

**SKRIPSI**

**KONTROL OPTIMAL PENGOBATAN DAN FUMIGASI DARI  
MODEL PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH  
DENGAN PENGARUH KESADARAN MANUSIA**



**Tiffany Yohana Putri**

**NPM: 2017710017**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2022**



**FINAL PROJECT**

**OPTIMAL TREATMENT AND FUMIGATION CONTROL OF A  
DENGUE FEVER TRANSMISSION MODEL WITH  
AWARENESS IN HOST POPULATION**



**Tiffany Yohana Putri**

**NPM: 2017710017**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2022**

## LEMBAR PENGESAHAN

### KONTROL OPTIMAL PENGOBATAN DAN FUMIGASI DARI MODEL PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGAN PENGARUH KESADARAN MANUSIA

Tiffany Yohana Putri

NPM: 2017710017

Bandung, 21 Januari 2022

Menyetujui,

Pembimbing Utama



Iwan Sugiarto, M.Si.

Pembimbing Pendamping



Dr. Daniel Salim

Ketua Tim Penguji



Prof. Dr. Julius Dharma Lesmono

Anggota Tim Penguji



Dr. Livia Owen

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Dr. Livia Owen

## PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **KONTROL OPTIMAL PENGobatan DAN FUMIGASI DARI MODEL PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGAN PENGARUH KESADARAN MANUSIA**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 21 Januari 2022



Tiffany Yohana Putri  
NPM: 2017710017

## ABSTRAK

Demam berdarah *dengue* (DBD) merupakan salah satu penyakit yang disebabkan oleh virus *dengue*; penularannya melalui gigitan nyamuk *Aedes aegypti* dan *Aedes albopictus* sebagai medium pembawa (*carrier*) virus tersebut. Pada skripsi ini, dibahas suatu model matematis penularan penyakit demam berdarah *dengue* dengan pengaruh dari kesadaran manusia. Model matematis yang digunakan adalah model *SIR* (*Susceptible, Infected, Recovered*). Model ini memiliki dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Bilangan reproduksi dasar digunakan untuk menganalisis kestabilan dari titik-titik kesetimbangan tersebut. Pada model ini, diberi faktor kontrol pengobatan untuk manusia terinfeksi dan fumigasi untuk nyamuk terinfeksi, dengan tujuan untuk meminimumkan banyaknya manusia terinfeksi dan nyamuk terinfeksi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa dengan menerapkan faktor kontrol yang dipengaruhi oleh bobot relatif biaya, maka semakin kecil bobot relatif biaya akan semakin besar faktor kontrol yang ada.

**Kata-kata kunci:** Demam berdarah *dengue*, model *SIR*, titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, kontrol optimal



## ABSTRACT

Dengue Fever is one of disease that caused by dengue virus, transmitted by *Aedes aegypti* and *Aedes albopictus* mosquito bites as a medium to carry the virus. In this final project, a mathematical model for hemorrhagic fever transmission considering human awareness will be discussed. The mathematical model used is *SIR* (Susceptible, Infected, Recovered) Model. This model has two equilibrium points which consists disease-free and endemic point. A basic reproduction number is used to analyze stability from these equilibrium points. In this model, a control treatment factor for infected humans and fumigation for infected mosquitoes will be given, with a purpose to minimize the number of infected humans and mosquitoes. The simulation result shows that with applied control factor which affected by cost relative weight, smaller relative weight of the cost means greater control factor.

**Keywords:** Dengue, *SIR* model, equilibrium point, basic reproduction number, optimal control



## KATA PENGANTAR

Segala puji syukur kepada Tuhan Yesus Kristus, atas kasih dan rahmat-Nya, penulis dimampukan untuk menyelesaikan skripsi yang berjudul "**Kontrol Optimal Pengobatan dan Fumigasi dari Model Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Pengaruh Kesadaran Manusia**" dengan tepat waktu. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan Bandung.

Dalam skripsi ini, penulis ucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah memberi dukungan dan bantuan selama ini. Penulis menyadari tanpa adanya pihak-pihak tersebut, penulisan skripsi ini tidak dapat berjalan dengan baik. Penulis ingin mengucapkan kepada:

1. Papa, Mama, dan Aikh, yang tak henti-hentinya mendukung penulis. Terima kasih untuk segala doa, motivasi, semangat, dan kasih sayang sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan tepat waktu.
2. Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. dan Bapak Dr. Daniel Salim selaku dosen pembimbing yang bersedia meluangkan waktu dan bantuannya, saran, ilmu, serta semangat yang tak henti-hentinya kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini. Terima kasih telah sabar membimbing penulis dengan segala keterbatasan penulis.
3. Bapak Prof. Dr. Julius Dharma Lesmono dan Ibu Dr. Livia Owen selaku dosen penguji atas waktu, kritik, dan saran kepada penulis untuk menyempurnakan skripsi menjadi lebih baik.
4. Ibu Dr. Erwinna Chendra selaku dosen wali yang memberikan informasi, arahan, dan saran yang dari awal perkuliahan hingga penulis menyelesaikan kuliah.
5. Bapak Liem Chin, M.Si. selaku koordinator skripsi. Terima kasih untuk waktu dan segala informasi perihal penyusunan skripsi.
6. Seluruh dosen Program Studi Matematika dan para staf Tata Usaha. Terima kasih atas bantuan dan bimbingan kepada penulis selama perkuliahan.
7. Teman-teman "OTAE" (Octa, Alvita, Edwin). Terima kasih untuk dukungan, canda tawa, cinta, dan saran kepada penulis. Terima kasih sudah menjadi *support system* selama perkuliahan.
8. Teman-teman "AYCE" (Maria, Ata, Felisha, Jelo, Valen, Gezia, Octa, Alvita, Kenzo, Ronald, Nico, Ivander, Jevan, dan Felix). Terima kasih atas bantuan, perhatian, cerita, tawa, dan kebersamaan selama perkuliahan di UNPAR.
9. Teman-teman "Iwan CO 3 generasi" (Ci Nevan dan Satrio) yang selalu merumpi, mendukung, menemani, dan membantu penulis dalam mengetik skripsi. Terima kasih banyak.
10. Cory sebagai teman seperjuangan anak bimbingan Pak Iwan. Terima kasih untuk kenangan dan bantuannya selama penyusunan skripsi ini.
11. Fifi dan Monika sebagai teman seperjuangan skripsi yang banyak membantu penulis selama penyusunan skripsi ini.
12. Fella, Devita, dan Rere yang selalu mendukung dan menyemangati penulis sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan tepat waktu. Terima kasih untuk segala dukungan, perhatian, canda tawa, cinta, dan kebersamaannya.
13. BTS (Bangtan Sonyeondan) yang memberikan dukungan, semangat, dan cinta melalui lagunya.
14. Teman-teman Matematika angkatan 2017.

15. Seluruh pihak yang telah membantu dan berjasa namun belum dapat disebutkan satu per satu.

Bandung, Januari 2022

Penulis

# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xxi</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Batasan Masalah . . . . .	2
1.5 Sistematika Pembahasan . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>5</b>
2.1 Persamaan Diferensial . . . . .	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial . . . . .	5
2.3 Model <i>SIR</i> ( <i>Susceptible-Infected-Recovered</i> ) . . . . .	6
2.4 Bilangan Reproduksi Dasar . . . . .	7
2.5 Matriks Generasi . . . . .	7
2.6 Kriteria Kestabilan <i>Routh-Hurwitz</i> . . . . .	8
2.7 Prinsip Maksimum Minimum Pontryagin . . . . .	9
<b>3 MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BER-DARAH <i>DENGUE</i> DENGAN PENGARUH KESADARAN MANUSIA</b>	<b>11</b>
3.1 Model Matematika . . . . .	11
3.2 Titik Kesetimbangan Model <i>SIR</i> Penyebaran DBD dengan Kesadaran . . . . .	13
3.3 Bilangan Reproduksi Dasar . . . . .	17
3.4 Kestabilan Titik Kesetimbangan Model <i>SIR</i> . . . . .	17
3.5 Simulasi Numerik untuk Kestabilan Titik Kesetimbangan . . . . .	20
<b>4 KONTROL OPTIMAL</b>	<b>25</b>
4.1 Kontrol Optimal dengan Faktor Kontrol $u_1$ dan $u_2$ . . . . .	25
4.2 Simulasi Numerik Kontrol Optimal . . . . .	29
4.3 Simulasi Numerik Pengaruh Bobot Relatif pada Faktor Kontrol . . . . .	30
<b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>37</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	37
5.2 Saran . . . . .	37
<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>39</b>



## DAFTAR GAMBAR

2.1	Skema Kompartemen Penyebaran Penyakit Model <i>SIR</i> . . . . .	7
3.1	Skema Kompartemen Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Pengaruh Kesadaran Manusia . . . . .	13
3.2	Grafik Penyebaran Penyakit DBD untuk Kondisi Bebas Penyakit . . . . .	21
3.3	Grafik Penyebaran Penyakit DBD untuk Kondisi Endemik . . . . .	22
4.1	Grafik Penyebaran Penyakit DBD dengan Kontrol Optimal . . . . .	29
4.2	Grafik Kasus 1 dengan $C_1 = 1$ dan $C_2 = 1$ . . . . .	31
4.3	Grafik Kasus 2 dengan $C_1 = 2$ dan $C_2 = 1$ . . . . .	32
4.4	Grafik Kasus 3 dengan $C_1 = 1$ dan $C_2 = 2$ . . . . .	33
4.5	Grafik Kasus 4 dengan $C_1 = 2$ dan $C_2 = 2$ . . . . .	34



## DAFTAR TABEL

3.1	Deskripsi dan Nilai Estimasi Parameter untuk Kondisi Bebas Penyakit [1] . . . . .	20
3.2	Deskripsi dan Nilai Estimasi Parameter untuk Kondisi Endemik . . . . .	22
4.1	Pengaruh Penerapan Bobot Relatif pada Faktor Kontrol . . . . .	35

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Demam berdarah *dengue*, atau yang biasanya dikenal dengan DBD, merupakan salah satu penyakit yang disebabkan oleh virus *dengue*. Demam berdarah merupakan penyakit yang penularannya melalui gigitan nyamuk *Aedes aegypti* dan *Aedes albopictus*. Penularan demam berdarah terjadi ketika seseorang yang telah terinfeksi virus *dengue* digigit dan dihisap darahnya oleh nyamuk, lalu nyamuk tersebut menggigit dan menghisap darah orang-orang lain, sehingga membuat virus tersebut menjadi tersebar. Pada penyebaran virus *dengue*, nyamuk berperan sebagai medium pembawa (*carrier*). Seseorang yang telah digigit dan dihisap darahnya oleh nyamuk yang membawa virus *dengue* akan mengalami gejala sekitar 4–7 hari sejak gigitan nyamuk. Beberapa gejala demam berdarah yang mungkin terjadi adalah demam yang cukup tinggi (biasanya mencapai 39 derajat Celcius) selama beberapa hari lalu turun dengan cepat namun diikuti dengan gejala sakit kepala, pusing, nyeri di sekujur tubuh, mual, ruam kulit hingga muncul bintik-bintik merah pada kulit, pendarahan dari gusi atau hidung, lemas, dan lain-lain [2]. Setelah fase demam akan terjadi fase kritis di mana suhu tubuh mulai menurun. Dalam fase ini biasanya seseorang mulai merasa seperti sudah sembuh, namun sebenarnya fase ini merupakan fase berbahaya yang harus diwaspadai, sebab mungkin terjadi sindrom syok *dengue* yang dapat mengancam jiwa.

Demam berdarah lebih banyak dijumpai di negara tropis dan subtropis. Saat ini, demam berdarah telah mewabah di lebih dari seratus negara. Kesadaran akan betapa bahayanya penyakit DBD mengharuskan orang untuk melakukan berbagai tindakan pencegahan terhadap penyakit tersebut. Terdapat beberapa tindakan pencegahan demam berdarah yang dapat dilakukan, antara lain menjaga kebersihan rumah, lingkungan dan sekitarnya, membuang semua genangan air dan wadah, menutup semua wadah dengan baik sehingga mencegah berkembang biaknya nyamuk demam berdarah, dan menggunakan obat nyamuk. Untuk menghindari gigitan nyamuk, kita dapat menggunakan *aerosol* dan obat nyamuk bakar yang dapat membunuh nyamuk, memakai baju berlengan panjang, menggunakan kelambu di sekitar tempat tidur, dan lain-lain. Untuk mengendalikan penyakit DBD secara efektif, seseorang harus memahami dinamika penularan penyakit dan mempertimbangkan semua detail terkait.

Pada skripsi ini, dibahas model matematis penularan penyakit DBD dengan pengaruh dari kesadaran manusia. Pengaruh kesadaran yang dimaksud adalah tindak pencegahan, tujuannya agar manusia rentan tidak terinfeksi virus dan manusia terinfeksi tidak menularkan virus ke nyamuk rentan. Pengembangan yang dilakukan dari jurnal adalah menganalisis kestabilan titik kesetimbangan untuk kondisi endemik dan penerapan faktor kontrol. Model matematis yang digunakan yaitu *SIR* (*Susceptible, Infected, Recovered*) [3]. Model *SIR* adalah model yang paling umum digunakan untuk model penyebaran penyakit. Pada model yang digunakan, populasi manusia dibagi menjadi tiga kompartemen yaitu manusia rentan, manusia terinfeksi, dan manusia pulih. Populasi nyamuk dibagi menjadi dua kompartemen yaitu nyamuk rentan dan nyamuk terinfeksi. Pada populasi nyamuk tidak terdapat kelompok pulih karena periode infeksi nyamuk berakhir dengan kematian nyamuk tersebut [1]. Selanjutnya dibahas titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, dan simulasi numerik dari model tersebut. Pemberian faktor kontrol pada manusia, di mana manusia melakukan



perawatan pengobatan kesehatan untuk mempercepat proses pemulihan, sedangkan pada nyamuk, dilakukan fumigasi atau yang biasa disebut *fogging* untuk membasmi nyamuk yang terinfeksi. Tujuan pemberian faktor kontrol tersebut yaitu untuk meminimumkan banyaknya manusia terinfeksi dan nyamuk terinfeksi.

## 1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang dibahas pada skripsi ini sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk skema kompartemen populasi manusia dan populasi nyamuk pada model penyebaran penyakit demam berdarah dengan pengaruh kesadaran manusia?
2. Bagaimana hasil titik kesetimbangan dari model epidemik *SIR* pada model matematis penyebaran penyakit demam berdarah dengan pengaruh kesadaran manusia?
3. Bagaimana menentukan bilangan reproduksi dasar pada model matematis penyebaran penyakit demam berdarah dengan pengaruh kesadaran manusia?
4. Bagaimana masalah kontrol optimal dapat diterapkan dalam model penyebaran penyakit DBD dengan pengaruh kesadaran manusia?

## 1.3 Tujuan

Tujuan penulisan skripsi ini sebagai berikut:

1. menentukan skema kompartemen populasi manusia dan populasi nyamuk pada model penyebaran penyakit demam berdarah dengan pengaruh kesadaran manusia,
2. menentukan titik kesetimbangan dari model epidemik *SIR* pada model matematis penyebaran penyakit demam berdarah dengan pengaruh kesadaran manusia,
3. menentukan bilangan reproduksi dasar pada model matematis penyebaran penyakit DBD dengan pengaruh kesadaran manusia, dan
4. menentukan faktor kontrol pada model penyebaran penyakit DBD dengan pengaruh kesadaran manusia.

## 1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah yang menjadi dasar skripsi ini adalah

1. besar populasi manusia konstan,
2. manusia yang telah pulih diasumsikan tidak dapat kembali menjadi manusia rentan.

## 1.5 Sistematika Pembahasan

Pembahasan pada skripsi ini terdiri dari lima bab, yaitu:

### **Bab 1: Pendahuluan**

Bab 1 dibagi menjadi lima subbab, yaitu latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

### **Bab 2: Landasan Teori**

Bab ini membahas teori-teori dasar yang digunakan dalam skripsi. Landasan teori yang membahas yaitu persamaan diferensial, sistem persamaan diferensial, model *SIR* (*Susceptible-Infectious-Recovered*), bilangan reproduksi dasar, matriks generasi, kriteria kestabilan *Routh-Hurwitz*, dan prinsip maksimum minimum Pontryagin.

### **Bab 3: Model Penyebaran Penyakit Demam Berdarah *Dengue* dengan Pengaruh Kesadaran Manusia**

Bab ini membahas model kompartemen, mencari titik kesetimbangan, mencari bilangan reproduksi dasar untuk model epidemik *SIR* (*Susceptible-Infectious-Recovered*), menganalisis kestabilan titik

kesetimbangan, dan melakukan simulasi numerik.

**Bab 4: Kontrol Optimal**

Bab ini membahas pembentukan model matematis dengan faktor kontrol dan simulasi numeriknya.

**Bab 5: Kesimpulan dan Saran**

Bab ini menjelaskan kesimpulan yang diperoleh pada skripsi ini dan saran untuk pengembangan.