

SKRIPSI

PENENTUAN DAN ANALISIS HARGA OPSI ASIA DENGAN
METODE *ARTIFICIAL NEURAL NETWORK*



Christian Jauhari

NPM: 6161901028

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2023

UNDERGRADUATE THESIS

**PRICING AND ANALYSIS OF ASIAN OPTION WITH
ARTIFICIAL NEURAL NETWORK METHOD**



Christian Jauhari

NPM: 6161901028

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2023**

LEMBAR PENGESAHAN

PENENTUAN DAN ANALISIS HARGA OPSI ASIA DENGAN METODE *ARTIFICIAL NEURAL NETWORK*

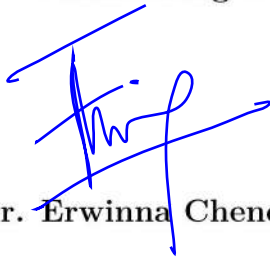
Christian Jauhari

NPM: 6161901028

Bandung, 12 Januari 2023

Menyetujui,

Pembimbing 1



Dr. Erwinna Chendra

Pembimbing 2



Dr. Andreas Parama Wijaya

Ketua Tim Penguji



Agus Sukmana, M.Sc.

Anggota Tim Penguji



Robyn Irawan, M.Sc.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

PENENTUAN DAN ANALISIS HARGA OPSI ASIA DENGAN METODE *ARTIFICIAL NEURAL NETWORK*

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 12 Januari 2023



Christian Jauhari
NPM: 6161901028

ABSTRAK

Penentuan harga opsi Asia dengan rata-rata aritmetik menarik untuk diteliti karena tidak adanya solusi analitik. Biasanya, penentuan harga opsi tersebut menggunakan metode numerik, salah satu yang umum digunakan adalah metode Monte Carlo. Kelemahan metode ini adalah lamanya waktu komputasi karena harus membangkitkan banyak lintasan pergerakan harga aset. Skripsi ini menggunakan pendekatan berbasis data melalui metode *Artificial Neural Network* (ANN) yang dapat mempercepat waktu komputasi. Metode ANN memerlukan set data berupa masukan dan target yang diperoleh dari solusi hampiran Levy, Monte Carlo dengan variabel antitetik, dan Quasi Monte Carlo. Dari ketiga set data tersebut, metode ANN mempelajari data sehingga terbentuk masing-masing model yang dapat menerima masukan parameter opsi untuk menentukan harga opsi. Hal terpenting pada model ANN adalah arsitektur model, seperti penentuan banyaknya neuron, lapisan, serta penggunaan fungsi aktivasi. Skripsi ini menampilkan beberapa simulasi untuk menentukan arsitektur model terbaik berdasarkan *Mean Squared Error* (MSE) terkecil. Selain itu, evaluasi ketiga model ANN yang telah dibangun menunjukkan bahwa masing-masing model sudah optimal berdasarkan MSE terkecil dan koefisien determinasi yang mendekati 1. Skripsi ini juga memperlihatkan bahwa penentuan harga opsi menggunakan metode ANN lebih efisien dibandingkan dengan metode Monte Carlo.

Kata-kata kunci: Opsi Asia, Metode *Artificial Neural Networks*, Hampiran Solusi Levy, Monte Carlo

ABSTRACT

Pricing Asian options with arithmetic averages is interesting to study because there is no analytical solution. Usually, the pricing of such options uses numerical methods, one of which is the Monte Carlo method. The weakness of this method is the length of computation time because it must generate many trajectories of asset price movements. This thesis uses a data-driven approach through the Artificial Neural Network (ANN) method that can speed up computation time. The ANN method requires input and target data sets obtained from Levy's approximation solution, Monte Carlo with antithetic variables, and Quasi Monte Carlo. From these three data sets, the ANN method learns the data to form each model that can accept the input of option parameters to determine the option price. The most important thing in ANN models is the model architecture, such as determining the number of neurons, layers, and the use of activation functions. This thesis presents several simulations to determine the best model architecture based on the smallest Mean Squared Error (MSE). In addition, the evaluation of the three ANN models that have been built shows that each model is optimal based on the smallest MSE and a coefficient of determination that is close to 1. This thesis also shows that option pricing using the ANN method is more efficient than the Monte Carlo method.

Keywords: Asian Option, Artificial Neural Networks Method, Levy's Approximation Solution, Monte Carlo

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yesus Kristus karena atas rahmat-Nya yang melimpah penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Penentuan dan Analisis Harga Opsi Asia dengan Metode *Artificial Neural Network***”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains (FTIS), Universitas Katolik Parahyangan (UNPAR), Bandung. Penulis berharap skripsi ini dapat berguna untuk penentuan harga opsi Asia dengan pemodelan ANN yang dibangun.

Selama masa studi dan penulisan skripsi, penulis mendapatkan banyak bantuan dari berbagai pihak untuk mengatasi hambatan dan kesulitan yang terjadi. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih kepada:

- Papi dan Mami, yang selalu memberi dukungan moral, nasihat, doa, dan hiburan untuk penulis.
- Ibu Dr. Erwinna Chendra dan Bapak Dr. Andreas Parama Wijaya selaku dosen pembimbing yang telah sabar memberikan ilmu, arahan, saran, dan dukungan selama penyusunan skripsi dan masa studi.
- Bapak Agus Sukmana, M.Sc. dan Bapak Robyn Irawan, M.Sc. selaku dosen penguji yang telah memberikan arahan dan saran, sehingga skripsi ini menjadi lebih baik.
- Bapak Dr. Daniel Salim selaku koordinator skripsi yang telah memberikan bimbingan selama proses penyusunan skripsi.
- Seluruh dosen FTIS khususnya dosen Program Studi Matematika yang telah memberikan pengetahuan dan pembelajaran serta bimbingan serta segenap staf Tata Usaha FTIS yang telah membantu segala proses administratif selama masa studi.
- Joanna Ayulia yang selalu memberi dukungan, hiburan, semangat, motivasi selama masa perkuliahan dan proses penyusunan skripsi.
- Teman-teman “Gege” (Vincent, Nathan, dan Steven) sebagai teman-teman terdekat yang memberi dukungan dan hiburan selama proses perkuliahan dan penyusunan skripsi.
- Teman-teman “Maba” (Yolan, Yesuit, Celin, Williem, Zeni, Cacan, dan Luvian) sebagai teman-teman yang menemani dan mengisi hari-hari penulis selama masa perkuliahan.
- Teman-teman Talkshow Matematika 2021, Himpunan Matematika periode 2021, dan program kerja lainnya yang tidak dapat disebutkan satu per satu yang telah memberikan ilmu dan pengalaman selama masa perkuliahan.
- Teman-teman yang mengajak penulis untuk mengikuti Mathematical Contest in Modeling (Yolan dan Andrea), dan kompetisi Dataverse (Joanna dan Femilia), yang telah memberikan ilmu dan pengalaman selama masa perkuliahan.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini tidak luput dari kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari para pembaca. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca. Terima kasih.

Bandung, Januari 2023

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Derivatif	5
2.1.1 Opsi	5
2.1.2 Opsi Asia Eropa	6
2.2 Penentuan Harga Opsi	7
2.2.1 Gerak Brown Geometrik	7
2.2.2 Lemma Itô	8
2.2.3 Model Black–Scholes	9
2.2.4 Hampiran Solusi Levy	13
2.3 Monte Carlo	13
2.3.1 Variabel Antitetik	15
2.3.2 <i>Quasi</i> Monte Carlo	17
2.4 <i>Artificial Neural Network</i>	18
2.4.1 Neuron, Lapisan, Bobot, dan Bias	18
2.4.2 Fungsi Aktivasi	20
2.4.3 Fungsi <i>Loss</i>	20
2.4.4 <i>Optimizers</i>	21
2.4.5 <i>Forward Propagation</i> dan <i>Backward Propagation</i>	22
3 PENGOLAHAN DATA UNTUK METODE <i>ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS</i>	25
3.1 Pembangkitan Data	25
3.1.1 Penentuan Harga Opsi dengan Monte Carlo Variabel Antitetik	26
3.1.2 Penentuan Harga Opsi dengan <i>Quasi</i> Monte Carlo	26
3.1.3 Penentuan Harga Opsi dengan Hampiran Solusi Levy	26
3.2 Pembagian Data	30
3.3 Standardisasi Data	31

4	ANALISIS HASIL METODE <i>ARTIFICIAL NEURAL NETWORK</i>	33
4.1	Pembangunan Model	33
4.1.1	Optimisasi <i>Hyper-parameter</i>	33
4.1.2	Pelatihan Model	35
4.1.3	Evaluasi Model	35
4.2	Analisis Hasil Ketiga Model ANN	35
4.2.1	Analisis Rasio Parameter Monte Carlo	35
4.2.2	Hasil Pelatihan Ketiga Model ANN	36
4.3	Analisis Efisiensi Metode Numerik dan Metode ANN	36
4.4	Analisis Prediksi dan Penentuan Harga Opsi	37
5	KESIMPULAN DAN SARAN	39
5.1	Kesimpulan	39
5.2	Saran	39
	DAFTAR REFERENSI	41

DAFTAR GAMBAR

2.1	Grafik <i>payoff</i> opsi berdasarkan hak pemegang opsi	6
2.2	Contoh dua lintasan harga aset Y_i (biru) dan \tilde{Y}_i (merah) yang dihasilkan metode variabel antitetik	16
2.3	Perbandingan bilangan acak <i>pseudo</i> dan <i>quasi</i> menggunakan deret Sobol	17
2.4	Contoh sederhana dari lapisan sistem saraf buatan	18
2.5	Ilustrasi bobot dan bias antar lapisan	19
2.6	Ilustrasi fungsi aktivasi	19
2.7	Grafik fungsi aktivasi ReLU	20
2.8	Proses <i>gradient descent</i>	21
2.9	Ilustrasi <i>backpropagation</i>	22
3.1	Diagram alir proses pengolahan data	25
3.2	Histogram rata-rata harga aset	29
3.3	QQPlot log rata-rata harga aset	29
3.4	Hasil pencocokan kurva pada rata-rata harga aset	30
4.1	Ilustrasi model ANN	33

DAFTAR TABEL

3.1	Rentang parameter harga opsi	26
4.1	Hasil komputasi ANN beberapa pilihan <i>hyper-parameter</i>	34
4.2	<i>Hyper-parameter</i> untuk ketiga model ANN	34
4.3	Perbandingan hasil komputasi ANN dari beberapa jumlah set parameter dan lintasan	36
4.4	Hasil pelatihan ketiga model ANN	36
4.5	Waktu komputasi metode numerik dan metode ANN dengan jumlah set parameter yang berbeda (detik)	36
4.6	Parameter masukan untuk penentuan harga opsi	37
4.7	Hasil prediksi harga opsi	37

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu alasan seseorang bertransaksi di pasar uang adalah memperoleh keuntungan. Beberapa instrumen keuangan dapat digunakan untuk mencapai tujuan tersebut. Salah satunya adalah opsi yang merupakan kesepakatan antar dua pihak mengenai hak untuk menentukan pilihan membeli atau menjual sejumlah komoditas, mata uang, atau aset dengan jangka waktu tertentu. Opsi Asia merupakan opsi dengan harga kesepakatannya adalah rata-rata dari harga saham yang dihitung secara geometrik atau aritmetik. Kelebihan dari opsi ini adalah biaya transaksi yang rendah dan dapat mengurangi risiko terjadinya manipulasi harga aset pada saat jatuh tempo dengan rata-rata aritmetik. Selain kelebihan tersebut, opsi Asia juga memiliki kekurangan, yaitu tidak ada solusi analitik untuk penentuan harga opsinya.

Dalam menangani kesulitan tersebut, penentuan harga opsi Asia aritmetik menggunakan beberapa pendekatan, yaitu hampiran solusi dan metode numerik. Hampiran solusi diusulkan oleh Levy dengan memanfaatkan formula Black-Scholes [1]. Ide dasar yang digunakan Levy adalah dengan memanfaatkan distribusi lognormal untuk menghampiri fungsi kepadatan peluang dari rata-rata harga aset. Namun, penggunaan distribusi lognormal pada rata-ratanya hanya cocok untuk opsi dengan waktu jatuh tempo yang lebih pendek. Opsi dengan waktu jatuh tempo yang lebih panjang menyebabkan perbedaan harga opsi yang signifikan. Oleh sebab itu, skripsi ini menggunakan pendekatan lain seperti metode numerik untuk menentukan harga opsi.

Beberapa metode numerik telah dikembangkan untuk menentukan harga opsi seperti simulasi Monte Carlo, metode beda hingga, dan metode *Fast Fourier Transform* (FFT) [2] [3]. Metode numerik seperti Monte Carlo umum dipakai untuk menentukan harga opsi karena mudah dipahami. Namun, metode Monte Carlo sering dihadapkan dengan berbagai kesulitan karena memerlukan jumlah simulasi yang banyak dan waktu komputasi yang lama, sehingga menyebabkan komputasi yang berat pada sistem komputer [4]. Untuk meningkatkan keakuratan harga opsi dan mempercepat waktu komputasi, metode Monte Carlo dapat menggunakan metode reduksi variansi. Metode reduksi variansi yang digunakan pada skripsi ini adalah metode variabel antitetik dan Quasi Monte Carlo yang menggunakan bilangan acak Sobol [5]. Penggunaan teknik reduksi variansi belum cukup untuk mengatasi masalah lama waktu komputasi dari Monte Carlo. Oleh sebab itu, penelitian terbaru menggunakan metode pembelajaran mesin, terutama dalam bidang saraf buatan (*Artificial Neural Network* atau disingkat ANN). Ide untuk mengganti metode numerik dengan ANN menjadi daya tertarik tersendiri karena dapat membantu proses prediksi harga opsi dengan cepat [6].

ANN merupakan salah satu metode pembelajaran mesin yang populer dengan teknik pengolahan informasi yang terinspirasi oleh cara kerja otak manusia. Metode ANN telah digunakan oleh beberapa peneliti dalam menentukan harga opsi. Osterlee menganalisis tentang harga opsi Eropa dengan tujuan mempercepat waktu komputasi metode ANN untuk menentukan harga opsi dibandingkan dengan metode numerik [7]. Kerangka kerja ANN dapat menghampiri fungsi nonlinear dan solusi dari persamaan diferensial parsial. Pada dasarnya, ANN merupakan penaksir fungsi universal yang kuat tanpa mengasumsikan bentuk matematis apa pun untuk hubungan fungsi antara variabel masukan dan luarannya. Metode ANN memerlukan variabel masukan dan luaran untuk dilatih

dan digunakan untuk memprediksi suatu variabel masukan yang lain. Oleh sebab itu, harga opsi Asia harus terlebih dahulu dibangkitkan dengan beberapa metode sehingga terbentuk set data yang akan menjadi masukan untuk model ANN. Skripsi ini akan membuat tiga model ANN yang masing-masing menggunakan metode berbeda untuk menentukan harga opsi Asia, yaitu metode Monte Carlo dengan variabel antitetik, Quasi Monte Carlo menggunakan bilangan acak Sobol, dan hampiran solusi Levy.

Skripsi ini dan Makalah Fang [8] memiliki kesamaan tujuan dalam penerapan metode ANN untuk menentukan harga opsi Asia. Makalah Fang berusaha untuk mengembangkan solusi hampiran Levy dengan memerhatikan waktu jatuh tempo dari opsi. Fang melakukan penyesuaian pada waktu jatuh tempo dan volatilitas pada solusi hampiran Levy karena performa hampiran Levy yang menurun untuk waktu jatuh tempo yang panjang. Perbedaannya, skripsi ini menggunakan pendekatan berbasis data untuk membangun tiga model ANN. Skripsi ini membahas tentang pembangunan ketiga model ANN yang dibentuk dengan tiga harga opsi Asia yang berbeda, yaitu metode Monte Carlo dengan variabel antitetik, Quasi Monte Carlo menggunakan bilangan acak Sobol, dan hampiran solusi Levy. Skripsi ini menggunakan modifikasi pada metode numeriknya, yaitu menggunakan Quasi Monte Carlo. Selain itu, skripsi ini memperlihatkan pengaturan parameter dan arsitektur model ANN yang optimal berdasarkan MSE terkecil dan koefisien determinasi yang mendekati 1.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana arsitektur model ANN yang efektif dalam menentukan harga opsi?
2. Bagaimana hasil kecepatan komputasi ANN terhadap ketiga metode penentuan harga opsi, yaitu Monte Carlo variabel antitetik, Quasi Monte Carlo, dan solusi hampiran Levy?

1.3 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dalam skripsi ini adalah:

1. Merancang arsitektur model ANN dan pengaturan *hyper-parameter* yang optimal berdasarkan MSE terkecil untuk menentukan harga opsi.
2. Menganalisis dan membandingkan hasil kecepatan komputasi menggunakan ANN terhadap metode penentuan harga opsi Monte Carlo variabel antitetik, Quasi Monte Carlo, dan solusi hampiran Levy.

1.4 Batasan Masalah

Opsi yang akan digunakan adalah opsi *call* Asia jenis Eropa dengan rata-rata aritmetik. Pergerakan harga aset mengikuti Gerak Brown Geometrik dan aset tidak memberikan dividen. Metode Quasi Monte Carlo menggunakan bilangan acak Sobol.

1.5 Sistematika Pembahasan

Sistematika dalam penulisan makalah adalah sebagai berikut:

1. Bab 1: Pendahuluan
Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, metodologi, dan sistematika pembahasan.
2. Bab 2: Landasan Teori
Bab ini berisi tentang teori yang mendukung makalah ini. Materi yang dibahas meliputi opsi, penentuan harga opsi, solusi hampiran Levy, Monte Carlo, dan pembelajaran mesin.

3. Bab 3: Pengolahan Data untuk Metode *Artificial Neural Network*
Bab ini berisi tentang langkah-langkah pengolahan data untuk metode ANN, yaitu pembangkitan data, pembagian data, dan standardisasi data untuk metode ANN.
4. Bab 4: Analisis Hasil Metode *Artificial Neural Network*
Bab ini berisi tentang langkah-langkah pembangunan model ANN, analisis efisiensi metode numerik dan metode ANN, dan analisis prediksi dan penentuan harga opsi
5. Bab 5: Kesimpulan dan Saran
Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran dari skripsi ini.