi bila diterapkan pada data yang stasioner metoda hasilnya buruk (tidak dibahas pada makalah ini, tetapi dapat dilihat pada [Jasin, 2004] untuk data hunian hotel). Bila dibandingkan dengan hasil

model X11-ARIMA untuk data yang sama keakuratan model Holt-Winter kurang baik, tetapi komputasinya lebih sederhana.

DAFTAR PUSTAKA

- De Lurgio, S.A, (1998) *Forecasting Principles and Applications*, Mc Graw-Hill International, USA.
- Gunawan, S. (2004), *Metoda Peramalan X11-ARIMA*, Jurusan Matematika, Universitas Katolik Parahyangan.
- Hanke, J.E., & Reitsch, A.G. (1998), *Business Forecasting*, 6th Edition, Prentice-Hall International, Inc, USA.
- Jasin, M. A (2004), *Peramalan dengan Metode Pemulusan Holt-Winter*, Jurusan Matematika, Universitas Katolik Parahyangan, 2004
- Makridakis, S. et al. (1998)., *Forecasting Methods & Application*, 3rd editon, John Wiley & Sons, Inc, USA.
- Sukmana, A. & Gunawan, S (2005), *Model Peramalan X11-ARIMA*, Jurnal MatStat (terakreditasi) , Universitas Bina Nusantara , vol.5 no.1 Maret.

LAMPIRAN

Program makro sederhana pada Microsoft Excel yang digunakan untuk menghitung kombinasi parameter yang optimal.

```
Private Sub CommandButton1_Click()  
target = 1000          /* dummy agar iterasi berikutnya dapat dilalui */  
For ii = 1 To 49  
    alpha = 0.02 * ii  
    For jj = 1 To 49  
        beta = 0.02 * jj  
        For kk = 1 To 49  
            gamma = 0.02 * kk  
            Sheet1.Range("alpha").FormulaR1C1 = alpha  
            /* syntax pada macro excel yang berarti variabel alpha pada  
            Sheet1 diganti dengan nilai alphahasil perhitungan */  
            Sheet1.Range("beta").FormulaR1C1 = beta  
            Sheet1.Range("gamma").FormulaR1C1 = gamma  
            hasil = Sheet1.Range("mse").Value  
  
            If hasil < target Then  
                target = hasil  
                Sheet1.Range("H4").FormulaR1C1 = hasil  
                Sheet1.Range("H1").FormulaR1C1 = alpha  
                Sheet1.Range("H2").FormulaR1C1 = beta  
                Sheet1.Range("H3").FormulaR1C1 = gamma  
            End If  
        Next kk  
    Next jj  
Next ii
```