

**SKRIPSI**

**PERHITUNGAN DAN ANALISIS EKSPEKTASI SISA USIA  
DENGAN MEMPERHATIKAN PELUANG KESEMBUHAN  
UNTUK SUATU PENYAKIT TERTENTU**



**Edwin Wiryadi**

**NPM: 2017710044**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2022**



**FINAL PROJECT**

**CALCULATION AND ANALYSIS OF REMAINING LIFE  
EXPECTANCY BY CONSIDERING A CURE PROBABILITY  
FOR CERTAIN DISEASE**



**Edwin Wiryadi**

**NPM: 2017710044**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2022**

# LEMBAR PENGESAHAN

## PERHITUNGAN DAN ANALISIS EKSPEKTASI SISA USIA DENGAN MEMPERHATIKAN PELUANG KESEMBUHAN UNTUK SUATU PENYAKIT TERTENTU

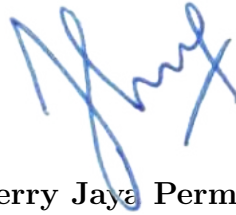
Edwin Wiryadi

NPM: 2017710044

Bandung, 24 Januari 2022

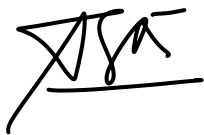
Menyetujui,

Pembimbing



Dr. Ferry Jaya Permana

Ketua Tim Penguji



Iwan Sugiarto, M.Si.

Anggota Tim Penguji



Felivia Kusnadi, M.Act.Sc.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

## PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **PERHITUNGAN DAN ANALISIS EKSPEKTASI SISA USIA DENGAN MEMPERHATIKAN PELUANG KESEMBUHAN UNTUK SUATU PENYAKIT TERTENTU**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 24 Januari 2022



Edwin Wiryadi  
NPM: 2017710044

## ABSTRAK

Kontrak asuransi merupakan sebuah perjanjian transfer risiko antar dua belah pihak, yaitu perusahaan asuransi dan pemegang polis. Pemegang polis membayar sejumlah uang sebagai balasan untuk mengalihkan risiko finansial yang dimiliki ke perusahaan asuransi. Risiko finansial bisa disebabkan oleh banyak hal, salah satunya adalah kematian yang disebabkan oleh penyakit. Suatu penyakit sangat berpengaruh dalam perhitungan ekspektasi sisa usia dalam suatu populasi yang juga memiliki pengaruh besar dalam perhitungan nilai aktuarial. Seiring berjalannya waktu, akan ditemukan obat untuk penyakit tersebut. Penemuan obat menyebabkan kesembuhan dan berkurangnya risiko kematian dari sebuah penyakit. Hal ini tentu meningkatkan ekspektasi sisa usia dalam sebuah populasi. Pada skripsi ini, dibahas mengenai model untuk menghitung nilai ekspektasi sisa usia dengan mempertimbangkan peluang kesembuhan karena ditemukannya obat untuk sebuah penyakit yang menyebabkan kematian. Ada dua model yang digunakan, yaitu model kontinu dan model diskret. Model kontinu menggunakan distribusi Gompertz untuk mengaproksimasi nilai tingkat mortalitas dari suatu populasi dan distribusi eksponensial untuk memodelkan peluang kesembuhan dari populasi tersebut. Model diskret didapat melalui penurunan fungsi *survival* dari suatu populasi. Kedua model di atas dibuat dengan mempertimbangkan peluang kesembuhan untuk penyebab kematian tertentu dalam waktu  $t$  tahun ke depan. Kedua model diterapkan untuk menghitung nilai ekspektasi sisa usia menggunakan data kematian tahun 2000 hingga 2012 terkait penyakit HIV di Colorado, Amerika Serikat.

**Kata-kata kunci:** Tingkat Mortalitas, Ekspektasi Sisa Usia, Peluang Kesembuhan, Distribusi Gompertz, Distribusi Eksponensial



## ABSTRACT

Insurance contract is a risk transfer agreement between two parties, namely the insurance company and the policy holder. The policy holder pays a sum of money in return for diverting their financial risk to the insurance company. Financial risk can be caused by many things, one of which is death caused by certain disease. Such a disease gives significant contribution in calculating the remaining life expectancy in a population which also gives big influence on actuarial value calculation. However, over time, a cure will be found for the disease. The discovery of a cure will also lead to recovery and a reduced risk of death from a disease. This will certainly increase the remaining life expectancy in a population. In this paper, a model to count the remaining life expectancy by considering the probability of finding a cure for a disease that caused death will be discussed. There are 2 models that will be used. Continuous model will use Gompertz distribution to estimate the mortality rate from a population and exponential distribution to model a probability of cure from the population. Discrete model will be obtained from the survival function of a population. Both models will be made with considering a probability of cure for certain dead cause for  $t$  years ahead. Both models will also be applied to count the remaining life expectancy using HIV disease-related mortality data from year 2000 to 2012 in Colorado, United States of America.

**Keywords:** Mortality Rate, Remaining Life Expectancy, Probability of Cure, Gompertz Distribution, Exponential Distribution



## KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yesus, yang karena berkat-Nya penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi berjudul "Perhitungan dan Analisis Ekspektasi Sisa Usia dengan Memperhatikan Peluang Kesembuhan untuk Suatu Penyakit Tertentu" ini tepat pada waktunya. Tanpa berkat dan kemurahan hati-Nya, skripsi ini tidak dapat tersusun dengan baik. Adapun penulisan skripsi ini ditujukan sebagai syarat untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Dalam penulisan skripsi ini, tentu banyak hambatan dan rintangan yang dialami penulis. Namun, pada akhirnya skripsi ini dapat diselesaikan tepat waktu, tentunya dengan bantuan segala pihak, baik secara langsung maupun tidak langsung. Oleh sebab itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada pihak-pihak yang turut andil dalam membantu pembuatan skripsi ini:

- Tuhan Yesus Kristus dengan segala berkat dan karunia-Nya yang memberikan kesehatan dan kekuatan bagi penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
- Kedua orang tua dan adik tercinta, yang selalu mendoakan dan *men-support* penulis dalam setiap tantangan dalam penulisan skripsi ini.
- Bapak Dr. Ferry Jaya Permana, selaku dosen pembimbing yang telah bersedia meluangkan waktu untuk membimbing dan mengarahkan penulis sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Beliau banyak membantu penulis dengan sabar dalam proses penulisan skripsi ini.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. dan Ibu Felivia Kusnadi, M.Act.Sc. selaku dosen penguji pertama dan kedua. Terima kasih atas masukan membangun yang diberikan sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik.
- Seluruh jajaran dosen, staff, dan karyawan FTIS dalam memberikan ilmu, dukungan, dan bantuan selama masa perkuliahan di Matematika UNPAR.
- Teman-teman dari bgdmm; Gika, Sheilla, Cory dan Monika yang telah menjadi sahabat penulis selama masa perkuliahan di Matematika UNPAR.
- Teman-teman dari OTAE; Alvita, Tiffany dan Octa yang selalu menyemangati, menghibur dan memotivasi penulis dalam proses menyelesaikan skripsi ini.
- Carolina, Livia, dan Devita yang selalu memberikan dukungan, semangat, motivasi, serta doa hingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
- Teman-teman dari Matematika 2017 yang secara langsung maupun tidak langsung membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
- Seluruh pihak yang telah membantu penulis dalam penulisan skripsi baik secara langsung maupun tidak langsung.

Tentu saja skripsi ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis berharap untuk kritik dan saran yang membangun dari pembaca. Akhir kata, penulis mengucapkan terima kasih.

Bandung, Januari 2022

Penulis



# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Batasan Masalah . . . . .	3
1.5 Sistematika Pembahasan . . . . .	3
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>5</b>
2.1 Fungsi <i>Survival</i> dan Fungsi Distribusi . . . . .	5
2.2 Sisa Usia <i>Curtate</i> . . . . .	6
2.3 Tingkat Mortalita . . . . .	6
2.4 Ekspektasi Sisa Usia . . . . .	7
2.5 Penyebab Kematian . . . . .	9
2.6 Asumsi UDD ( <i>Uniform Distribution of Death</i> ) . . . . .	10
2.7 Distribusi Gompertz . . . . .	11
2.8 Metode Maksimum <i>Likelihood</i> . . . . .	12
2.9 Metode Newton Raphson . . . . .	13
<b>3 MODEL EKSPEKTASI SISA USIA DENGAN MEMPERTIMBANGKAN PELUANG KESEMBUHAN</b>	<b>15</b>
3.1 Model Kontinu . . . . .	15
3.1.1 Peluang Kesembuhan untuk Kasus Kontinu . . . . .	15
3.1.2 Fungsi Tingkat Mortalita . . . . .	16
3.1.3 Penaksiran Parameter . . . . .	17
3.1.4 Model Ekspektasi Sisa Usia untuk Kasus Kontinu dengan mempertimbangkan Peluang Kesembuhan . . . . .	19
3.2 Model Diskret . . . . .	20
3.2.1 Peluang Kesembuhan untuk Kasus Diskret . . . . .	20
3.2.2 Fungsi Peluang <i>Survival</i> . . . . .	21
3.2.3 Model Ekspektasi Sisa Usia untuk Kasus Diskret dengan mempertimbangkan Peluang Kesembuhan . . . . .	22
<b>4 SIMULASI NUMERIK</b>	<b>23</b>
4.1 Data Banyaknya Penduduk dan Kematian . . . . .	23
4.2 Simulasi Numerik dengan Model Kontinu . . . . .	23
4.2.1 Penaksiran Parameter Fungsi Tingkat Mortalita . . . . .	23
4.2.2 Simulasi Perhitungan Tingkat Mortalita . . . . .	24

4.2.3	Simulasi Perhitungan Peluang <i>Survival</i> . . . . .	26
4.2.4	Simulasi Perhitungan Ekspektasi Sisa Usia . . . . .	27
4.3	Simulasi Numerik dengan Model Diskret . . . . .	29
4.3.1	Simulasi Perhitungan Peluang <i>Survival</i> . . . . .	29
4.3.2	Simulasi Perhitungan Ekspektasi Sisa Usia . . . . .	33
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>35</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	35
5.2	Saran . . . . .	35
	<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>37</b>

## DAFTAR GAMBAR

3.1	Nilai Peluang Kesembuhan untuk Berbagai Nilai $\lambda$ . . . . .	16
4.1	Perbandingan Tingkat Mortalita Berdasarkan Variabel $t$ . . . . .	26
4.2	Perbandingan Peluang <i>Survival</i> Berdasarkan Variabel $t$ . . . . .	27
4.3	Ekspektasi Sisa Usia untuk Berbagai Nilai $\lambda$ . . . . .	28
4.4	Perbandingan Peluang <i>Survival</i> untuk $t$ Tahun ke depan . . . . .	32
4.5	Perbandingan Peluang <i>Survival</i> untuk $t$ Tahun ke depan . . . . .	32
4.6	Ekspektasi Sisa Usia untuk Berbagai Nilai $k$ . . . . .	34

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Dalam menjalani kehidupan, manusia tentu menghadapi banyak kejadian yang tidak dapat diprediksi di masa mendatang. Kejadian yang dialami tidak selamanya berdampak baik, terkadang ada kejadian yang berdampak buruk seperti kematian, kecelakaan, sakit, cacat, maupun bencana alam. Kejadian-kejadian ini tentu saja menyebabkan kerugian, terutama di bidang finansial. Oleh sebab itu, diperlukan upaya untuk mengurangi kerugian yang dialami akibat kejadian tersebut. Salah satu cara untuk mengurangi kerugian tersebut adalah dengan membuat kontrak asuransi. Asuransi merupakan sebuah kontrak pengalihan risiko yang ditandatangani oleh dua pihak. Risiko yang dialihkan merupakan risiko kerugian yang disebabkan oleh kejadian yang tidak diinginkan. Seorang pihak (pemegang polis) mengalihkan risiko yang dimiliki oleh tertanggung ke pihak lain (perusahaan asuransi). Jika pemegang risiko yang ditanggung mengalami kejadian tidak diinginkan, perusahaan harus menanggung sebagian atau seluruh kerugian yang dialami akibat dari kejadian tersebut. Sebaliknya, pemegang polis berkewajiban untuk membayar sejumlah uang sebagai imbalan atas pengalihan risiko ke pihak perusahaan asuransi.

Kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi mengakibatkan kesadaran mengenai pentingnya asuransi meningkat, yang menyebabkan semakin bertumbuhnya industri asuransi<sup>1</sup>. Pertumbuhan industri asuransi tersebut mendorong persaingan antar perusahaan, khususnya dalam industri asuransi jiwa. Hal ini menyebabkan perusahaan asuransi dituntut untuk memberikan harga premi semurah mungkin. Namun, penentuan premi yang sembarangan hanya untuk meningkatkan daya saing dapat menyebabkan perusahaan asuransi gagal untuk menanggung risiko yang dimiliki. Oleh karena itu, selain terjangkau, harga premi yang ditentukan juga harus sesuai dengan risiko yang ditanggung oleh perusahaan. Salah satu nilai yang dibutuhkan untuk menghitung harga premi asuransi jiwa adalah ekspektasi sisa usia. Ekspektasi sisa usia adalah rata-rata dari sisa usia yang dimiliki oleh seorang individu untuk bertahan hidup. Nilai ekspektasi sisa usia yang sesuai dapat menghasilkan harga premi yang sesuai untuk risiko kematian yang dimiliki dalam sebuah populasi.

Pada saat skripsi ini sedang ditulis, masyarakat sedang mengalami masa pandemi. Kondisi ini tentu menyebabkan berbagai ketidakpastian dalam berbagai aspek kehidupan sehingga berbagai risiko muncul, terutama di bidang kesehatan. Pandemi ini juga menyebabkan bertambahnya angka kematian yang disebabkan oleh virus COVID-19 (*Corona Virus Disease-2019*). Selain virus ini, dalam catatan sejarah terdapat sejumlah wabah penyakit lain yang cukup serius, seperti cacar, tipus, malaria, kolera, dan HIV (*Human Immunodeficiency Virus*). Wabah penyakit ini tentu dapat meningkatkan angka kematian sehingga berpengaruh terhadap nilai ekspektasi sisa usia. Seiring dengan berjalannya waktu, tentu akan ditemukan obat atau vaksin untuk berbagai penyakit tersebut. Penemuan ini menyebabkan kesembuhan dari suatu penyakit. Hal ini menyebabkan angka kematian karena penyakit-penyakit di atas menurun, sehingga nilai ekspektasi sisa usia yang sebelumnya rendah meningkat. Peningkatan ekspektasi sisa usia tentu menurunkan angka kematian, sehingga risiko yang ditanggung perusahaan asuransi juga berkurang. Risiko yang rendah

---

<sup>1</sup><https://www.cnnindonesia.com/ekonomi/20210827134211-83-686308/ojk-ungkap-perkembangan-positif-industri-asuransi>

menyebabkan turunnya harga premi dan anuitas, sehingga perusahaan dapat menawarkan harga yang lebih kompetitif dan bersaing untuk produk-produknya.

Pada skripsi ini, dibahas sebuah model untuk menghitung ekspektasi sisa usia dengan mempertimbangkan peluang kesembuhan karena ditemukannya obat untuk sebuah penyakit penyebab kematian. Kesembuhan tentu dapat menjadi salah satu faktor yang dapat meningkatkan ekspektasi sisa usia. Salah satu kesulitan dalam pembuatan model ini adalah ketidakpastian dalam penemuan obat untuk sebuah penyakit tertentu. Hal ini menyebabkan perlunya sebuah asumsi untuk memperhitungkan peluang kesembuhan tersebut. Asumsi peluang kesembuhan ini digunakan sebagai alat untuk memperkecil risiko dari sebuah penyebab kematian. Untuk contoh kasus pada skripsi ini, diasumsikan sebuah peluang kesembuhan yang disebabkan oleh penemuan obat untuk penyebab kematian HIV dengan dua model, yaitu model kontinu dan model diskret. Perhitungan model kontinu dilakukan dengan memisalkan peluang kesembuhan dengan menggunakan distribusi eksponensial dan tingkat mortalita diasumsikan mengikuti distribusi Gompertz. Penggunaan asumsi distribusi Gompertz dalam skripsi ini dikarenakan distribusi ini merupakan distribusi yang cukup akurat dalam menggambarkan tingkat mortalita dari suatu populasi hanya dengan dua parameter, dibandingkan dengan distribusi Makeham dan Weibull yang perlu menggunakan tiga parameter [1]. Maka, perhitungan dapat dilakukan secara lebih sederhana dengan mengasumsikan tingkat mortalita mengikuti distribusi Gompertz. Kemudian, tingkat mortalita yang diperoleh digunakan untuk memperoleh ekspektasi hidup yang baru. Perhitungan model diskret dilakukan dengan memisalkan peluang kesembuhan dikarenakan penemuan obat untuk sebuah penyakit penyebab kematian dan menaksir peluang *survival* dari sebuah populasi dengan memperhitungkan peluang tersebut. Peluang *survival* tersebut digunakan untuk menghitung nilai ekspektasi sisa usia yang baru.

Kedua model akan diterapkan pada data kematian tahun 2000–2012 terkait penyakit HIV di Colorado, Amerika Serikat untuk menghitung nilai ekspektasi sisa usia untuk setiap individu di daerah tersebut. Data kematian di Colorado tentu sedikit berbeda dari data kematian di Indonesia, mengingat bahwa Amerika Serikat adalah negara maju dengan kemajuan teknologi pengobatan yang lebih pesat, sehingga persentase kematian tentu akan lebih sedikit apabila dibandingkan dengan Indonesia. Alasan pemilihan data kematian dari Colorado adalah pendataan Indonesia yang masih belum baik. Harapannya, setelah pendataan di Indonesia membaik, model ini bisa diaplikasikan ke data kematian Indonesia.

## 1.2 Rumusan Masalah

Beberapa pokok permasalahan yang dibahas pada skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Apa saja konsep dasar dan teori pendukung untuk memodelkan ekspektasi sisa usia dengan mempertimbangkan kesembuhan untuk suatu penyakit penyebab kematian?
2. Bagaimana cara untuk membuat sebuah model diskret dan kontinu untuk menghitung ekspektasi sisa usia dari sebuah populasi dengan mempertimbangkan peluang kesembuhan untuk suatu penyebab kematian?
3. Bagaimana cara menghitung ekspektasi sisa usia dari sebuah populasi dengan mempertimbangkan peluang kesembuhan untuk suatu penyakit penyebab kematian dengan menggunakan model kontinu?
4. Bagaimana cara menghitung ekspektasi sisa usia dari sebuah populasi dengan mempertimbangkan peluang kesembuhan untuk suatu penyakit penyebab kematian dengan menggunakan model diskret?

## 1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Menjelaskan berbagai konsep dasar dan teori pendukung untuk memodelkan ekspektasi sisa usia dengan mempertimbangkan kesembuhan untuk suatu penyakit penyebab kematian.
2. Membuat model diskret dan kontinu untuk menghitung ekspektasi sisa usia dari sebuah populasi dengan mempertimbangkan peluang kesembuhan untuk suatu penyakit penyebab kematian.
3. Menghitung ekspektasi sisa usia dari sebuah populasi dengan mempertimbangkan peluang kesembuhan untuk suatu penyakit penyebab kematian dengan menggunakan model kontinu.
4. Menghitung ekspektasi sisa usia dari sebuah populasi dengan mempertimbangkan peluang kesembuhan untuk suatu penyakit penyebab kematian dengan menggunakan model diskret.

## 1.4 Batasan Masalah

Terdapat beberapa batasan masalah pada skripsi ini, yaitu:

1. Peluang kesembuhan yang dipertimbangkan hanya berlaku untuk 1 (satu) jenis penyakit yang memengaruhi tingkat kematian populasi.
2. Usia tertinggi yang dapat dicapai dalam suatu populasi adalah 100 tahun.
3. Individu yang telah sembuh dari suatu penyakit tidak dapat terjangkit lagi.
4. Untuk model kontinu, peluang kesembuhan diasumsikan mengikuti distribusi eksponensial.

## 1.5 Sistematika Pembahasan

Pembahasan pada makalah skripsi ini terdiri dari lima bab, yaitu:

### **Bab 1: Pendahuluan**

Bab 1 dibagi menjadi lima subbab, yaitu latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, metodologi dan sistematika penulisan.

### **Bab 2: Landasan Teori**

Bab 2 membahas teori-teori yang dibutuhkan untuk pembahasan bab berikutnya.

### **Bab 3: Model Ekspektasi Sisa Usia dengan Mempertimbangkan Peluang Kesembuhan**

Bab 3 membahas mengenai model kontinu dan diskret yang digunakan untuk menghitung ekspektasi sisa usia dengan mempertimbangkan peluang kesembuhan untuk suatu penyakit.

### **Bab 4: Simulasi Perhitungan**

Bab 4 membahas aplikasi dari model kontinu dan diskret dengan menggunakan data kematian tahun 2000–2012 terkait penyakit HIV di Colorado, Amerika Serikat.

### **Bab 5: Kesimpulan dan Saran**

Bab 5 membahas kesimpulan dari simulasi yang dilakukan dan saran untuk penelitian lebih lanjut.