

SKRIPSI

**ESTIMASI RISIKO DARI SEBUAH KEJADIAN EKSTREM
DENGAN MENGGUNAKAN DISTRIBUSI EKSPONENSIAL,
PARETO, DAN WEIBULL**



GABRIELA IRENE FEODORA

NPM: 6161801021

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2022**

FINAL PROJECT

**ESTIMATING THE RISKS OF AN EXTREME EVENT USING
EXPONENTIAL DISTRIBUTION, PARETO DISTRIBUTION,
AND WEIBULL DISTRIBUTION**



GABRIELA IRENE FEODORA

NPM: 6161801021

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2022**

LEMBAR PENGESAHAN

ESTIMASI RISIKO DARI SEBUAH KEJADIAN EKSTREM
DENGAN MENGGUNAKAN DISTRIBUSI EKSPONENSIAL,
PARETO, DAN WEIBULL

GABRIELA IRENE FEODORA

NPM: 6161801021

Bandung, 3 Februari 2022

Menyetujui,

Pembimbing 1



Dr. Ferry Jaya Permana

Pembimbing 2



Benny Yong, Ph.D.

Ketua Tim Penguji



Prof. Dr. Julius Dharma Lesmono

Anggota Tim Penguji



Liem Chin, M.Si.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

ESTIMASI RISIKO DARI SEBUAH KEJADIAN EKSTREM DENGAN MENGUNAKAN DISTRIBUSI EKSPONENSIAL, PARETO, DAN WEIBULL

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 3 Februari 2022



GABRIELA IRENE FEODORA
NPM: 6161801021

ABSTRAK

Dalam klaim asuransi, memodelkan besar kerugian merupakan hal yang penting khususnya menghitung peluang dari suatu kejadian ekstrem. Pada skripsi ini, akan dihitung peluang dari sebuah kejadian ekstrem pada kasus bencana alam. Perhitungan peluang besar kerugian yang sangat besar menggunakan tiga jenis distribusi, yaitu distribusi eksponensial, distribusi Pareto, dan distribusi Weibull. Nilai parameter masing-masing distribusi akan diestimasi dengan menggunakan metode momen dan metode *maximum likelihood*. Untuk metode momen, peluang besar kerugian yang dihasilkan distribusi eksponensial sama dengan peluang yang dihasilkan oleh distribusi Weibull yaitu sebesar 0,0495 sedangkan peluang besar kerugian yang dihasilkan oleh distribusi Pareto nilainya lebih kecil dari kedua distribusi tersebut yaitu sebesar 0,032. Untuk metode *maximum likelihood*, peluang besar kerugian dengan distribusi eksponensial, Pareto, dan Weibull masing-masing adalah 0,022, 0,0024, dan 0,04026. Berdasarkan perbandingan nilai fungsi distribusi empirik dan nilai fungsi distribusi teoritis, distribusi Weibull menghasilkan nilai error yang terkecil.

Kata-kata kunci: besar kerugian, distribusi ekponensial, distribusi Pareto, distribusi Weibull

ABSTRACT

In insurance claims, it is important to modelling the risks especially for calculate the probability of extreme events. In this thesis, the probability of an extreme event in the case of a natural disaster will be calculated in order to model the amount of loss in insurance claims. Three types of distributions are being utilized to calculate the probability of a very large loss: the exponential distribution, the Pareto distribution, and the Weibull distribution. Parameters of each distribution will be estimated using the moment method and the *maximum likelihood* method. According to the moment method, the probability of a large loss resulting from the exponential distribution and the Weibull distribution are equal at 0,0495, whereas the probability of a large loss resulting from the Pareto distribution is lower at 0,032. The *maximum likelihood* method yields probabilities of 0,022, 0,0024, and 0,04026 for the exponential distribution, Pareto distribution, and Weibull distribution, respectively. The value of empirical and theoretical distribution comparisons will be used to compare the error values of each distribution. According to the comparison, Weibull distribution has the smallest error.

Keywords: loss, exponential distribution, Pareto distribution, Weibull distribution

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan yang Maha Esa, karena atas berkat dan rahmatNya, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Estimasi Risiko dari Sebuah Kejadian Ekstrem dengan Menggunakan Distribusi Eksponensial, Pareto, dan Weibull" yang dibuat sebagai syarat menyelesaikan program sarjana dalam Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih kepada beberapa pihak karena dengan adanya dukungan dari beberapa pihak, penulis dapat menyusun skripsi ini, yaitu:

1. Papi, Mami, Dania, dan seluruh keluarga besar untuk segala dukungan dan doa agar penulis dapat menyelesaikan skripsi.
2. Dr. Ferry Jaya Permana dan Dr. Benny Yong, selaku dosen pembimbing skripsi penulis yang telah meluangkan banyak waktu untuk membimbing, memberikan arahan, serta nasihat dari awal hingga akhir penyusunan skripsi penulis.
3. Prof. Dr. J. Dharma Lesmono dan Liem Chin, M.Si selaku dosen penguji yang telah menguji dan memberikan saran untuk perbaikan dan pengembangan skripsi ini,
4. Dr. Daniel Salim selaku koordinator skripsi yang telah membantu persiapan penulis selama satu semester untuk penyusunan skripsi ini.
5. Seluruh dosen dan staf tata usaha FTIS yang telah membagi ilmu dan membantu seluruh proses pembelajaran penulis selama masa studi.
6. Alson dan Caca selaku sahabat penulis dari awal studi UNPAR yang selalu membantu, menemani, dan memberikan dukungan selama masa-masa perkuliahan penulis.
7. Lovita dan Patrick sebagai sahabat penulis yang selalu mendengarkan keluh kesah, memberikan dukungan dan semangat kepada penulis.
8. Satrio, Inez, Pepita, Caroline, Richard, Ardelia yang selalu menemani hari-hari penulis selama masa perkuliahan.
9. Rekan-rekan "halo" yang selalu menghibur penulis.
10. Seluruh pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah memberikan doa dan dukungan kepada penulis selama masa penyusunan skripsi.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna karena adanya keterbatasan ilmu dan pengalaman yang dimiliki. Oleh karena itu, penulis dengan terbuka menerima segala kritik dan saran yang membangun dari para pembaca. Penulis berharap skripsi ini dapat bermanfaat bagi seluruh pihak pembaca.

Bandung, Februari 2022

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	3
2.1 Distribusi Eksponensial	3
2.2 Distribusi Pareto	4
2.3 Distribusi Weibull	5
2.4 Statistik Terurut	6
2.5 Metode Momen	7
2.6 Metode Maksimum Likelihood	7
2.7 Metode <i>Newton-Raphson</i>	9
3 ESTIMASI PARAMETER DENGAN MENGGUNAKAN DISTRIBUSI EKSPONENSIAL, PARETO, DAN WEIBULL	11
3.1 Distribusi Eksponensial	11
3.1.1 Metode Momen	11
3.1.2 Metode Maksimum Likelihood	12
3.2 Distribusi Pareto	13
3.2.1 Metode Momen	13
3.2.2 Metode Maksimum Likelihood	15
3.3 Distribusi Weibull	15
3.3.1 Metode Momen	15
3.3.2 Metode Maksimum Likelihood	16
4 ESTIMASI BESAR KERUGIAN	19
4.1 Data Besar Kerugian	19
4.2 Estimasi Besar Kerugian menggunakan Distribusi Eksponensial	20
4.2.1 Penaksiran Parameter Distribusi Eksponensial Menggunakan Metode Momen	20
4.2.2 Penaksiran Parameter Distribusi Eksponensial Menggunakan Metode <i>Maximum Likelihood</i>	20
4.3 Estimasi Besar Kerugian Menggunakan Distribusi Pareto	21
4.3.1 Penaksiran Parameter Distribusi Pareto Menggunakan Metode Momen	21

4.3.2	Penaksiran Parameter Distribusi Pareto Menggunakan Metode <i>Maximum Likelihood</i>	21
4.4	Estimasi Besar Kerugian Menggunakan Distribusi Weibull	22
4.4.1	Penaksiran Parameter Distribusi Weibull Menggunakan Metode Momen	22
4.4.2	Penaksiran Parameter Distribusi Weibull Menggunakan Metode <i>Maximum Likelihood</i>	22
4.5	Uji Kesesuaian Model	23
4.5.1	Uji Kesesuaian Model Jika Parameter Ditaksir Dengan Metode Momen	24
4.5.2	Uji Kesesuaian Model Jika Parameter Ditaksir Dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i>	25
4.5.3	Uji Kesesuaian Model Antara Metode Momen dan Metode <i>Maximum Likelihood</i>	27
4.6	Perbandingan Nilai Peluang Dari Kerugian Yang Cukup Besar	29
5	KESIMPULAN DAN SARAN	31
5.1	Kesimpulan	31
5.2	Saran	32
	DAFTAR REFERENSI	33

DAFTAR GAMBAR

2.1	Ilustrasi Metode Newton Raphson	9
4.1	Histogram Data Besar Kerugian	19
4.2	Perbandingan Fungsi Distribusi Empirik dengan Menggunakan Metode Momen: Distribusi Eksponensial (Kiri), Distribusi Pareto (Tengah), Distribusi Weibull (Kanan)	24
4.3	Perbandingan Fungsi Distribusi Empirik dengan Menggunakan Metode <i>Maximum Likelihood</i> : Distribusi Eksponensial (Kiri), Distribusi Pareto (Tengah), Distribusi Weibull (Kanan)	26
4.4	Perbandingan Fungsi Distribusi Empirik dengan Fungsi Distribusi Eksponensial: Metode Momen (Kiri), Metode <i>Maximum Likelihood</i> (Kanan)	27
4.5	Perbandingan Fungsi Distribusi Empirik dengan Fungsi Distribusi Pareto: Metode Momen (Kiri), Metode <i>Maximum Likelihood</i> (Kanan)	28
4.6	Perbandingan Fungsi Distribusi Empirik dengan Fungsi Distribusi Weibull: Metode Momen (Kiri), Metode <i>Maximum Likelihood</i> (Kanan)	28

DAFTAR TABEL

4.1	Besar Kerugian yang Disebabkan Bencana Alam yang Berhubungan Dengan Angin	19
4.2	Hasil Perhitungan <i>Newton Rhapson</i>	23
4.3	Perbandingan Nilai Fungsi Distribusi Empirik dan Teoritis dengan Metode Momen	25
4.4	Perbandingan Nilai Fungsi Distribusi Empirik dan Teoritis Dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i>	26
4.5	Perbandingan Nilai RMSE Antara Metode Momen Dan Metode <i>Maximum Likelihood</i>	29
4.6	Hasil Perhitungan Peluang Teoritis	29

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada perusahaan asuransi konvensional, seperti asuransi jiwa dan kesehatan, perusahaan umumnya menghadapi sejumlah kerugian yang besar namun cenderung dalam pola yang mudah diprediksi dari waktu ke waktu [1]. Pola yang mudah diprediksi membuat perusahaan dapat mengganti kerugian dari tertanggung dengan memanfaatkan premi yang dibebankan tanpa masalah. Berbeda jika perusahaan menghadapi risiko kerugian yang disebabkan oleh bencana alam. Kerugian ini akan lebih bermasalah bagi perusahaan asuransi karena pola yang tidak pasti yang dapat menyebabkan perusahaan mungkin tidak memiliki dana yang cukup atau premi yang dibebankan tidak menutupi kerugian yang akan dibayarkan. Oleh karena itu, perusahaan asuransi menggunakan peran aktuaris untuk menganalisa kerugian yang disebabkan oleh kejadian yang tidak terduga untuk menganalisa distribusi dari besar kerugian.

Pemodelan risiko di perusahaan asuransi sangat penting untuk menilai dan mengelola kemungkinan kejadian ekstrem secara akurat. Pemodelan risiko juga dapat membantu perusahaan asuransi secara akurat menghitung kemungkinan peristiwa tidak terduga terjadi dan potensi kerugian yang terkait dengannya, serta mengidentifikasi strategi untuk mengurangi risiko.[2]. Salah satu pendekatan yang dapat dilakukan adalah memodelkan besar kerugian menggunakan distribusi peluang, sehingga penting untuk mengetahui distribusi yang memberikan hasil yang paling baik.

Pada skripsi ini akan memodelkan besar kerugian yang sangat besar pada kasus ekstrem. Besar kerugian dipengaruhi oleh parameter yang tidak diketahui atau tidak pasti. Adanya parameter yang tidak pasti mengakibatkan dibutuhkan penggunaan distribusi peluang untuk memodelkan besar kerugian. Kasus ekstrem ini akan memusatkan perhatian pada daerah ekor dari distribusi. Karakteristik dari data besar kerugian di bidang asuransi adalah munculnya kasus ekstrem yaitu adanya kerugian yang nilainya cukup besar dengan frekuensi yang relatif kecil. Kasus ekstrem tersebut tidak boleh diabaikan sehingga distribusi yang cocok untuk memodelkan besar kerugian adalah distribusi yang condong ke kanan (*skewed-right*). Pemodelan akan dilakukan dengan menggunakan tiga distribusi peluang kontinu yang memiliki karakteristik tersebut yaitu distribusi eksponensial, distribusi Pareto, dan distribusi Weibull.

Masing-masing distribusi membutuhkan nilai penaksir parameter. Penaksiran parameter akan dilakukan dengan dua metode yaitu metode momen dan metode *maximum likelihood* [3]. Hasil estimasi parameter ini akan diaplikasikan pada data untuk membandingkan nilai fungsi distribusi empirik dengan nilai fungsi distribusi teoritis agar dapat dianalisa distribusi mana yang memiliki hasil paling baik. Selain itu, uji kesesuaian model juga akan dilakukan dengan menghitung nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) dari masing-masing distribusi yang parameternya ditaksir dengan metode momen dan metode *maximum likelihood* untuk melihat distribusi dan metode apa yang memiliki hasil lebih akurat.

1.2 Rumusan Masalah

Beberapa masalah yang akan dibahas untuk mencapai tujuan penulisan skripsi ini dapat dituliskan sebagai berikut

1. Bagaimana mendapatkan bentuk umum penaksir parameter distribusi eksponensial, distribusi Pareto, dan distribusi Weibull dengan menggunakan metode momen?
2. Bagaimana mendapatkan bentuk umum penaksir parameter distribusi eksponensial, distribusi Pareto, dan distribusi Weibull dengan menggunakan metode *maximum likelihood*?
3. Bagaimana memperoleh nilai penaksir parameter dari distribusi eksponensial, distribusi Pareto, dan distribusi Weibull jika diaplikasikan dalam data?
4. Bagaimana menentukan distribusi yang cocok dalam perhitungan besar kerugian?

1.3 Tujuan

Tujuan yang akan dicapai dalam penulisan skripsi ini adalah

1. Mendapatkan bentuk umum penaksir parameter bagi distribusi eksponensial, distribusi Pareto, dan distribusi Weibull dengan menggunakan metode momen.
2. Mendapatkan bentuk umum penaksir parameter bagi distribusi eksponensial, distribusi Pareto, dan distribusi Weibull dengan menggunakan metode maksimum likelihood.
3. Memperoleh nilai penaksir parameter dari distribusi eksponensial, distribusi Pareto, dan distribusi Weibull jika diaplikasikan dalam data.
4. Menentukan distribusi yang cocok dalam perhitungan besar kerugian.

1.4 Sistematika Pembahasan

Dalam skripsi ini, akan terdiri dari lima bab yaitu

Bab 1: Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, dan sistematika pembahasan.

Bab 2: Landasan Teori

Bab ini akan membahas tentang teori yang mendukung penulisan skripsi ini.

Bab 3: Estimasi Parameter dengan Menggunakan Distribusi Eksponensial, Pareto, dan Weibull

Bab ini akan berisi tentang proses membentuk rumus umum untuk memperoleh penaksir parameter dari setiap calon distribusi dengan menggunakan metode momen dan metode *maximum likelihood*.

Bab 4: Estimasi Besar Kerugian

Bab ini akan mengaplikasikan hasil penaksiran parameter pada data besar kerugian dan menganalisa distribusi yang memberikan hasil paling akurat.

Bab 5: Kesimpulan dan Saran

Bab ini akan berisi kesimpulan dan saran dari hasil penulisan skripsi ini.