

**SKRIPSI**

**KONTROL OPTIMAL PADA SUATU MODEL PENYEBARAN  
COVID-19 DENGAN INTERVENSI NON-FARMASI**



**Feliya**

**NPM: 6161801054**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2022**



**FINAL PROJECT**

**OPTIMAL CONTROL ON A COVID-19 EPIDEMIC MODEL  
WITH NON-PHARMACEUTICAL INTERVENTIONS**



**Feliya**

**NPM: 6161801054**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2022**



# LEMBAR PENGESAHAN

## KONTROL OPTIMAL PADA SUATU MODEL PENYEBARAN COVID-19 DENGAN INTERVENSI NON-FARMASI

Feliya

NPM: 6161801054

Bandung, 13 Januari 2022

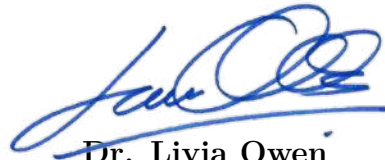
Menyetujui,

Pembimbing 1



Benny Yong, Ph.D.

Pembimbing 2



Dr. Livia Owen

Ketua Tim Penguji



Maria Anestasia, M.Si., M.Act.Sc.

Anggota Tim Penguji



Jonathan Hoseana, Ph.D.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen



## PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **KONTROL OPTIMAL PADA SUATU MODEL PENYEBARAN COVID-19 DENGAN INTERVENSI NON-FARMASI**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 13 Januari 2022



Feliya

NPM: 6161801054





## ABSTRAK

*Coronavirus disease 2019 (COVID-19)* merupakan wabah virus jenis baru yang pertama kali ditemukan di Wuhan, Hubei, China pada akhir tahun 2019, dan menyebar dengan cepat ke seluruh dunia. Negara-negara yang terdampak memberlakukan berbagai intervensi non-farmasi seperti penerapan kerja dari rumah, pembatasan mobilitas, serta pemberian himbauan kepada masyarakat untuk melakukan berbagai tindakan perlindungan pribadi. Dalam skripsi ini dibahas pembentukan model kompartemen penyebaran COVID-19 dengan intervensi non-farmasi. Dari model kompartemen yang terbentuk, diperoleh titik kesetimbangan endemik yang kestabilannya ditentukan dengan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz, dan bilangan reproduksi dasar yang ditentukan dengan menggunakan metode matriks generasi. Untuk menekan laju penyebaran transmisi virus, dirumuskan sebuah masalah kontrol optimal, dengan intervensi non-farmasi sebagai kontrol, dan dicari penyelesaiannya menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa nilai kontrol paling optimal bergantung pada koefisien transmisi, proporsi banyaknya individu terinfeksi tanpa gejala, dan persentase perlindungan paparan virus dari vaksin. Berdasarkan simulasi numerik, diperoleh perbedaan signifikan dari banyaknya individu yang terinfeksi antara kasus tanpa dan dengan pemberian kontrol pada sistem. Hasil analisis sensitivitas menunjukkan bahwa koefisien transmisi dan laju perkembangan infeksi merupakan dua parameter yang terhadapnya bilangan reproduksi dasar bergantung secara paling sensitif. Selain itu, diperoleh satu himpunan nilai-nilai parameter paling baik dari hasil kalibrasi model dengan 50 skenario nilai-nilai parameter berbeda, menggunakan data riil.

**Kata-kata kunci:** COVID-19, Kontrol Optimal, Intervensi Non-farmasi, Prinsip Minimum Pontryagin.



## ABSTRACT

Coronavirus disease 2019 (COVID-19) is a new-type viral outbreak, first detected in Wuhan, Hubei, China at the end of 2019, and quickly spread all over the world. Affected countries enforce various forms of non-pharmaceutical interventions, such as work-from-home policies, mobility restrictions, and public promotions of various personal protective actions. In this thesis, we discuss the construction of a compartmental model for the spread of COVID-19 with non-pharmaceutical interventions. Of the constructed model, we obtain an endemic equilibrium, whose stability is determined using Routh-Hurwitz stability criterion, and the model's basic reproduction number, determined using the next-generation method. We formulate an optimal control problem, with non-pharmaceutical interventions as a control, and solve it using Pontryagin's Minimum Principle. The result shows that the optimal control depends on the transmission coefficient, the proportion of asymptomatic infected individuals, and the percentage of virus protection from vaccines. The result of a sensitivity analysis shows that the transmission coefficient and the rate of infection progression are the two parameters upon which the basic reproduction number depends most sensitively. Additionally, using real data, we obtain the best set of the model's parameter values, as a result of calibrating the model using 50 different parameter value scenarios.

**Keywords:** COVID-19, Optimal Control, Non-pharmaceutical Intervention, Pontryagin's Minimum Principle.



*Untuk semua orang yang telah mendukung penulis*



## KATA PENGANTAR

Segala puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas rahmat dan berkat-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Kontrol Optimal pada Suatu Model Penyebaran COVID-19 dengan Intervensi Non-farmasi". Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat wajib studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains (FTIS), Universitas Katolik Parahyangan, Bandung.

Penulis yakin bahwa skripsi ini tidak luput dari beberapa kesalahan, hambatan, dan kesulitan serta penulis mendapatkan berbagai ilmu dan bantuan dari pihak lain. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan mendukung penulis dalam proses penyusunan skripsi ini. Penulis mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada:

- Keluarga (Papa, Mama, Kakak) yang telah memberikan dukungan, doa, semangat, dan nasihat.
- Bapak Benny Yong selaku dosen pembimbing yang telah sabar memberikan ilmu, arahan, dan saran selama pengerjaan skripsi terutama dalam pengerjaan kontrol optimal.
- Ibu Livia Owen selaku dosen pembimbing yang telah sabar memberikan ilmu, arahan, dan saran selama pengerjaan skripsi terutama dalam menggunakan Maple.
- Ibu Maria Anastasia dan Bapak Jonathan Hoseana selaku dosen penguji yang telah memberikan tanggapan dan saran yang membuat skripsi ini lebih baik.
- Bapak Liem Chin selaku koordinator skripsi atas arahan, saran, dan tanggapan.
- Seluruh dosen FTIS khususnya dosen program studi matematika yang telah memberikan ilmu selama perkuliahan.
- Seluruh staf Tata Usaha FTIS yang telah memberikan bantuan administratif selama perkuliahan.
- Na Jaemin NCT Dream dan HAN Straykids yang memberikan motivasi, dukungan, nasihat, dan hiburan.
- Kak Felix dan Gezia Heptania sebagai kakak tingkat yang membantu penulis dalam proses penyusunan skripsi.
- Teman-teman "Gaje" (Steven, Alm. Fanita, Ferdi, Vernando, Vivi) atas dukungan, hiburan, dan kebersamaan selama perkuliahan.
- Teman-teman "KIMBAB" (Gina, Gita, Nanda, Nova) atas dukungan, hiburan, pengalaman dan kebersamaan selama masa perkuliahan.
- Teman-teman Matematika angkatan 2017, 2018, dan 2019 yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, penulis dengan terbuka menerima segala saran dan kritik membangun dari pembaca yang dapat membuat skripsi ini jauh lebih baik. Penulis juga berharap agar skripsi ini dapat berguna bagi para pembaca.

Bandung, Januari 2022

Penulis





# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xxi</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Sistematika Pembahasan . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>3</b>
2.1 COVID-19 dan Intervensi Non-farmasi . . . . .	3
2.2 Persamaan Diferensial Biasa . . . . .	4
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Linear Orde Satu . . . . .	4
2.2.2 Sistem Persamaan Diferensial Tak Linear Orde Satu . . . . .	5
2.3 Sifat Kestabilan dari Titik Kesetimbangan . . . . .	6
2.4 Kriteria Kestabilan Routh-Hurwitz . . . . .	7
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar . . . . .	7
2.6 Analisis Sensitivitas Bilangan Reproduksi Dasar . . . . .	8
2.7 Prinsip Minimum Pontryagin . . . . .	8
<b>3 KONTROL OPTIMAL MODEL PENYEBARAN COVID-19</b>	<b>11</b>
3.1 Model Kompartemen Penyebaran COVID-19 . . . . .	11
3.2 Pembentukan Model Penyebaran COVID-19 dengan Intervensi Non-farmasi . . . . .	13
3.3 Titik Kesetimbangan Model Kompartemen Penyebaran COVID-19 . . . . .	14
3.4 Bilangan Reproduksi Dasar . . . . .	17
3.5 Kestabilan Titik Kesetimbangan . . . . .	18
3.6 Permasalahan Kontrol Optimal . . . . .	19
3.7 Penyelesaian Permasalahan Kontrol Optimal . . . . .	19
<b>4 SIMULASI NUMERIK</b>	<b>21</b>
4.1 Visualisasi Dinamika Populasi dalam Setiap Kompartemen . . . . .	21
4.1.1 Simulasi untuk Kasus $\mathcal{R}_0 < 1$ . . . . .	21
4.1.2 Simulasi untuk Kasus $\mathcal{R}_0 > 1$ . . . . .	22
4.2 Analisis Sensitivitas Bilangan Reproduksi Dasar . . . . .	23
4.2.1 Analisis Sensitivitas untuk Kasus $\mathcal{R}_0 < 1$ . . . . .	24
4.2.2 Analisis Sensitivitas untuk Kasus $\mathcal{R}_0 > 1$ . . . . .	27
4.3 Kalibrasi Model . . . . .	29
4.4 Simulasi Numerik Model dengan Faktor Kontrol Optimal . . . . .	31

<b>5 KESIMPULAN</b>	<b>39</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	39
5.2 Saran . . . . .	39
<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>41</b>
<b>A KRITERIA KESTABILAN ROUTH-HURWITZ</b>	<b>43</b>

## DAFTAR GAMBAR

2.1	Ilustrasi Kestabilan dan Tipe Titik Kesetimbangan . . . . .	6
3.1	Diagram Kompartemen untuk Model Penyebaran COVID-19 . . . . .	12
4.1	Hasil simulasi numerik model (3.1) dalam kasus $\mathfrak{R}_0 < 1$ dengan kurva berwarna biru adalah kurva besar populasi dalam kompartemen yang bersangkutan tanpa kontrol intervensi, dan kurva putus-putus berwarna merah adalah kurva besar populasi dalam kompartemen yang bersangkutan dengan kontrol intervensi. . . . .	22
4.2	Hasil simulasi numerik model (3.1) dalam kasus $\mathfrak{R}_0 > 1$ dengan kurva berwarna biru adalah kurva besar populasi dalam kompartemen yang bersangkutan tanpa kontrol intervensi, dan kurva putus-putus berwarna merah adalah kurva besar populasi dalam kompartemen yang bersangkutan dengan kontrol intervensi. . . . .	23
4.3	(a) Plot $\mathfrak{R}_0$ sebagai fungsi dari untuk $\beta$ dan $\gamma$ ; (b) Kurva-kurva kontur dari permukaan pada plot (a). . . . .	25
4.4	Hasil simulasi numerik berupa grafik banyaknya individu dalam tiap-tiap kompartemen terhadap waktu untuk parameter $\beta$ dengan kenaikan nilai sebesar 0%, 25%, 50%, dan 100% dengan nilai-nilai parameter yang dispesifikasikan dalam bagian 4.2.1. . . . .	26
4.5	Hasil simulasi numerik berupa grafik banyaknya individu dalam tiap-tiap kompartemen terhadap waktu untuk parameter $\gamma$ dengan kenaikan nilai sebesar 0%, 25%, 50%, dan 100% dengan nilai-nilai parameter yang dispesifikasikan dalam bagian 4.2.1. . . . .	27
4.6	Hasil simulasi numerik berupa grafik banyaknya individu dalam tiap-tiap kompartemen terhadap waktu untuk parameter $\beta$ dengan kenaikan nilai sebesar 0%, 25%, 50%, dan 100% dengan nilai-nilai parameter yang dispesifikasikan dalam bagian 4.2.2. . . . .	28
4.7	Hasil simulasi numerik berupa grafik banyaknya individu dalam tiap-tiap kompartemen terhadap waktu untuk parameter $\gamma$ dengan kenaikan nilai sebesar 0%, 25%, 50%, dan 100% dengan nilai-nilai parameter yang dispesifikasikan dalam bagian 4.2.2. . . . .	29
4.8	Hasil simulasi kalibrasi model dengan 50 skenario nilai parameter yang berbeda. . . . .	30
4.9	Hasil simulasi kalibrasi model dengan kurva prediksi banyaknya kematian menggunakan nilai-nilai parameter pada Tabel 4.5. . . . .	31
4.10	Grafik hubungan antara kontrol intervensi non-farmasi (biru), proporsi kematian kumulatif $D$ (merah), bobot relatif $c$ (sumbu- $x$ ), $\mathfrak{R}_0$ (kolom), dan $u_{\max}$ (baris). Proporsi kematian kumulatif ( $D$ ) merupakan proporsi kematian dari total populasi. . . . .	32
4.11	Grafik hubungan antara kontrol intervensi non-farmasi (biru), proporsi kematian kumulatif $D$ (merah), bobot relatif $c$ (sumbu- $x$ ), $\mathfrak{R}_0$ (kolom), dan $u_{\max}$ (baris). Proporsi kematian kumulatif ( $D$ ) merupakan proporsi kematian dari total populasi. . . . .	33
4.12	Kontrol optimal dengan nilai parameter $\mathfrak{R}_0 = 1$ , kontrol intervensi non-farmasi ( $u$ ) maksimal, dan bobot relatif meminimalisasi kematian $c = 10^{-12}$ . Huruf-huruf J, F, M, dan seterusnya menandakan bulan Januari, Februari, Maret, dan seterusnya. . . . .	34
4.13	Kontrol optimal dengan nilai parameter $\mathfrak{R}_0 = 1$ , kontrol intervensi non-farmasi ( $u$ ) maksimal, dan bobot relatif meminimalisasi kematian $c = 10^{-6}$ . Huruf-huruf J, F, M, dan seterusnya menandakan bulan Januari, Februari, Maret, dan seterusnya. . . . .	34

4.14	Kontrol optimal dengan nilai parameter $\mathfrak{R}_0 = 1,25$ , kontrol intervensi non-farmasi ( $u$ ) maksimal, dan bobot relatif meminimalisasi kematian $c = 10^{-12}$ . Huruf-huruf J, F, M, dan seterusnya menandakan bulan Januari, Februari, Maret, dan seterusnya.	35
4.15	Kontrol optimal dengan nilai parameter $\mathfrak{R}_0 = 1,25$ , kontrol intervensi non-farmasi ( $u$ ) maksimal, dan bobot relatif meminimalisasi kematian $c = 10^{-6}$ . Huruf-huruf J, F, M, dan seterusnya menandakan bulan Januari, Februari, Maret, dan seterusnya.	35
4.16	Kontrol optimal dengan nilai parameter $\mathfrak{R}_0 = 1,5$ , kontrol intervensi non-farmasi ( $u$ ) maksimal, dan bobot relatif meminimalisasi kematian $c = 10^{-12}$ . Huruf-huruf J, F, M, dan seterusnya menandakan bulan Januari, Februari, Maret, dan seterusnya.	36
4.17	Kontrol optimal dengan nilai parameter $\mathfrak{R}_0 = 1,5$ , kontrol intervensi non-farmasi ( $u$ ) maksimal, dan bobot relatif meminimalisasi kematian $c = 10^{-6}$ . Huruf-huruf J, F, M, dan seterusnya menandakan bulan Januari, Februari, Maret, dan seterusnya.	36
4.18	Kontrol optimal dengan nilai parameter $\mathfrak{R}_0 = 1$ , kontrol intervensi non-farmasi ( $u$ ) maksimal, dan kondisi awal penerapan faktor kontrol intervensi non-farmasi berbeda. Huruf-huruf J, F, M, dan seterusnya menandakan bulan Januari, Februari, Maret, dan seterusnya.	37
4.19	Grafik hubungan antara kontrol (biru), kematian kumulatif (merah), kondisi awal penerapan kontrol (sumbu- $x$ ), $\mathfrak{R}_0$ (kolom), dan $u_{max}$ (baris). Kematian kumulatif ( $D$ ) merupakan proporsi kematian dari total populasi.	38

## DAFTAR TABEL

2.1	Kestabilan dan Tipe Titik Keseimbangan . . . . .	6
3.1	Parameter-parameter dalam Model Kompartemen Penyebaran COVID-19 . . . . .	11
3.2	Variabel-variabel dalam Model Kompartemen Penyebaran COVID-19 . . . . .	12
4.1	Nilai Parameter . . . . .	21
4.2	Nilai-nilai Parameter untuk Analisis Sensitivitas . . . . .	24
4.3	Nilai-nilai Indeks Sensitivitas untuk Kasus $\mathcal{R}_0 < 1$ . . . . .	25
4.4	Nilai-nilai Indeks Sensitivitas untuk Kasus $\mathcal{R}_0 > 1$ . . . . .	28
4.5	Nilai-nilai Parameter Kurva Prediksi Banyaknya Kematian . . . . .	30



# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Virus adalah makhluk hidup atau parasit berukuran mikroskopik (tidak dapat dilihat oleh mata) yang kelangsungan hidupnya bergantung pada makhluk hidup lain dan menginfeksi sel organisme biologis [1]. Virus hanya dapat bereproduksi di dalam sel makhluk hidup lainnya dengan menginvasi dan memanfaatkan sel tersebut, karena virus tidak memiliki perlengkapan seluler untuk bereproduksi sendiri. Status virus sering menjadi kontroversi (apakah ia termasuk makhluk hidup atau bukan) karena virus tidak dapat menjalankan fungsi biologisnya secara bebas. Oleh karena itu, virus selalu terasosiasi dengan penyakit tertentu, baik penyakit pada manusia seperti virus HIV, pada hewan seperti virus flu burung, atau pada tanaman seperti virus mosaik tembakau. Salah satu virus yang sedang mewabah di dunia saat ini adalah COVID-19.

COVID-19 adalah wabah virus jenis baru yang pertama kali ditemukan di Wuhan, Hubei, China pada akhir tahun 2019. Wabah virus ini menginfeksi saluran pernapasan dan mengakibatkan gejala-gejala seperti batuk dan sesak nafas, bahkan dapat menyebabkan kematian penderitanya. Seseorang dapat tertular virus ini melalui cairan yang keluar dari tubuh seorang penderita seperti saat batuk atau bersin.

Penyebaran COVID-19 terjadi dalam waktu yang singkat ke seluruh dunia. Berbagai negara yang terdampak menerapkan pembatasan untuk menekan laju penyebaran penyakit tersebut. Berbagai intervensi non-farmasi skala besar diterapkan, mulai dari *social distancing* (praktik menjaga jarak), penutupan sekolah, pemberlakuan kerja di rumah, pembatasan transportasi umum, penghimbau masyarakat untuk melakukan tindakan-tindakan perlindungan pribadi seperti menggunakan masker, menjaga kebersihan tangan, dan tetap berada di rumah saja, serta karantina wilayah skala besar (*lockdown*) [2].

Intervensi non-farmasi bertujuan untuk menurunkan laju transmisi virus. Dampak sosial dan ekonomi dari intervensi non-farmasi ini besar, namun dampak terhadap penurunan laju penyebaran sebanding atau bahkan jauh lebih signifikan dalam jangka panjang. Intervensi skala besar diterapkan di Wuhan, China sejak 23 Januari 2020. Intervensi tersebut efektif, karenanya penyebaran penyakit berkurang secara signifikan.

Dalam model-model matematis untuk penyebaran penyakit, intervensi non-farmasi dapat diperhitungkan sebagai suatu variabel kontrol, dengan tujuan mengoptimalkannya. Masalah mengoptimalkan suatu kontrol pada suatu model dikenal sebagai masalah kontrol optimal. Kontrol optimal telah diterapkan pada berbagai sistem penularan patogen, termasuk pandemi patogen pernapasan. Kontrol yang merepresentasikan intervensi non-farmasi bergantung pada parameter-parameter dalam model.

Model penyebaran COVID-19 dengan intervensi non-farmasi yang dibentuk oleh Perkins dan España [3], akan diterapkan pada skripsi ini dengan menggunakan data terbaru COVID-19 di Amerika Serikat. Kontribusi yang diberikan pada skripsi ini adalah melakukan analisis kestabilan, analisis sensitivitas, dan visualisasi dinamika populasi pada model tersebut.

Dalam skripsi ini, akan dibahas, pertama-tama, pembentukan suatu model kompartemen penyebaran COVID-19 untuk menentukan strategi optimal dengan implementasi intervensi non-

farmasi dalam mengendalikan penyebaran COVID-19. Selanjutnya, akan ditentukan titik-titik kesetimbangan dari model beserta kestabilannya, dan bilangan reproduksi dasar dari model tersebut. Lalu, dirumuskan suatu masalah kontrol optimal dengan intervensi non-farmasi sebagai kontrol beserta penyelesaiannya berdasarkan model kompartemen penyebaran COVID-19 yang sudah dibentuk.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang pada subbab sebelumnya, berikut rumusan masalah yang akan dikaji.

1. Bagaimana bentuk suatu model kompartemen yang sesuai untuk penyebaran COVID-19 di Amerika Serikat?
2. Bagaimana keberadaan dan kestabilan dari titik-titik kesetimbangan dan bilangan reproduksi dasar dari model tersebut?
3. Bagaimana merumuskan masalah kontrol optimal dengan intervensi non-farmasi pada model tersebut?
4. Bagaimana simulasi numerik dapat memverifikasi dan melengkapi hasil-hasil analitik mengenai model tersebut?

## 1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah

1. mengonstruksi suatu model kompartemen untuk penyebaran COVID-19 di Amerika Serikat;
2. menentukan titik-titik kesetimbangan dan kestabilannya, serta bilangan reproduksi dasar dari model tersebut;
3. menentukan suatu masalah kontrol optimal dan penyelesaiannya yang dapat diterapkan pada model tersebut;
4. melakukan simulasi numerik terkait model tersebut.

## 1.4 Sistematika Pembahasan

Sistematika pembahasan skripsi ini sebagai berikut.

- Bab 1: Pendahuluan  
Bab ini menjelaskan hal-hal yang akan dibahas dalam skripsi ini. Bab ini terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika pembahasan.
- Bab 2: Landasan Teori  
Bab ini menjelaskan teori dasar yang akan digunakan dalam bab berikutnya. Topik-topik yang dibahas antara lain persamaan diferensial, sistem persamaan diferensial biasa, titik kesetimbangan dan kestabilannya, bilangan reproduksi dasar, kriteria kestabilan Routh-Hurwitz, analisis sensitivitas bilangan reproduksi dasar, dan Prinsip Minimum Pontryagin.
- Bab 3: Kontrol Optimal Model Penyebaran COVID-19  
Bab ini menjelaskan pembentukan suatu model kompartemen untuk penyebaran COVID-19. Setelah model itu terbentuk, dicari titik-titik kesetimbangan dan kestabilannya, serta ditentukan suatu masalah kontrol optimal dan penyelesaiannya.
- Bab 4: Simulasi Numerik  
Bab ini memuat hasil-hasil simulasi numerik terkait model yang telah dibentuk dalam bab sebelumnya, yang terdiri dari visualisasi dinamika populasi dalam setiap kompartemen, analisis sensitivitas bilangan reproduksi dasar, kalibrasi model, dan pengaruh faktor kontrol pada model tersebut.
- Bab 5: Kesimpulan  
Bab ini membahas kesimpulan dari hasil-hasil pada bab sebelumnya dan saran penelitian lebih lanjut terkait topik ini.