

**SKRIPSI**

**ANALISIS PELUANG KEBANGKRUTAN MENGGUNAKAN  
ALGORITMA *IMPROVED EXTREME LEARNING MACHINE*  
UNTUK BESAR KLAIM BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL  
DAN PARETO TIPE II**



**Andrew Prestius Limas**

**NPM: 6161801057**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2022**



**FINAL PROJECT**

**ANALYSIS OF RUIN PROBABILITY USING IMPROVED  
EXTREME LEARNING MACHINE ALGORITHM FOR  
EXPONENTIAL AND PARETO TYPE II DISTRIBUTED  
CLAIM SEVERITY**



**Andrew Prestius Limas**

**NPM: 6161801057**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2022**

## LEMBAR PENGESAHAN

# ANALISIS PELUANG KEBANGKRUTAN MENGGUNAKAN ALGORITMA *IMPROVED EXTREME LEARNING MACHINE* UNTUK BESAR KLAIM BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL DAN PARETO TIPE II

Andrew Prestius Limas

NPM: 6161801057

Bandung, 13 Januari 2022

Menyetujui,

Pembimbing 1



Maria Anestasia, M.Si., M.Act.Sc.

Pembimbing 2



Rizky Reza Fauzi, D.Phil.Math.

Ketua Tim Penguji



Dr. Ferry Jaya Permana

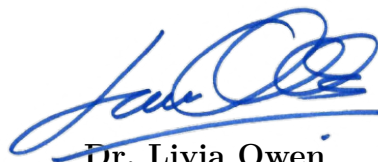
Anggota Tim Penguji



Taufik Limansyah, M.T.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

## PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

**ANALISIS PELUANG KEBANGKRUTAN MENGGUNAKAN ALGORITMA  
*IMPROVED EXTREME LEARNING MACHINE* UNTUK BESAR KLAIM  
BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL DAN PARETO TIPE II**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 13 Januari 2022



Andrew Prestius Limas  
NPM: 6161801057

## ABSTRAK

Perusahaan asuransi berisiko mengalami kebangkrutan karena mengelola risiko dari nasabah-nasabahnya. Jika beberapa klaim bernilai besar atau klaim bernilai kecil namun dalam jumlah banyak terjadi secara bersamaan, maka surplus perusahaan dapat menjadi negatif sehingga mengakibatkan kebangkrutan. Perusahaan perlu melakukan perhitungan peluang kebangkrutan untuk dapat menentukan besar premi, manfaat, dan dana awal yang akan meminimalkan risiko kebangkrutan. Perhitungan peluang kebangkrutan dapat dilakukan dengan menggunakan persamaan diferensial Integro (PDI). Akan tetapi, PDI untuk peluang kebangkrutan hanya akan memiliki solusi analitik jika besar klaim berdistribusi eksponensial. Pada skripsi ini, akan digunakan suatu algoritma yang disebut sebagai *Improved Extreme Learning Machine* (IELM) untuk mencari solusi numerik dari PDI peluang kebangkrutan dengan besar klaim yang dapat berdistribusi apapun. Keakuratan dari algoritma IELM akan ditunjukkan dengan membandingkan solusi numerik yang diperoleh dengan solusi analitik untuk besar klaim yang berdistribusi eksponensial. Algoritma tersebut juga akan digunakan untuk menghitung peluang kebangkrutan untuk besar klaim dengan distribusi yang berekor tipis dan berekor tebal. Distribusi yang berekor tipis akan diwakilkan oleh distribusi eksponensial dan distribusi yang berekor tebal akan diwakilkan oleh distribusi Pareto tipe II. Berdasarkan hasil simulasi perhitungan, perusahaan akan memiliki peluang kebangkrutan yang lebih tinggi jika distribusi besar klaim berekor tebal.

**Kata-kata kunci:** peluang kebangkrutan, persamaan diferensial Integro, IELM, ekor distribusi, distribusi eksponensial, distribusi Pareto tipe II, surplus



## ABSTRACT

Insurance companies are at risk of going bankrupt because they manage the risks of their customers. If large claims or a large number of small claims happen simultaneously, then the company's surplus might become negative and result in bankruptcy. The company needs to calculate the ruin probability to determine the amount of premium, benefit, and initial asset that will minimize the risk of bankruptcy. Ruin probability calculation can be done through the Integro-differential equation. However, the Integro-differential equation satisfied by the ruin probability only has an analytical solution when the claim severity follows the exponential distribution. In this final project, Improved Extreme Learning Machine (IELM) algorithm will be implemented to obtain the numerical solution of the Integro-differential equation under arbitrary claim severity distribution. The accuracy of IELM in approximating ruin probability will be shown by comparing the numerical solutions obtained to the analytical solutions for claim severity that obeys the exponential distribution. In addition, IELM will also be used to calculate the ruin probability under the light-tailed and heavy-tailed claim severity distribution. In this case, the exponential distribution represents the light-tailed distribution, while the Pareto type II distribution represents the heavy-tailed distribution. The numerical result shows that the company is at a higher risk of bankruptcy when the claim severity distribution is heavy-tailed.

**Keywords:** ruin probability, Integro differential equation, IELM, tail of distribution, exponential distribution, Pareto type II distribution, surplus



## KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas rahmat dan karuniaNya, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Analisis Peluang Kebangkrutan Menggunakan Algoritma *Improved Extreme Learning Machine* Untuk Besar Klaim Berdistribusi Eksponensial dan Pareto Tipe II**”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat yang wajib dipenuhi untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Penulis berharap skripsi ini dapat menambah pengetahuan dan wawasan kepada para pembaca.

Selama masa kuliah dan proses penyusunan skripsi ini, penulis tentu saja melewati begitu banyak rintangan. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Papi, Mami, dan Koko yang selalu memberikan dukungan serta doa sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Kemudian kepada segenap keluarga yang selalu mendoakan kesehatan penulis.
2. Ibu Maria Anestasia, M.Si., M.Act.Sc. selaku Dosen Pembimbing 1 dan Bapak Rizky Reza Fauzi, D.Phil.Math. selaku Dosen Pembimbing 2, yang membimbing penulis dengan penuh dedikasi dan kesabaran. Terima kasih karena telah bersedia membimbing penulis dan memberikan banyak saran dan komentar yang sangat membantu.
3. Bapak Dr. Ferry Jaya Permana selaku Ketua Penguji dan Bapak Taufik Limansyah, M.T. selaku Anggota Penguji. Terima kasih karena telah memberikan kritik, saran, dan komentar yang sangat membantu agar isi dari skripsi ini dapat menjadi lebih baik lagi.
4. Bapak Liem Chin, M.Si. selaku Koordinator Skripsi yang telah memberikan informasi terkait proses pengerjaan serta penyelesaian skripsi.
5. Bapak Benny Yong, Ph.D. selaku Dosen Wali yang telah memberikan saran dan masukan selama masa perkuliahan.
6. Seluruh dosen dan staf Tata Usaha FTIS, khususnya dosen Program Studi Matematika. Terima kasih atas seluruh ilmu, nasihat, dan bimbingan yang diberikan selama proses perkuliahan.
7. Evadne Disa Thirawan yang selalu sabar mendengarkan keluh kesah penulis, memberikan semangat, dan banyak hal lainnya. Terima kasih karena telah membuat hari-hari penulis menjadi lebih bahagia sehingga penulis dapat melewati proses perkuliahan serta menyelesaikan skripsi ini dengan penuh antusias.
8. Teman-teman “simonyong”: Patrick, Santo, Kevin, Laurentco, dan Elbert. Terima kasih karena telah melewati seluruh proses perkuliahan bersama penulis dan segala kebersamaan yang pernah dilalui.
9. Teman-teman “JKT18”: Vellina, Patrick, Audrey, Kevin, Anya, Elbert, Santo, Laurentco,

Bryan, Felix, Satrio, Chihan, dan Aji. Terima kasih atas kebersamaannya selama proses perkuliahan.

10. Teman-teman angkatan 2018 yang telah berjuang bersama penulis selama masa perkuliahan.
11. Kakak kelas angkatan 2015, 2016, dan 2017, terutama kepada Ronald Anjaristo yang telah berbagi pengalaman serta memberikan saran terkait pengerjaan skripsi.
12. Adik kelas angkatan 2019 dan 2020 yang tidak dapat disebutkan satu persatu.
13. Teman-teman anggota Himpunan Mahasiswa Program Studi Matematika periode 2019 dan 2020. Terima kasih karena telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk belajar bekerjasama dengan baik.
14. Teman-teman UKM Badminton UNPAR. Terima kasih atas seluruh kenangan dan kebersamaannya selama latihan dan kompetisi.
15. Seluruh pihak yang telah berjasa dalam pembuatan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis sangat terbuka untuk kritik, saran, dan komentar yang dapat diberikan agar skripsi ini dapat menjadi lebih baik lagi. Penulis sangat berharap agar skripsi ini dapat berguna bagi seluruh pihak yang membaca.

Bandung, Januari 2022

Penulis

# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xxi</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Batasan Masalah . . . . .	2
1.5 Sistematika Pembahasan . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>5</b>
2.1 Distribusi Peubah Acak . . . . .	5
2.1.1 Distribusi Poisson . . . . .	5
2.1.2 Distribusi Eksponensial . . . . .	6
2.1.3 Distribusi Pareto Tipe II . . . . .	7
2.2 Proses Poisson Majemuk . . . . .	9
2.3 Fungsi Surplus Kontinu . . . . .	10
2.4 <i>Moore-Penrose Generalized Inverse</i> . . . . .	11
2.5 <i>Neural Network dan Extreme Learning Machine</i> . . . . .	11
<b>3 PERSAMAAN DIFERENSIAL INTEGRO DAN <i>Improved Extreme Learning Machine</i> DALAM PERHITUNGAN PELUANG KEBANGKRUTAN</b>	<b>15</b>
3.1 Persamaan Diferensial Integro Untuk Peluang Kebangkrutan . . . . .	15
3.2 Penerapan Algoritma <i>Improved Extreme Learning Machine</i> Dalam Menyelesaikan Persamaan Diferensial Integro . . . . .	19
<b>4 HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>23</b>
4.1 Besar Klaim Berdistribusi Eksponensial . . . . .	23
4.2 Besar Klaim Berdistribusi Pareto Tipe II . . . . .	25
4.3 Analisis Besar Klaim Berdistribusi Eksponensial dan Distribusi Pareto Tipe II . . . . .	26
4.3.1 Peluang Kebangkrutan . . . . .	27
4.3.2 Dana Awal Optimum . . . . .	28
4.3.3 Perubahan Tingkat Terjadinya Klaim . . . . .	29
<b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>33</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	33
5.2 Saran . . . . .	33
<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>35</b>



## DAFTAR GAMBAR

2.1	Grafik Fungsi Massa Peluang Distribusi Poisson untuk $\lambda = 5, 10,$ dan $15.$ . . . . .	6
2.2	Grafik Fungsi Kepadatan Peluang Distribusi Eksponensial untuk $\omega = 5, 10,$ dan $15.$	7
2.3	Grafik Fungsi Kepadatan Peluang Distribusi Pareto Tipe II untuk Berbagai Parameter $\alpha$ dan $\gamma.$ . . . . .	8
2.4	Grafik Perbandingan Fungsi Kepadatan Peluang Distribusi Eksponensial dan Pareto Tipe II untuk <i>Mean</i> 5. . . . .	8
2.5	Struktur <i>Extreme Learning Machine.</i> . . . . .	12
4.1	Grafik Perbandingan Solusi Analitik dan IELM untuk Distribusi Eksponensial. . .	24
4.2	Grafik Peluang Kebangkrutan Terhadap Dana Awal untuk Distribusi Pareto Tipe II.	25
4.3	Grafik Perbandingan Peluang Kebangkrutan untuk Besar Klaim Berdistribusi Eksponensial dan Pareto Tipe II dengan <i>Mean</i> 100.000.000. . . . .	27
4.4	Grafik Turunan Pertama dari Fungsi Kebangkrutan terhadap Dana Awal untuk Besar Klaim Berdistribusi Eksponensial dengan <i>Mean</i> 100.000.000. . . . .	28
4.5	Grafik Turunan Pertama dari Fungsi Kebangkrutan terhadap Dana Awal untuk Besar Klaim Berdistribusi Pareto Tipe II dengan <i>Mean</i> 100.000.000. . . . .	29
4.6	Grafik Peluang Kebangkrutan terhadap Tingkat Terjadinya Klaim untuk Besar Klaim Berdistribusi Eksponensial dengan <i>Mean</i> 100.000.000. . . . .	30
4.7	Grafik Peluang Kebangkrutan terhadap Tingkat Terjadinya Klaim untuk Besar Klaim Berdistribusi Pareto tipe II dengan <i>Mean</i> 100.000.000. . . . .	30



## DAFTAR TABEL

4.1	Perbandingan Peluang Kebangkrutan untuk Besar Klaim Berdistribusi Eksponensial.	24
4.2	Hasil Perhitungan Peluang Kebangkrutan untuk Besar Klaim Berdistribusi Pareto Tipe II. . . . .	26

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Asuransi adalah perjanjian antara dua pihak, pihak yang satu berkewajiban membayar iuran dan pihak yang lain berkewajiban memberikan jaminan sepenuhnya kepada pembayar iuran apabila terjadi sesuatu yang menimpa pihak pertama atau barang miliknya sesuai dengan perjanjian yang dibuat [1]. Bukti tertulis dari perjanjian tersebut disebut sebagai polis asuransi, di mana isinya menjelaskan seluruh kewajiban serta hak dari kedua belah pihak. Di dalam polis asuransi, terdapat istilah tertanggung dan pemegang polis, dan kedua istilah tersebut belum tentu merujuk kepada orang yang sama. Untuk memperjelas, tertanggung merupakan orang yang risikonya akan ditanggung oleh pihak asuransi, sedangkan pemegang polis adalah orang yang akan membayarkan iuran atau yang juga disebut sebagai premi kepada pihak asuransi. Saat tertanggung mengalami suatu kerugian, maka tertanggung dapat mengajukan klaim kepada pihak asuransi dan apabila kerugian yang dialami sesuai dengan ketentuan polis, pihak asuransi akan membayarkan klaim tersebut.

Setiap perusahaan termasuk perusahaan asuransi pasti menginginkan keuntungan. Untuk memperoleh keuntungan, pemasukan yang diterima harus lebih besar dibandingkan pengeluaran. Selisih dari pemasukan dan pengeluaran disebut sebagai surplus. Jika surplus bernilai positif, pemasukan yang diterima oleh perusahaan lebih besar dibandingkan pengeluarannya. Sebaliknya, surplus negatif mengindikasikan bahwa pemasukan perusahaan lebih kecil dibandingkan pengeluarannya dan menyebabkan perusahaan mengalami kebangkrutan.

Perusahaan asuransi mengalami risiko kebangkrutan karena mengelola risiko nasabah-nasabahnya. Salah satu penyebab utama terjadinya kebangkrutan adalah saat terjadi beberapa klaim bernilai besar atau banyak klaim terjadi secara bersamaan. Perusahaan harus membayarkan klaim dalam jumlah yang sangat besar sehingga surplus perusahaan bernilai negatif. Untuk meminimalkan risiko kebangkrutan, perhitungan peluang kebangkrutan sangat penting untuk dilakukan oleh perusahaan. Ditambah lagi, perhitungan peluang kebangkrutan akan membantu perusahaan dalam menentukan besar premi, manfaat, dan dana awal yang dibutuhkan untuk merancang dan meluncurkan produk-produk asuransi yang baik.

Suatu fungsi matematis dibutuhkan dalam perhitungan peluang kebangkrutan. Fungsi tersebut dapat dibentuk dengan menggunakan suatu persamaan diferensial yang disebut sebagai persamaan diferensial Integro (PDI). PDI adalah persamaan yang terdiri dari turunan dan integral dari suatu fungsi. Namun, PDI untuk peluang kebangkrutan hanya akan memiliki solusi analitik jika besar klaim berdistribusi eksponensial [2]. Maka dari itu, dibutuhkan suatu metode yang dapat mengaproksimasi PDI untuk peluang kebangkrutan dengan besar klaim yang berdistribusi lain.

Pada skripsi ini akan digunakan algoritma *Improved Extreme Learning Machine* (IELM) untuk memperoleh solusi numerik dari PDI untuk peluang kebangkrutan dengan besar klaim yang dapat berdistribusi apapun. Keakuratan dari algoritma IELM akan ditunjukkan melalui perbandingan solusi numerik dan solusi analitik untuk besar klaim yang berdistribusi eksponensial. Kemudian, algoritma tersebut juga akan digunakan untuk membandingkan peluang kebangkrutan untuk besar klaim dengan distribusi yang berekor tipis dan besar klaim dengan distribusi yang berekor tebal.



Distribusi berekor tipis adalah distribusi dengan ekor yang lebih tipis atau sama dengan distribusi eksponensial, sedangkan distribusi berekor tebal adalah distribusi dengan ekor yang lebih tebal dibandingkan distribusi eksponensial. Dalam hal ini, distribusi berekor tipis akan diwakilkan oleh distribusi eksponensial dan distribusi berekor tebal akan diwakilkan oleh distribusi Pareto tipe II.

## 1.2 Rumusan Masalah

Beberapa permasalahan yang akan dibahas pada skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana cara menghitung peluang kebangkrutan untuk besar klaim yang berdistribusi eksponensial menggunakan algoritma IELM?
2. Bagaimana cara menghitung peluang kebangkrutan untuk besar klaim yang berdistribusi Pareto tipe II menggunakan algoritma IELM?
3. Bagaimana pengaruh ekor dari distribusi besar klaim terhadap peluang kebangkrutan?

## 1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Menerapkan algoritma IELM untuk menghitung peluang kebangkrutan dengan besar klaim yang berdistribusi eksponensial.
2. Menerapkan algoritma IELM untuk menghitung peluang kebangkrutan dengan besar klaim yang berdistribusi Pareto tipe II.
3. Menganalisis peluang kebangkrutan untuk besar klaim dengan distribusi yang berekor tipis dan berekor tebal.

## 1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Pemasukan perusahaan yang dibahas hanya premi dan pengeluaran hanya pembayaran klaim.
2. Dana awal perusahaan bernilai tak negatif.
3. Besar pendapatan premi per satuan waktu diasumsikan bernilai konstan.

## 1.5 Sistematika Pembahasan

Sistematika pembahasan pada skripsi ini terdiri dari 5 bab, yaitu:

### **Bab 1: Pendahuluan**

Bab ini berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan skripsi, batasan masalah, dan sistematika pembahasan.

### **Bab 2: Landasan Teori**

Pada bab ini akan dibahas teori pendukung yang digunakan dalam pengerjaan skripsi ini, yaitu distribusi Poisson, distribusi eksponensial, distribusi Pareto tipe II, proses Poisson majemuk, fungsi surplus kontinu, matriks *Moore-Penrose generalized inverse*, *neural network*, dan ELM.

### **Bab 3: Persamaan Diferensial Integro dan *Improved Extreme Learning Machine* Dalam Perhitungan Peluang Kebangkrutan**

Pada bab ini akan dibahas PDI untuk peluang kebangkrutan dan penerapan algoritma IELM untuk penyelesaian PDI tersebut.

### **Bab 4: Hasil dan Pembahasan**

Bab ini berisi hasil perhitungan yang diperoleh menggunakan algoritma IELM untuk besar klaim

---

yang berdistribusi eksponensial dan Pareto tipe II serta analisis terkait pengaruh ekor dari distribusi besar klaim terhadap peluang kebangkrutan.

**Bab 5: Kesimpulan dan Saran**

Bab ini berisi kesimpulan dan saran yang dapat digunakan untuk penelitian selanjutnya.