

SKRIPSI

**MODEL SEMI MARKOV UNTUK ASURANSI JIWA
MULTIPLE LIFE YANG MEMPERHITUNGGAN
MASA BERDUKA**



Nova Nardiyana

NPM: 6161801056

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2023**

FINAL PROJECT

**SEMI MARKOV MODEL FOR MULTIPLE LIFE INSURANCE
WHICH TAKING THE BEREAVEMENT
PERIOD INTO ACCOUNT**



Nova Nardiyana

NPM: 6161801056

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2023**

LEMBAR PENGESAHAN

MODEL SEMI MARKOV UNTUK ASURANSI JiWA *MULTIPLE LIFE* YANG MEMPERHITUNGKAN MASA BERDUKA

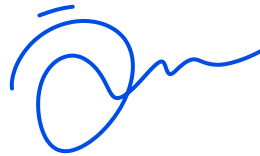
Nova Nardiyana

NPM: 6161801056

Bandung, 30 Januari 2023

Menyetujui,

Pembimbing



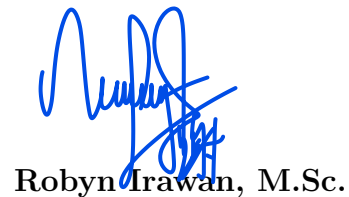
Maria Anestasia, M.Si., M.Act.Sc.

Ketua Tim Penguji



Dr. Livia Owen

Anggota Tim Penguji



Robyn Irawan, M.Sc.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

MODEL SEMI MARKOV UNTUK ASURANSI JIWA *MULTIPLE LIFE* YANG MEMPERHITUNGGAN MASA BERDUKA

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 30 Januari 2023



Nova Nardiyana
NPM: 6161801056

ABSTRAK

Kehidupan pernikahan suami istri membawa dampak saling bergantung satu sama lain seiring dengan bertambahnya usia. Kemungkinan yang terjadi di masa depan adalah kematian salah satu anggota pasangan. Penurunan kualitas hidup terjadi pada saat kematian pasangan, sehingga tingkat kematian lebih tinggi dari sebelum kehilangan pasangan karena adanya sindrom patah hati. Model semi Markov menggambarkan tingkat kematian pasangan saat masa menajanda dan menduda, dengan mempertimbangkan waktu yang dihabiskan di keadaan sebelumnya. Pada penelitian ini, tingkat kematian dihitung berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia IV (TMI IV) dengan menggunakan model hukum mortalita Gompertz. Dalam model semi Markov, terdapat efek masa berduka untuk mempertimbangkan tingkat kematian setelah ditinggal pasangan dengan parameter yang bernilai positif. Dalam masalah finansial, asuransi jiwa dapat diperhitungkan dengan pembayaran manfaat akan diterima oleh ahli waris, tepat saat kematian terakhir suami atau istri dalam jangka waktu yang telah ditentukan. Premi bersih dan cadangan premi bersih diperhitungkan untuk kasus pasangan suami istri yang saling bergantung dan saling bebas. Dari hasil perhitungan premi bersih, untuk kasus saling bergantung memiliki besar premi yang lebih tinggi dari pada kasus saling bebas. Selisih cadangan premi bersih yang disiapkan perusahaan asuransi untuk kasus saling bergantung dan saling bebas mempunyai besar selisih sangat kecil. Dengan demikian, pengaruh saling bergantung dan saling bebas dalam kehidupan suami istri tidak mempengaruhi perusahaan asuransi.

Kata-kata kunci: Model Semi Markov, Tingkat Kematian, Hukum Mortalita Gompertz, Premi Bersih, Cadangan Premi Bersih.

ABSTRACT

Marriage brings an impact on husband and wife by being dependent on each other as they get older. The possibility that will happen in the future is the death of one of them. Decreased the quality of life occurs after losing a partner, so force of mortality rise caused by broken heart syndrome. The semi Markov model describe force of mortality of widow or widower considering the time spent in previous state. In this study, force of mortality will be calculated based on the Indonesian Mortality Table IV (TMI IV) using the Gompertz mortality law model. In the semi Markov model there is grief phase to consider the force of mortality after the death of the partner with positive parameters. In financial matters, life insurance can be calculated with the benefit will be received by beneficiary after the death of husband or wife within a specified period of time. Net premium and net premium reserve be calculated for cases of dependent and independent married couples. From the results of the premium calculation, dependent couples have a higher premium than independent. The difference in net premium reserve prepared by the insurance company for dependent and independent cases is very small. Thus, the effect of dependency of married couples won't affect the insurance company.

Keywords: Semi Markov Model, Force of Mortality, Gompertz Mortality Law, Net Premium, Net Premium Reserve.

Teruntuk Mamah dan Bapa tersayang ...

KATA PENGANTAR

Puji serta syukur kepada Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini tepat pada waktunya. Tak lupa sholawat serta salam semoga terlimpah curahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW. Alhamdulillah penulis telah menyelesaikan skripsi yang berjudul "Model Semi Markov untuk Asuransi Jiwa *Multiple Life* yang Memperhitungkan Masa Berduka" disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung.

Selama masa perkuliahan, penyusunan skripsi, dan sampai saat ini penulis mendapat banyak bantuan dari berbagai pihak dalam bentuk ilmu, moral maupun material. Dengan demikian, penulis menyampaikan ucapan terimakasih sebesar-besarnya kepada:

- Kedua orang tua tercinta, Mamah Nana Sutiana dan Bapa Yadi Mulyadi yang berjuang ditengah sakitnya, atas doa yang tidak pernah putus, kasih sayang, didikan, nasihat dan dukungan kepada penulis sampai saat ini dalam menempuh pendidikan yang dimimpikan penulis.
- Adik tersayang, Rabiatul Addawiyah yang dapat menghibur suasana hati penulis menjadi lebih baik.
- Ibu Maria Anastasia, M.Si., M.Act.Sc. selaku dosen pembimbing yang telah memberikan waktu, ilmu, pengarahan, saran, dan dukungan selama proses penyelesaian skripsi lebih dari satu tahun.
- Ibu Dr. Livia Owen dan Bapak Robyn Irawan, M.Sc. selaku dosen penguji atas waktu, kritik dan saran yang membangun untuk skripsi ini.
- Bapak Dr. Daniel Salim selaku Dosen Koordinator Skripsi yang telah memberikan ilmu dan waktunya sehingga penulis dapat menyelesaikan tahap-tahap dalam penyusunan skripsi.
- Bapak Benny Yong, Ph.D. selaku Dosen Wali yang telah memberikan nasihat dan waktu mengenai perkuliahan yang penulis alami.
- Seluruh dosen FTIS yang telah memberikan ilmu kepada penulis.
- Seluruh staf Tata Usaha FTIS yang telah memberikan penulis bantuan administrasi dengan baik.
- Seluruh pekerya FTIS yang telah menjadikan ruang perkuliahan yang penulis tempati pada saat kuliah luring nyaman, rapi dan bersih.
- Abah, Almh. Ema Haji, Alm. Aki Ajo, dan Almh. Ma Oom yang telah memberikan doa kepada penulis agar dilancarkan dalam menempuh pendidikan.
- Uwa, emang, bibi, aa, teteh, dan saudara-saudara dari keluarga Abah dan Aki Ajo yang telah memberikan doa dan dukungan kepada penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
- Kiya, Dinda dan Puji yang telah memberikan bantuan bahan sumber skripsi penulis.
- Pak Syukur, Alm. Pak Ichfan, Bu Nani, dan Kak Devi yang mengawali rasa penasaran dan keceriaan penulis dalam mempelajari matematika.
- Kimbab Nanda, Kimbab Gina, Kimbab Gita, Kimbab Lia, Ilona dan Vianca yang telah memberikan warna kehidupan perkuliahan penulis menjadi lebih menarik untuk tidak dilupakan.
- Donna, Ayu, Indah, Sipli, Yoke, Beta, Shara, Endah, Ilfa, dan Rijki yang telah menemani penulis dari masa sekolah.
- Para tetangga rumah yang telah memberikan bantuan dalam masa perkuliahan daring yang dijalani penulis.

- Teman-teman angkatan 2017, 2018, 2019, dan 2020 yang telah mendukung dan memberikan banyak pengalaman yang indah selama masa kuliah.

Penulis berterima kasih kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini, mohon maaf apabila ada nama yang tidak disebutkan oleh penulis. Penulis menyadari bahwa skripsi ini jauh dari sempurna, sehingga penulis menerima kritik dan saran yang membangun untuk skripsi ini menjadi lebih baik. Akhir kata, penulis berharap skripsi ini dapat bermanfaat dalam menambah wawasan bagi setiap orang yang membacanya.

Bandung, Januari 2023

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
2 LANDASAN TEORI	3
2.1 Regresi Linear Sederhana	3
2.2 Fungsi Ketahanan Hidup	3
2.3 Hukum Mortalita Gompertz	4
2.4 Model Markov	4
2.4.1 Model <i>Multiple State</i>	5
2.4.2 Model <i>Multiple Life</i>	6
2.5 Model <i>Multiple Life</i>	9
2.5.1 <i>Last Survivor Status</i>	9
2.5.2 Asuransi Jiwa Berjangka n tahun	10
2.5.3 Anuitas Jiwa Berjangka n tahun	11
2.6 Premi	11
2.7 Cadangan Premi	12
2.8 Integrasi Numerik Metode Trapesium	12
3 MODEL SEMI MARKOV UNTUK SUAMI ISTRI	15
3.1 Estimasi Parameter Hukum Mortalita Gompertz	15
3.2 Pemodelan Semi Markov	16
3.3 Pasangan Suami Istri untuk Kasus Saling Bergantung	18
3.4 Pasangan Suami Istri untuk Kasus Saling Bebas	20
4 SIMULASI	23
4.1 Perhitungan Parameter Hukum Mortalita Gompertz	23
4.2 Tingkat Kematian Model Semi Markov	24
4.2.1 Tingkat Kematian untuk Kasus 1	26
4.2.2 Tingkat Kematian untuk Kasus 2	27
4.3 Perhitungan Premi Bersih Tahunan	29
4.3.1 Premi Bersih Tahunan untuk Kasus Saling Bergantung	29
4.3.2 Premi Bersih Tahunan untuk Kasus Saling Bebas	30

4.4	Perhitungan Cadangan Premi Bersih Tahunan	31
4.4.1	Cadangan Premi Bersih untuk Kasus Saling Bergantung	31
4.4.2	Cadangan Premi Bersih untuk Kasus Saling Bebas	32
5	KESIMPULAN DAN SARAN	35
5.1	Kesimpulan	35
5.2	Saran	35
	DAFTAR REFERENSI	37

DAFTAR GAMBAR

2.1	Diagram model Markov	6
3.1	Diagram model semi Markov	17
4.1	Tingkat kematian istri dan tingkat kematian masa menjanda	25
4.2	Tingkat kematian suami dan tingkat kematian masa menduda	25
4.3	Tingkat kematian masa menduda dengan a_1 konstan	26
4.4	Tingkat kematian masa menjanda dengan a_2 konstan	27
4.5	Tingkat kematian masa menduda dengan k_1 konstan	28
4.6	Tingkat kematian masa menjanda dengan k_2 konstan	28
4.7	Perbandingan cadangan premi bersih kasus saling bergantung dan kasus saling bebas	33

DAFTAR TABEL

4.1	Hasil estimasi parameter model semi Markov	24
4.2	Nilai parameter menduda dengan a_1 konstan	26
4.3	Nilai parameter menjanda dengan a_2 konstan	26
4.4	Nilai parameter menduda dengan k_1 konstan	27
4.5	Nilai parameter menjanda dengan k_2 konstan	28
4.6	Cadangan premi bersih dengan kasus saling bergantung	31
4.7	Cadangan premi bersih dengan kasus saling bebas	32
4.8	Selisih Cadangan premi bersih kasus saling bergantung dan saling bebas	33

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Tahapan kehidupan manusia di muka bumi dari lahir sampai meninggal tidak lepas dari sebuah peristiwa yang dialami. Waktu kehidupan manusia terus berjalan sehingga menghasilkan berbagai peristiwa bahagia atau peristiwa menyedihkan, yang tidak dapat diprediksi di masa depan. Setiap manusia di bumi ini mempunyai peristiwa yang berbeda-beda, salah satunya pernikahan. Dalam masa pernikahan, suami dan istri saling membangun rasa ketergantungan satu sama lain. Peristiwa menyedihkan yang pasti terjadi di masa depan untuk pasangan suami istri adalah kematian pasangan, dimana waktu kematian tidak dapat diprediksi. Oleh karena itu, kerugian dari pasangan berdampak pada finansial dan kejiwaan.

Kehilangan merupakan keadaan manusia mengalami sebuah perubahan dari sebelumnya ada dan dimiliki suatu saat menjadi tidak ada [1]. Dalam sudut pandang kejiwaan, kehilangan pasangan mendatangkan masa berduka dengan reaksi emosional yang diwujudkan dalam perasaan sedih, perasaan tidak nyaman, mudah marah, susah tidur, dan lain-lain. Kualitas hidup pasangan yang ditinggal meninggal mengalami penurunan, sehingga tingkat kematian (*force of mortality*) meningkat. Hal ini mengindikasikan bahwa suami istri mempunyai ketergantungan hidup satu sama lain [2]. Sindrom patah hati (*Broken heart syndrome*) merupakan istilah untuk menggambarkan tingkat kematian pasangan yang ditinggal meninggal atau masa menjanda dan menduda. Menurut Min Ji [3], dalam memodelkan ketergantungan suami dan istri dapat menggunakan model Markov, dengan melihat perpindahan atau transisi antara setiap keadaan. Keadaan tersebut merupakan proses suami istri di masa depan dari masa keduanya bersama, masa menjanda atau menduda, dan keduanya meninggal. Peluang yang terjadi di masa depan hanya bergantung pada masa sekarang, hal ini merupakan sifat model Markov. Tingkat kematian setelah kematian pasangan dalam model Markov dianggap konstan dan kaku, ini tidak sesuai dengan kenyataan. Oleh karena itu, untuk memodelkan tingkat kematian pasangan suami istri yang ditinggal meninggal dengan mempertimbangkan waktu yang dihabiskan di keadaan sebelumnya, dapat menggunakan model semi Markov [4].

Pasangan suami istri yang ditinggal meninggal mengalami dampak kerugian dari sudut pandang finansial karena pemasukan keuangan rumah tangga berkurang, sehingga asuransi jiwa dapat digunakan untuk mengurangi dampak kerugian. Asuransi jiwa adalah sebuah perjanjian berupa kontrak, yang melibatkan tertanggung dengan perusahaan asuransi atau penanggung, dimana perusahaan asuransi menanggung risiko finansial tertanggung ketika mengalami kematian. Peserta asuransi berkewajiban membayar iuran atau premi kepada perusahaan asuransi. Premi dibedakan menjadi dua, yaitu premi bersih (*net premiums*) yang tidak memperhitungkan biaya pengeluaran perusahaan asuransi dan premi kotor (*gross premiums*) yang memperhitungkan biaya pengeluaran. Kewajiban perusahaan asuransi kepada tertanggung yaitu melakukan pembayaran manfaat kepada peserta asuransi, jika terjadi klaim atau tertanggung meninggal dunia. Terdapat beberapa jenis asuransi jiwa, salah satunya adalah asuransi jiwa berjangka n tahun. Selanjutnya, berdasarkan waktu pembayaran manfaat asuransi dapat dibedakan menjadi dua jenis yaitu diskrit dan kontinu. Pembayaran manfaat jenis diskrit adalah pembayaran manfaat yang dibayarkan perusahaan asuransi di akhir tahun kematian, sedangkan pembayaran manfaat jenis kontinu adalah pembayaran manfaat

yang dibayarkan perusahaan asuransi tepat pada saat kematian tertanggung. Dalam perjanjian asuransi jiwa, model asuransi jiwa dapat dibedakan berdasarkan banyaknya tertanggung yang terlibat yaitu, *single life* dan *multiple life*. Asuransi jiwa *single life* melibatkan banyaknya tertanggung hanya satu orang, sedangkan asuransi jiwa *multiple life* melibatkan banyaknya tertanggung lebih dari satu orang. Asuransi jiwa *multiple life* dibedakan menjadi dua keadaan yaitu keadaan yang memperhatikan kematian orang pertama diantara banyaknya tertanggung (*joint life status*) dan keadaan yang memperhatikan kematian orang terakhir diantara banyaknya tertanggung (*last survivor status*). Terdapat pula dua hubungan kemungkinan antara tertanggung dalam asuransi jiwa *multiple life* yaitu sisa masa hidup antar tertanggung saling bergantung (*dependent*) dan sisa masa hidup antar tertanggung saling bebas (*independent*).

Dalam skripsi ini, dibahas penggunaan model semi Markov untuk melihat ketergantungan tingkat kematian pasangan yang ditinggal meninggal dengan mengestimasi parameternya, dimana menggunakan data awalan yaitu Tabel Mortalita Indonesia (TMI IV) tahun 2019 [5]. Kemudian, premi bersih dan cadangan premi bersih pada model asuransi jiwa *multiple life* berjangka n tahun diperhitungkan dengan melibatkan tertanggung yaitu suami dan istri. Hubungan saling bergantung dan saling bebas akan dibandingkan untuk penentuan premi bersih dan cadangan premi bersih.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana pengaruh ketergantungan tingkat kematian seorang istri dan suami setelah kehilangan pasangan akibat kematian?
2. Bagaimana cara menentukan premi bersih pasangan suami istri yang harus dibayarkan kepada perusahaan asuransi dengan kasus saling bergantung dan saling bebas?
3. Bagaimana perbandingan cadangan premi bersih pasangan suami istri yang harus disediakan perusahaan asuransi setiap tahun dengan kasus saling bergantung dan saling bebas?

1.3 Tujuan

Tujuan yang didapatkan dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Menganalisis apakah model semi Markov dapat digunakan dengan mempertimbangkan waktu setelah kematian pasangan, dimana tingkat kematian dihitung dengan menggunakan data Tabel Mortalita Indonesia VI tahun 2019.
2. Perhitungan premi bersih menggunakan asuransi jiwa berjangka n tahun untuk kasus kasus saling bergantung dan saling bebas, dengan besar manfaat akan dibayarkan kepada ahli waris tepat saat kematian orang terakhir diantara suami dan istri.
3. Membandingkan cadangan premi bersih untuk kasus saling bergantung dan saling bebas, sehingga perusahaan asuransi dapat menentukan kasus yang memberi keuntungan lebih baik.

1.4 Batasan Masalah

Pada skripsi ini terdapat batasan masalah agar pembahasan tidak terlalu luas dengan batasan sebagai berikut:

1. Tertanggung dalam kontrak asuransi adalah suami istri.
2. Besar manfaat akan dibayarkan perusahaan adalah tetap saat kematian terjadi.
3. Anuitas premi yang dibayarkan bersifat kontinu.
4. Cadangan premi bersih menggunakan metode prospektif.