

SKRIPSI

**PENENTUAN BESAR PREMI UNTUK SISTEM BONUS
MALUS MENGGUNAKAN DISTRIBUSI *POISSON INVERSE*
GAUSSIAN DAN DISTRIBUSI BINOMIAL NEGATIF**



Celine

NPM: 6161801043

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2022**

LEMBAR PENGESAHAN

PENENTUAN BESAR PREMI UNTUK SISTEM BONUS MALUS MENGGUNAKAN DISTRIBUSI *POISSON INVERSE* *GAUSSIAN* DAN DISTRIBUSI BINOMIAL NEGATIF

Celine

NPM: 6161801043

Bandung, 21 Januari 2022

Menyetujui,

Pembimbing



Dr. Ferry Jaya Permana

Ketua Tim Penguji



Farah Kristiani, Ph.D.

Anggota Tim Penguji



Felivia Kusnadi, M.Act.Sc.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

PENENTUAN BESAR PREMI UNTUK SISTEM BONUS MALUS MENGUNAKAN DISTRIBUSI *POISSON INVERSE GAUSSIAN* DAN DISTRIBUSI BINOMIAL NEGATIF

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 21 Januari 2022



Celine

NPM: 6161801043

ABSTRAK

Perhitungan premi asuransi kendaraan bermotor di Indonesia didasarkan pada harga kendaraan bermotor yang diasuransikan. Akibatnya pemilik kendaraan bermotor dengan jenis kendaraan bermotor yang sama akan dikenakan tarif premi asuransi yang juga sama besarnya. Kenyataannya, profil risiko dari setiap pemilik kendaraan bermotor berbeda-beda terlepas dari harga kendaraan bermotor yang dimilikinya. Oleh karena itu, sistem penentuan tarif premi yang hanya berdasarkan harga kendaraan bermotor tidak adil. Didasari oleh permasalahan ini, terdapat pemodelan matematika untuk menentukan premi asuransi kendaraan bermotor yang lebih adil, yaitu Sistem Bonus Malus. Sistem Bonus Malus adalah sistem penentuan tarif premi asuransi kendaraan bermotor dengan menerapkan konsep-konsep aktuaria berdasarkan profil risiko pemegang polis, yaitu riwayat klaim dari pemegang polis. Pada skripsi ini akan dibahas penerapan model sistem Bonus Malus menggunakan pendekatan Bayesian. Model yang digunakan menggunakan distribusi *Poisson Inverse Gaussian*. Model tersebut diaplikasikan menggunakan simulasi untuk menghitung besar premi yang harus dibayar pemegang polis setiap tahunnya sesuai dengan banyaknya klaim. Kemudian, model dibandingkan dengan model klasik Sistem Bonus Malus yang menggunakan distribusi Binomial Negatif. Performansi kedua model diuji menggunakan uji *Chi-Square*. Hasil simulasi menunjukkan bahwa pemilihan model yang sesuai sangat bergantung pada kecocokkan model dengan data empirik. Model yang tidak cocok dengan data dapat menyebabkan skema premi sistem Bonus Malus menjadi terlalu mahal atau terlalu murah relatif terhadap model yang cocok dengan data.

Kata-kata kunci: Sistem Bonus Malus, Distribusi Poisson Inverse Gaussian, Distribusi Binomial Negatif, Distribusi Poisson Campuran, Pendekatan Bayesian

ABSTRACT

The calculation of motor vehicle insurance premiums in Indonesia is based on the price of the insured motor vehicle. Thus the owner of a motor vehicle with the same type of motor vehicle will be subject to the same insurance premium rate. In fact, the risk profile of each owner of a motor vehicle is varied regardless of the price of the motor vehicle that is owned. Therefore, the premium rate system based solely on the price of the motor vehicles is unfair. Based on this problem, there is a mathematical modeling to determine a fairer motor vehicle insurance premium, namely the Bonus Malus System. The Bonus Malus system is a system for determining motor vehicle insurance premium rates by applying actuarial concepts based on the policyholder's risk profile, namely the history of claims from policyholders. This thesis will discuss the application of the Bonus Malus System model using the Bayesian approach. The model used is derived from the Poisson Inverse Gaussian distribution. The model is applied using a simulation to calculate the amount of premium that the policyholder must pay annually according to the number of claims. Then, the model is compared with the classical model of the Bonus Malus System which uses the Negative Binomial distribution. The performance of both models was tested using the *Chi-Square* test. The simulation results show that the selection of the appropriate model is highly dependent on the fit of the model with empirical data. Models that don't match the data can cause the Bonus Malus system premium scheme to be more expensive or cheaper relative to the more fitting model.

Keywords: Bonus Malus System, Poisson Inverse Gaussian Distribution, Negative Binomial Distribution, Mixed Poisson Distribution, Bayesian Estimation

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur saya ucapkan kepada Tuhan Yesus Kristus karena atas karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini. Skripsi dengan judul "**Penentuan Besar Premi untuk Sistem Bonus Malus Menggunakan Distribusi *Poisson Inverse Gaussian* dan Distribusi Binomial Negatif**" ini disusun sebagai salah satu syarat wajib untuk memperoleh gelar sarjana Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Penulis berharap skripsi ini dapat berguna bagi pembaca lainnya. Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak akan selesai tanpa orang-orang di sekeliling penulis yang membimbing, mendukung, dan membantu dalam prosesnya. Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada:

- Mama dan keluarga penulis yang selalu mendukung penulis dalam segala keadaan, termasuk dalam penyelesaian skripsi ini.
- Bapak **Dr. Ferry Jaya Permana** selaku dosen pembimbing yang telah dengan sabar bersedia untuk membimbing dan memberikan arahan kepada penulis sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik dan tepat waktu.
- Ibu **Farah Kristiani, Ph.D** dan Ibu **Felivia Kusnadi, M.Act.Sc** selaku dosen penguji dan Bapak **Liem Chin, M.Si** selaku koordinator skripsi.
- Seluruh dosen Program Studi Matematika yang telah memberikan banyak ilmu dan inspirasi bagi penulis.
- Seluruh staf Tata Usaha FTIS dan Pegawai FTIS yang telah berjasa melengkapi segala kebutuhan perkuliahan sehingga pengalaman kuliah penulis menjadi nyaman dan menyenangkan.
- Teman-teman Matematika angkatan 2018 : Odi, Ane, Cynthia, Rachel, Nadia, Devina, Stevanny, Kimberley dan Nadelya yang telah berjuang bersama dan memberikan semangat bagi penulis.
- Justin dan Joy yang selalu memberikan semangat dan dukungan kepada penulis.
- Teman-teman dari Program Studi Matematika angkatan lainnya.
- Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah berjasa kepada penulis selama proses perkuliahan dan penyusunan skripsi.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna karena keterbatasan ilmu dan pengalaman yang dimiliki. Oleh karenanya, saran dan kritik yang bersifat membangun akan penulis terima dengan senang hati. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang memerlukannya.

Bandung, Januari 2022

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xiii
DAFTAR ISI	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR TABEL	xix
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	3
1.4 Batasan Masalah	3
1.5 Sistematika Pembahasan	3
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Sistem Bonus Malus	5
2.2 Metode Momen	6
2.3 Distribusi Peluang	6
2.3.1 Distribusi Poisson	7
2.3.2 Distribusi Binomial Negatif	8
2.3.3 Distribusi Gamma	9
2.3.4 Distribusi <i>Inverse Gaussian</i>	10
2.3.5 Distribusi <i>Generalized Inverse Gaussian</i>	12
2.4 Pendekatan Bayesian	13
2.5 Distribusi Poisson Campuran	14
2.6 Uji <i>Chi-Square</i>	15
3 PEMODELAN SISTEM BONUS MALUS	17
3.1 Model <i>Poisson Inverse Gaussian</i>	17
3.1.1 Distribusi <i>Poisson Inverse Gaussian</i>	17
3.1.2 Perhitungan Besar Premi Dengan Distribusi <i>Poisson Inverse Gaussian</i>	18
3.1.3 Penaksiran Parameter Model <i>Poisson Inverse Gaussian</i>	20
3.2 Model Binomial Negatif	20
3.2.1 Perhitungan Besar Premi Dengan Distribusi Binomial Negatif	21
3.2.2 Penaksiran Parameter Model Binomial Negatif	22
3.3 Algoritma Perhitungan Premi	23
4 ANALISIS KASUS	27
4.1 <i>Dataset 1</i>	27
4.1.1 Aplikasi Model <i>Poisson Inverse Gaussian</i> Pada <i>Dataset 1</i>	28
4.1.2 Aplikasi Model Binomial Negatif Pada <i>Dataset 1</i>	30
4.1.3 Perbandingan Model untuk <i>Dataset 1</i>	32

4.2	<i>Dataset 2</i>	33
4.2.1	Aplikasi Model <i>Poisson Inverse Gaussian</i> Pada <i>Dataset 2</i>	34
4.2.2	Aplikasi Model Binomial Negatif Pada <i>Dataset 2</i>	36
4.2.3	Perbandingan Model untuk <i>Dataset 2</i>	37
5	KESIMPULAN DAN SARAN	39
5.1	Kesimpulan	39
5.2	Saran	39
	DAFTAR REFERENSI	41

DAFTAR GAMBAR

2.1	Grafik fungsi massa peluang distribusi Poisson	7
2.2	Grafik fungsi massa peluang distribusi Binomial Negatif	8
2.3	Grafik fungsi kepadatan peluang distribusi Gamma	9
2.4	Grafik fungsi kepadatan peluang distribusi <i>Inverse Gaussian</i>	11
2.5	Grafik fungsi kepadatan peluang distribusi <i>Generalized Inverse Gaussian</i>	13

DAFTAR TABEL

2.1	Tabel Ilustrasi Besar Premi pada Sistem Bonus Malus	5
4.1	Data Klaim 1	27
4.2	Peluang Klaim setiap Kelas untuk <i>Dataset 1</i>	28
4.3	Tabel Perhitungan Uji <i>Chi-Square</i> pada Model <i>Poisson Inverse Gaussian</i> untuk <i>Dataset 1</i>	29
4.4	Tabel Premi Model <i>Poisson Inverse Gaussian</i> untuk <i>Dataset 1</i>	30
4.5	Tabel Perhitungan Uji <i>Chi-Square</i> pada Model Binomial Negatif untuk <i>Dataset 1</i>	31
4.6	Tabel Premi Model Negatif Binomial untuk <i>Dataset 1</i>	32
4.7	Tabel Selisih Premi untuk <i>Dataset 1</i>	32
4.8	Data Klaim 2	33
4.9	Peluang Klaim setiap Kelas untuk <i>Dataset 2</i>	34
4.10	Tabel Perhitungan Uji <i>Chi-Square</i> pada Model <i>Poisson Inverse Gaussian</i> untuk <i>Dataset 2</i>	35
4.11	Tabel Premi Model <i>Poisson Inverse Gaussian</i> untuk <i>Dataset 2</i>	35
4.12	Tabel Perhitungan Uji <i>Chi-Square</i> pada Model Binomial Negatif untuk <i>Dataset 2</i>	36
4.13	Tabel Premi Model Binomial Negatif untuk <i>Dataset 2</i>	37
4.14	Tabel Selisih Premi untuk <i>Dataset 2</i>	37

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sepanjang hidupnya, manusia akan dihadapkan pada risiko finansial yang disebabkan oleh ketidakpastian terjadinya peristiwa di masa depan. Salah satu cara manusia untuk melindungi diri dari risiko finansial adalah dengan mengalihkan risiko yang dimilikinya kepada perusahaan asuransi. Salah satu asuransi yang umum dibeli oleh masyarakat Indonesia adalah asuransi kendaraan bermotor. Perlu diperhatikan bahwa di Indonesia, dasar perhitungan premi asuransi kendaraan bermotor didasarkan pada harga kendaraan bermotor yang diasuransikan¹. Akibatnya, pemilik kendaraan bermotor dengan jenis kendaraan bermotor yang sama akan memiliki premi asuransi yang juga sama terlepas dari profil risikonya. Profil risiko setiap pemegang polis akan berbeda-beda dan dipengaruhi oleh berbagai jenis faktor misalnya gender, usia, gaya mengemudi, riwayat pelanggaran, riwayat kecelakaan, dan sebagainya. Pemegang polis dengan profil risiko yang tinggi akan cenderung mengajukan lebih banyak klaim. Oleh karena itu, sistem penentuan tarif premi yang hanya berdasarkan harga kendaraan bermotor tidak adil dan didasarkan pada data historis frekuensi klaim dari masing-masing pemegang polis.

Didasari oleh permasalahan ini, terdapat pemodelan matematika untuk menentukan premi asuransi kendaraan bermotor yang lebih adil, yaitu Sistem Bonus Malus. Sistem ini menentukan tarif premi asuransi kendaraan bermotor dengan menerapkan konsep-konsep aktuarial berdasarkan profil risiko pemegang polis, yang dapat tercermin dari riwayat banyak klaim dari pemegang polis. Tujuan utama dari penerapan Sistem Bonus Malus adalah penilaian profil risiko individu yang lebih baik, sehingga setiap individu dalam jangka panjang akan membayar premi yang sesuai dengan frekuensi klaimnya [1]. Jika pemegang polis tidak mengajukan klaim pada tahun sebelumnya, maka ia akan mendapatkan bonus berupa penurunan harga premi di tahun berikutnya. Sebaliknya, jika pemegang polis mengajukan sejumlah klaim pada tahun sebelumnya, maka pemegang polis akan mendapatkan penalti (malus), yaitu kenaikan harga premi pada tahun berikutnya.

Kelebihan lain dari pemodelan asuransi dengan sistem Bonus Malus bagi perusahaan asuransi adalah untuk menghindari risiko *moral hazard* dan *adverse selection* [2]. Risiko *moral hazard* adalah risiko di mana pemegang polis akan berperilaku berbeda dari yang seharusnya ketika memiliki kontrak asuransi kendaraan bermotor. Artinya, dengan adanya kontrak asuransi kendaraan bermotor, pemegang polis menjadi lebih tidak berhati-hati ketika menggunakan kendaraan bermotor sebab kerusakan yang terjadi akan ditanggung oleh perusahaan asuransi. Dengan adanya sistem Bonus Malus, pemegang polis yang memiliki profil risiko tinggi akan mendapatkan penalti berupa penambahan tarif premi, sehingga pemegang polis akan lebih berhati-hati ketika menggunakan kendaraan bermotor.

Risiko lain yang dapat dihindari oleh perusahaan asuransi adalah risiko *adverse selection*. Risiko *adverse selection* mengacu pada situasi di mana pemegang polis memiliki pengetahuan yang lebih baik mengenai perilaku klaim mereka daripada perusahaan asuransi [2]. Akibatnya perusahaan asuransi banyak menarik pemegang polis berisiko tinggi, sebab pemilik kendaraan bermotor dengan

¹Berdasarkan situs *website* resmi dari berbagai perusahaan asuransi ternama di Indonesia seperti ACA, Adira, Astra, dan Allianz, penentuan atau *pricing* tarif premi asuransi didasarkan pada harga kendaraan yang diasuransikan.

karakter risiko yang tinggi, misalnya memiliki pola mengemudi yang lebih berbahaya, cenderung membeli produk asuransi untuk melindungi dirinya. Peran Sistem Bonus Malus dalam menghadapi situasi ini adalah dengan memberikan penalti kepada pemegang polis yang mengajukan lebih banyak klaim [1].

Pada skripsi ini akan dibahas penerapan model sistem Bonus Malus dalam asuransi kendaraan bermotor dengan menggunakan pendekatan Bayesian. Pendekatan Bayesian memiliki prinsip yang berbeda dengan pendekatan lainnya yaitu pendekatan frekuentis. Pada pendekatan frekuentis, distribusi dari sampel sudah ditentukan sebelumnya dan dianggap tetap, hanya saja nilai parameternya belum diketahui. Pendekatan Bayesian mengasumsikan bahwa hanya data dari sampel hasil observasi yang dianggap relevan, sehingga distribusi dari sampel termasuk parameternya dianggap sebagai peubah acak. Kelebihan dari pendekatan Bayesian yaitu adanya distribusi *prior* yang memuat informasi masa lalu dari eksperimen sebelumnya atau keyakinan subjektif mengenai distribusi dari peubah acak. Dengan menggunakan pendekatan Bayesian, seluruh profil risiko yang heterogen dari pemegang polis diasumsikan sudah terwakili oleh distribusi *prior*. Setelah itu, informasi dari distribusi *prior* ini dicocokkan dengan informasi aktual dari data sampel [3].

Sebelumnya oleh Nicolas (2021) [4], telah dibangun model Sistem Bonus Malus menggunakan pendekatan Bayesian. Banyak klaim dari pemegang polis dimodelkan menggunakan distribusi Binomial Negatif. Pada skripsi ini data akan dimodelkan dengan menggunakan distribusi *Poisson Inverse Gaussian* yang kemudian akan dibandingkan dengan model yang menggunakan distribusi Binomial Negatif. Kedua distribusi merupakan bentuk dari distribusi Poisson Campuran. Distribusi *Poisson Inverse Gaussian* merupakan gabungan dari distribusi Poisson dan distribusi *Inverse Gaussian*, sedangkan distribusi Binomial Negatif merupakan gabungan dari distribusi Poisson dengan distribusi Gamma [1].

Distribusi Poisson lebih umum digunakan untuk memodelkan banyak klaim pada kebanyakan data asuransi dibandingkan distribusi lainnya, misalkan distribusi Binomial. Hal ini disebabkan penggunaan distribusi Poisson yang relatif lebih sederhana karena hanya memuat satu buah parameter. Selain itu, distribusi Poisson memiliki sifat istimewa, yaitu distribusi ini dapat digabungkan dengan distribusi lain sehingga menghasilkan distribusi Poisson Campuran. Pada distribusi Poisson bukan campuran, nilai variansi dan rata-ratanya sama sehingga kurang mewakili data praktis di dunia nyata. Untuk mengatasi masalah ini digunakan distribusi Poisson Campuran. Distribusi Poisson campuran dapat memodelkan heterogenitas dari pemegang polis. Selain itu distribusi ini memiliki nilai variansi yang lebih besar dibandingkan rata-ratanya, sehingga biasanya diinginkan dari sudut pandang perusahaan asuransi karena sesuai dengan kebanyakan situasi praktis di dunia nyata. Lalu penggabungan distribusi Poisson dengan distribusi *Inverse Gaussian* juga masuk akal untuk pemodelan dalam banyak situasi asuransi karena memiliki ekor yang tebal, sehingga dapat mewakili nilai-nilai ekstrem pada data asuransi [5].

Kedua model pada skripsi ini akan diaplikasikan dengan menggunakan simulasi untuk menghitung besar premi yang harus dibayar pemegang polis setiap tahunnya sesuai dengan banyaknya klaim. Kemudian kedua model akan dibandingkan pada dua *dataset* berbeda, di mana performansi kedua model akan dibandingkan menggunakan uji *Chi-Square*.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam pembahasan skripsi adalah:

1. Bagaimana memodelkan Sistem Bonus Malus menggunakan distribusi *Poisson Inverse Gaussian* dan distribusi Binomial Negatif?
2. Bagaimana menghitung besar premi dengan menggunakan distribusi *Poisson Inverse Gaussian* dan distribusi Binomial Negatif?
3. Bagaimana mengaplikasikan model Sistem Bonus Malus menggunakan simulasi dan membandingkan performansi model?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Memodelkan Sistem Bonus Malus pada asuransi kendaraan bermotor menggunakan distribusi *Poisson Inverse Gaussian* dan distribusi Binomial Negatif.
2. Menghitung besar premi dengan menggunakan distribusi *Poisson Inverse Gaussian* dan distribusi Binomial Negatif.
3. Mengaplikasikan model Sistem Bonus Malus menggunakan simulasi dan membandingkan performansi model.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penulisan skripsi ini adalah:

1. Besar premi hanya didasarkan oleh banyaknya klaim, tidak berdasarkan besar klaim.
2. Pada penentuan tarif premi tidak memperhitungkan besar biaya.

1.5 Sistematika Pembahasan

Pembahasan pada skripsi terdiri dari lima bab, yaitu:

Bab 1: Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika pembahasan.

Bab 2: Landasan Teori

Pada bab ini akan dibahas mengenai metode momen, pengertian Sistem Bonus Malus, distribusi Poisson, distribusi Binomial Negatif, distribusi Gamma, distribusi *Inverse Gaussian*, distribusi *Generalized Inverse Gaussian*, pendekatan Bayesian, distribusi Poisson campuran, dan uji *Chi-Square* untuk uji kesesuaian model.

Bab 3: Pemodelan Sistem Bonus Malus

Pada bab ini akan dibahas mengenai pemodelan Sistem Bonus Malus menggunakan distribusi *Poisson Inverse Gaussian* dan distribusi Binomial Negatif.

Bab 4: Analisis Kasus

Pada bab ini akan dilakukan analisis kasus untuk simulasi perhitungan premi pada Sistem Bonus Malus menggunakan distribusi *Poisson Inverse Gaussian* dan distribusi Binomial Negatif menggunakan dua *dataset* yang berbeda. Kemudian performansi kedua model untuk masing-masing *dataset* akan dibandingkan.

Bab 5: Kesimpulan dan Saran

Bab ini berisi kesimpulan dan saran pengembangan topik skripsi.