Majalah Ilmiah

Ekonomi dan Komputer

diterbitkan oleh

Universitas Gunadarma

Ekonomi & Komputer

Majalah Ilmiah Universitas Gunadarma • Edisi April 2007 Nomor 1/Tahun XV

Lampiran B-17

ISSN 0854-9621

9 770854 962106

Alamat Redaksi
Gedung 4 lt 1
Universitas Gunadarma
Jl. Margonda Raya 100 Pondok Cina
Depok 16424
Telp. (021) 78881112 pesawat 455
Fax (021) 78881071
E-mail: sekretariat@staff.gunadarma.ac.id

ISSN: 0854 - 9621

Majalah ini diterbitkan oleh Universitas Gunadarma

Ekonomi Komputer

Majalah ini diterbitkan secara berkala 3 kali setahun, yaitu setiap bulan April, Agustus dan Desember. Majalah berisi artikel ilmiah di bidang ekonomi serta aplikasi komputer di bidang ekonomi yang ditulis dalam Bahasa Indonesia maupun Bahasa Inggris. Artikel yang dimuat berupa analisis, kajian, aplikasi teori dan hasil penelitian.

Majalah ilmiah Ekonomi & Komputer diterbitkan oleh Universitas Gunadarma. Terbit pertama kali pada tahun 1993 dengan nama Majalah Ilmiah ekonomi & Komputer di bawah Sekolah Tinggi Ilmu Ekonomi (STIE) Gunadarma.

Naskah jurnal untuk edisi yang segera akan terbit, paling lambat diterima oleh Lembaga Penerbitan (LP) satu bulan sebelum jadwal penerbitan.

Kelengkapan substansi naskah diperiksa oleh *reviewer* berkompetensi sesuai dengan ruang lingkup naskah. Pada tahap ini, terdapat kemungkinan munculnya permintaan pada penulis untuk melakukan penyesuaian kembali.

Kelengkapan/kebenaran format naskah akan diperiksa oleh redaksi. Pada tahap ini, terdapat kemungkinan munculnya permintaan pada penulis untuk melakukan penyesuaian jika perubahan dipandang menimbulkan pengaruh terhadap gagasan. Perubahan kecil yang tidak berpengaruh terhadap gagasan akan dilakukan oleh redaksi (misalnya kesalahan umum dalam pengetikan dan format).

Jangka waktu penyerahan naskah hingga penerbitan ditentukan oleh nomor antrian naskah dan lamanya proses pemeriksaan naskah oleh *reviewer*/redaksi serta perbaikan oleh penulis. Penulis setiap saat dapat menanyakan status naskahnya kepada LP dengan menyebutkan nomor naskah yang diterima dari LP pada saat penyerahan naskah.

Majalah Ekonomi & Komputer
Cover : Illustrasi
Diterbikan oleh : Universitas Gunadarma

DARI REDAKSI

Majalah Ilmiah
Ekonomi & Komputer
Edisi April 2007
Nomor 1 / Tahun XV

Terakreditasi
No. 39/DIKTI/Kep/2004
10 Oktober 2004

Edisi tahun 2007 ini kami awali dengan mengetengahkan beberapa tulisan penerapan teknik riset operasional dalam bisnis, matematika dalam keuangan, penelahaan pemberdayaan masyarakat, dan prospek dan hambatan industri tekstil di Indonesia. Semua artikel yang dimuat ini diharapkan akan dapat memperkaya khasanah penelitian tidak hanya di lingkungan peneliti Universitas Gunadar-ma, tapi juga di kalangan peneliti lainnya. Hasil penelitian yang dituangkan dalam artikel ini juga sebagian dapat digunakan secara langsung dalam pemberdayaan masyarakat, sehingga kehidupan masyarakat bisa lebih baik lagi.

Pemuatan artikel ni tentunya untuk tujuan publikasi, sehingga hasil penelitian dapat diketahui dan diaplikasikan oleh masyarakat luas. Disamping itu, publikasi hasil penelitian juga akan menstimulasi diskusi dan berbagi pengetahuan antara pihak yang mempunyai minat sama. Diskusi diharapkan akan menghasilkan pengetahuan yang semakin sempurna bukan hanya sebagai teori tetapi juga tentunya menjadi alat untuk memperbaiki perekonomian masyarakat.

Dewan redaksi berharap para pembaca sudah menantikan jurnal ini. Kami selalu melakukan perbaikan supaya dapat memenuhi keingintahuan para pembaca. Namun demikian edisi ini tidak luput dari kekurangan; untuk itu kami mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari para pembaca dan pemerhati, untuk perbaikan di masa yang akan datang.

Redaksi

Majalah Ilmiah
Ekonomi & Komputer
Edisi April 2007
Nomor 1/Tahun XV

Terakreditasi
No.39/ DIKTI/Kep/2004
10 Oktober 2004

DAFTAR ISI

Aplikasi Teori Permainan dalam Budaya Bisnis
Thomas J. Kakiay dan Hotniar Siringoringo 1

Mikro-Kredit bagi Pemberdayaan Masyarakat: Analisis Kasus
Budiman 8

Model Pemrograman Linear Probabilistik: Kasus Parameter Berdistribusi Normal
Sani Susanto dan Dedy Suryadi 19

Perbandingan Metode Quasi Monte Carlo dengan Barisan Kuasi-Acak Halton dan Barisan Kuasi-Acak Sobol dalam *Option Pricing*
Stanislaus S. Uyanto 27

Prospek dan Hambatan Industri Tekstil dan produk Tekstil (TPT) Nasional
Supomo 38

MODEL PEMROGRAMAN LINEAR PROBABILISTIK: KASUS PARAMETER BERDISTRIBUSI NORMAL

Sani Susanto[1]

Dedy Suryadi[2]

Jurusan Teknik Industri, Fakultas Teknologi Industri Universitas Katolik Parahyangan

Jl. Ciumbuleuit 94, Bandung – 40141, Tlp/Fax: (022) 232700

[1]ssusanto@home.unpar.ac.id

[2][redacted]@home.unpar.ac.id

ABSTRAK

Pada tulisan ini dibahas pembentukan Model Pemrograman Linear Probabilistik (MPLP) serta pengembangannya untuk kasus dimana ketiga parameter pemrograman linear merupakan variabel acak berdistribusi normal.

Kata kunci: tujuan, kendala, variabel acak, optimasi

PENDAHULUAN

Sejak dikembangkan oleh George Dantzig di tahun 1947, Model Pemrograman Linear (MPL) telah digunakan dalam pemecahan masalah optimasi pada pelbagai sektor industri dan jasa. Bahkan survey terhadap perusahaan yang pernah dilakukan oleh Fortune 500 menunjukkan bahwa 85% dari respondennya menggunakan MPL (Winston, 2003).

Secara umum MPL berbentuk:

$$\text{maksimin } z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (1)$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i,\ i = 1,\dots,m \qquad (2)$$

$$x_j \ge 0,\ j = 1,\dots,n \qquad (3)$$

Dalam hal ini, z disebut *fungsi tujuan*, x_j disebut *variabel keputusan*, c_j disebut *koefisien fungsi tujuan*, a_{ij} disebut *koefisien fungsi teknologi*, b_i disebut *koefisien ruas kanan*. Ketiga koefisien disebut *parameter pemrograman linear*.

Pada MPL terdapat 4 (empat) asumsi yang harus dipenuhi oleh ketiga parameternya, yaitu asumsi proporsionalitas, asumsi aditivitas, asumsi divisibilitas dan asumsi kepastian parameter. Pengertian asumsi proporsionalitas, asumsi aditivitas dan asumsi divisibilitas dibahas pada Winston (2003). Asumsi kepastian parameter mempersyaratkan bahwa ketiga parameter pemrograman linear diketahui dengan pasti nilainya. Pelanggaran terhadap asumsi kepastian parameter dapat disebabkan oleh dua hal. Pertama, salah satu atau lebih dari parameter itu dinyatakan dalam bentuk variabel lingusitik, misalnya dengan ungkapan "sekitar lima ratus". Studi tentang pelanggaran jenis ini menghasilkan topik Pemrograman Linear Kabur (*Fuzzy Linear Programming*). Kedua, salah satu atau lebih dari parameter itu dinyatakan dalam bentuk variabel acak yang diketahui distribusi peluangnya, sehingga dihasilkan topik yang disebut Pemrograman Linear Probabilistik.

Tulisan ini membahas pengembangan model pemrograman linear ke dalam bentuk Pemrograman Linear Probabilistik. Pembaca yang tertarik pada topik Pemrograman Linear Kabur dapat mengacu pada [Susanto dan Adianto (2005), Susanto dan Suryadi (2006[a], 2006[b])]

PEMBAHASAN

Model Pemrograman Linear Probabilistik (MPLP) didapat dengan mengembangkan masalah (1)-(3) yang nilai dari ketiga parameternya (c_j, a_{ij} dan b_i) sudah tertentu, menjadi parameter yang memenuhi distribusi peluang tertentu, sehingga disimbolkan dengan variabel acak, berturut-turut, $\tilde{c}_j$, $\tilde{a}_{ij}$ dan $\tilde{b}_i$.

Perumusan umum MPLP dari Wang (1996) didapat melalui beberapa perubahan berikut.

– fungsi tujuan (1) menjadi berbentuk

$$\text{maks/min } z = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \qquad (1')$$

– kendala (2), menjadi bersifat probabilistik sebagai berikut

$$P\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \le \tilde{b}_i \right) \ge (1-\alpha_i) \qquad (2')$$

dengan $0 < \alpha_i < 1$, $i=1,\ldots,m$. Arti dari notasi (2') mengindikasikan bahwa kendala (2) tidak dijamin pasti akan terpenuhi, melainkan akan terpenuhi dengan peluang tertentu, dalam hal ini dengan peluang sekurang-kurangnya sebesar $(1-\alpha_i)$.

Pemecahan MPLP dengan fungsi tujuan (1') dan kendala (2') dan (3) memerlukan teorema berikut, yang buktinya dapat diperoleh pada buku Statistika Multivariat.

<u>(Teorema-1)</u> Misalkan

$$\tilde{g}_i = \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j - \tilde{b}_i \qquad (4)$$

maka $\tilde{g}_i$ berdistribusi normal, dengan

$$\mu_{\tilde{g}_i} = E[\tilde{g}_i] = \sum_{j=1}^{n} E[\tilde{a}_{ij}] x_j - E[\tilde{b}_i] \qquad (5)$$

dan

$$\sigma^2_{\tilde{g}_i} = \mathbf{x}^T D_i \mathbf{x} \qquad (6)$$

dengan

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \\ 1 \end{pmatrix} \qquad (7)$$

dan D_i adalah matriks kovarians:

$$D_i = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\tilde{a}_{i1}} & \cdots & \mathrm{Cov}[\tilde{a}_{i1}, \tilde{a}_{in}] & \mathrm{Cov}[\tilde{a}_{i1}, \tilde{b}_i] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathrm{Cov}[\tilde{a}_{in}, \tilde{a}_{i1}] & \cdots & \sigma^2_{\tilde{a}_{in}} & \mathrm{Cov}[\tilde{a}_{in}, \tilde{b}_i] \\ \mathrm{Cov}[\tilde{b}_i, \tilde{a}_{i1}] & \cdots & \mathrm{Cov}[\tilde{b}_i, \tilde{a}_{in}] & \sigma^2_{\tilde{b}_i} \end{bmatrix} \qquad (8)$$

METODE PENGEMBANGAN MODEL PEMROGRAMAN LINEAR PROBABILISTIK

Seperti telah diuraikan pada sebelumnya, secara umum MPLP adalah model optimasi dengan fungsi tujuan (1') dan kendala (2) serta (3'). MPLP dapat dikembangkan untuk kasus dengan parameter memenuhi distribusi peluang tertentu. Ilustrasi berikut dapat diperhatikan untuk pengembangan MPLP secara metodologis. Diberikan:

- $\tilde{c}_j$ berdistribusi $N(\mu=\mu_{c_j}, \sigma^2=\sigma^2_{c_j})$.
- $\tilde{a}_{ij}$ berdistribusi $N(\mu=\mu_{a_{ij}}, \sigma^2=\sigma^2_{a_{ij}})$, dan
- $\tilde{b}_i$ berdistribusi $N(\mu=\mu_{b_i}, \sigma^2=\sigma^2_{b_i})$.

Pengembangan ini didapat dengan menempuh langkah-langkah berikut ini:

1. Definisikan besaran S_α sebagai

$$\Phi(S_\alpha)=1-\alpha \qquad (9)$$

dengan Φ adalah fungsi distribusi kumulatif dari distribusi normal baku.

2. Dari (2') didapatkan penurunan:

$$
\begin{aligned}
P\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij}x_j \le \tilde{b}_i\right) &= P\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij}x_j - \tilde{b}_i \le 0\right)\\
&\overset{\text{def (4)}}{=} P(\tilde{g}_i \le 0)\\
&= P\left(\frac{\tilde{g}_i - \mu_{g_i}}{\sigma_{g_i}} \le -\frac{\mu_{g_i}}{\sigma_{g_i}}\right)\\
&\overset{\text{def (9)}}{=} \Phi\left(-\frac{\mu_{g_i}}{\sigma_{g_i}}\right)\\
&\ge 1-\alpha_i
\end{aligned}
\qquad (10)
$$

3. Dari (10) didapatkan

$$-\frac{\mu_{g_i}}{\sigma_{g_i}} \ge S_{\alpha_i} \qquad (11)$$

4. Dari (5), (6) dan (11) didapatkan:

$$\sum_{j=1}^{n} E[\tilde{a}_{ij}]x_j - E[\tilde{b}_i] + S_{\alpha_i}\sqrt{x^T D_i x} \le 0 \qquad (12)$$

untuk i=1,...,m.

Pengembangan MPLP khusus untuk kasus ketiga parameternya berdistribusi normal menghasilkan model optimasi berikut

$$\text{maks/min } z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (11)$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} E[\tilde{a}_{ij}]x_j - E[\tilde{b}_i] + S_\alpha \sqrt{x^T D_i x} \le 0 \qquad (12)$$

$$x_j \ge 0, j = 1, \ldots, n \qquad (13)$$

Dari kendala (12) tampak bahwa sebenarnya MPLP yang dihasilkan sudah tidak lagi merupakan pemrograman linear, melainkan menjadi masalah optimasi dengan fungsi tujuan berbentuk fungsi linear, namun dengan kendala yang nonlinear.

HASIL DAN INTERPRETASI PENGEMBANGAN MODEL

PEMROGRAMAN LINEAR PROBABILISTIK

Untuk memperjelas proses pembentukan MPLP yang dibahas pada bagian sebelumnya, berikut ini akan diberikan ilustrasi, solusi beserta interpretasi dari solusinya. Ilustrasi diambilkan dari kasus yang dibahas pada [Winston, 2003].

Kasus Awal

PT Dakota Furnitur memproduksi tiga macam produk, yaitu meja tulis, meja makan dan kursi. Pembuatan tiap produk ini memerlukan sumber daya kayu, buruh pekerjaan perkayuan dan buruh pekerjaan penyelesaian. Besarnya kebutuhan sumber daya untuk pembuatan per unit produk, ketersediaan tiap sumber daya serta harga per unit produk disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Kebutuhan sumber daya dan harga per unit produk serta ketersediaan sumber daya

Sumber daya	Meja tulis	Meja makan	Kursi	Tersedia
Kayu (lembar)	8	6	1	48
Jam buruh penyelesaian (jam)	4	2	1.5	20
Jam buruh perkayuan (jam)	2	1.5	0.5	8
Harga/unit (dollar)	60	30	20	

Untuk setiap jenis produk, PT Dakota Furnitur harus menentukan jumlah yang harus diproduksi agar diperoleh pendapatan yang maksimum.

Pada pemrograman linear klasik, masalah dimodelkan melalui pendefinisian variabel keputusan, perumusan fungsi tujuan, dan perumusan kendala.

Untuk PT Dakota Furnitur definisi variabelnya adalah:

- x_1 = jumlah meja tulis yang diproduksi
- x_2 = jumlah meja makan yang diproduksi
- x_3 = jumlah kursi yang diproduksi

Fungsi tujuan dirumuskan sebagai berikut:

maks z= 60 x_1 +30 x_2 +20 x_3 (14)

sedangkan perumusan kendala-nya adalah:

- kendala keterbatasan jumlah kayu:

$$8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48 \quad (15)$$

- kendala keterbatasan jam buruh penyelesaian:

$$4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 20 \quad (16)$$

- kendala keterbatasan jam buruh perkayuan:

$$2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq 8 \quad (17)$$

- kendala nonnegativitas variabel keputusan:

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Pengembangan Kasus Awal

Bila masalah ini dikembang-kan sehingga parameter pada Tabel 1 bersifat probabilistik, maka didapat Masalah Pemro-graman Linear Probabilistik. Sebagai ilustrasi, misalkan Tabel 1 diubah menjadi Tabel 2.

Tabel 2. Kebutuhan sumber daya dan harga per unit produk serta ketersediaan sumber daya

Sumber daya	Meja tulis	Meja makan	Kursi	Tersedia
Kayu (lembar)	N(8,1.25)	N(6,0.75)	N(1,0.05)	N(48,3)
Jam buruh penyelesaian (jam)	N(4,0.25)	N(2,0.15)	N(1.5,0.10)	N(20,2)
Jam buruh perkayuan (jam)	N(2,0.05)	N(1.5,0.03)	N(0.5,0.01)	N(8,1)
Harga/unit (dollar)	N(60,3)	N(30,2)	N(20,1)	

Dengan perubahan ini, maka sesuai dengan (1), perumusan fungsi tujuannya adalah tetap berbentuk

maks z= 60 x_1 +30 x_2 +20 x_3 (14)

Ketidakpastian beberapa sumber daya, misalnya:

1. kendala (15), yaitu kendala keterbatasan jumlah kayu, harus dipenuhi sekurang-kurangnya dengan peluang 0.90. Secara matematis diformulasikan:

$$P(8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48) \geq 0.90 \quad (18)$$

Dari (8) didapat:

$$\Phi(S_\alpha) = 1 - \alpha_1 = 0.90 \text{ atau}$$

$$S_\alpha = 1.281$$

(18')

2. kendala (16), yaitu kendala keterbatasan jam buruh penyelesaian, harus dipenuhi sekurang-kurangnya dengan peluang 0.95. Secara matematis diformulasikan:

$P(4x_1 - 2x_2 + 1.5x_3 \leq 20) \geq 0.95$ (19)

Dari (8) didapat: $\Phi(S_{\alpha_2}) = 1 - \alpha_2 = 0.95$ atau

$S_{\alpha_2} = 1.645$ (19')

3. kendala (17), yaitu kendala keterbatasan jam buruh perkayuan, harus dipenuhi sekurang-kurangnya dengan peluang 0.99. Secara matematis diformulasikan:

$P(2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq 8) \geq 0.99$ (20)

Dari (8) didapat: $\Phi(S_{\alpha_3}) = 1 - \alpha_3 = 0.99$ atau

$S_{\alpha_3} = 2.326$ (20')

Solusi

Untuk mendapat kendala (12), dengan mengacu pada Tabel 2, digunakan nilai-nilai berikut:

1. $E(\tilde{a}_{11}) = 8$, $E(\tilde{a}_{12}) = 6$, $E(\tilde{a}_{13}) = 1$
2. $E(\tilde{a}_{21}) = 4$, $E(\tilde{a}_{22}) = 2$, $E(\tilde{a}_{23}) = 1.5$
3. $E(\tilde{a}_{31}) = 2$, $E(\tilde{a}_{32}) = 1.5$, $E(\tilde{a}_{33}) = 0.5$
4. $E(\tilde{b}_1) = 48$, $E(\tilde{b}_2) = 20$, $E(\tilde{b}_3) = 8$, serta dari (18'), (19') dan (20') diperoleh:
5. $S_{\alpha_1} = 1.281$, $S_{\alpha_2} = 1.645$, $S_{\alpha_3} = 2.326$.

Adapun besaran yang belum diperoleh adalah besaran matriks kovarians D_i. Matriks ini dapat diperoleh dengan menentukan nilai-nilai:

1. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{11}, \tilde{a}_{12}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{12}, \tilde{a}_{11})$
2. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{11}, \tilde{a}_{13}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{13}, \tilde{a}_{11})$
3. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{12}, \tilde{a}_{13}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{13}, \tilde{a}_{12})$
4. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{21}, \tilde{a}_{22}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{22}, \tilde{a}_{21})$
5. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{21}, \tilde{a}_{23}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{23}, \tilde{a}_{21})$
6. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{22}, \tilde{a}_{23}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{23}, \tilde{a}_{22})$
7. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{31}, \tilde{a}_{32}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{32}, \tilde{a}_{31})$
8. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{31}, \tilde{a}_{33}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{33}, \tilde{a}_{31})$
9. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{32}, \tilde{a}_{33}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{33}, \tilde{a}_{32})$

Perhitungan nilai dan $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{11}, \tilde{a}_{12}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{12}, \tilde{a}_{11})$ dilakukan dengan menentukan fungsi distribusi peluang kedua variabel acak terlebih dahulu, lalu menghitung integralnya.

1. a. fungsi distribusi peluang untuk variabel acak $\tilde{a}_{11} \approx N(\mu = 8, \sigma^2 = 1.25)$ adalah:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1.25}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-8)^2}{2(1.25)}}$$

b. fungsi distribusi peluang untuk variabel acak $\tilde{a}_{12} \approx N(\mu = 6, \sigma^2 = 0.75)$ adalah:

$$g(y) = \frac{1}{\sqrt{0.75}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-6)^2}{2(0.75)}}$$

2.

$\mathrm{cov}(\tilde{a}_{11}, \tilde{a}_{12})$

$= E(\tilde{a}_{11}\tilde{a}_{12}) - E(\tilde{a}_{11})E(\tilde{a}_{12})$

$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} xy f(x) g(y)\,dx\,dy - (8)(6)$

$= 48 - 48 = 0$

Dari sifat simetris kovarians, didapatkan pula:

$\mathrm{cov}(\tilde{a}_{12}, \tilde{a}_{11}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{11}, \tilde{a}_{12}) = 0$.

Nilai-nilai kovarians lainnya dihitung dengan cara serupa yang hasilnya adalah:

1. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{11}, \tilde{a}_{13}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{13}, \tilde{a}_{11}) = 0$
2. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{12}, \tilde{a}_{13}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{13}, \tilde{a}_{12}) = 0$
3. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{21}, \tilde{a}_{22}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{22}, \tilde{a}_{21}) = 0$
4. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{21}, \tilde{a}_{23}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{23}, \tilde{a}_{21}) = 0$
5. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{22}, \tilde{a}_{23}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{23}, \tilde{a}_{22}) = 0$
6. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{31}, \tilde{a}_{32}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{32}, \tilde{a}_{31}) = 0$
7. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{31}, \tilde{a}_{33}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{33}, \tilde{a}_{31}) = 0$
8. $\mathrm{cov}(\tilde{a}_{32}, \tilde{a}_{33}) = \mathrm{cov}(\tilde{a}_{33}, \tilde{a}_{32}) = 0$

Dengan demikian matriks kovarians D_i adalah

1. $D_1 = \begin{pmatrix} 1.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

2. $D_2 = \begin{pmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

3. $D_3 = \begin{pmatrix} 0.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Menggunakan bentuk pertaksamaan (12), ketiga kendala awal (18)-(20) berubah menjadi

$$8x_1 + 6x_2 + x_3 - 48 + 1.281\sqrt{1.25x_1^2 + 0.75x_2^2 + 0.05x_3^2 + 3} \le 0 \quad (18')$$

$$4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 - 20 + 1.645\sqrt{0.25x_1^2 + 0.15x_2^2 + 0.1x_3^2 + 2} \le 0 \quad (19')$$

$$2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 - 8 + 2.326\sqrt{0.05x_1^2 + 0.03x_2^2 + 0.01x_3^2 + 1} \le 0 \quad (20')$$

Persamaan (18'), (19'), dan (20').

Penyelesaian pemrograman bukan linear dengan fungsi tujuan (14) dan kendala (18')-(20') di atas menghasilkan solusi **x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 9.5632**, dengan nilai fungsi tujuan **z = 191.2644**.

Interpretasi

Berbeda dengan pemrograman linear biasa, pemrograman linear probabilistik dapat mengakomodasi situasi nyata dalam hal kebutuhan dan ketersediaan sumber daya yang tidak bersifat pasti, melainkan bersifat probabilistik mengikuti distribusi tertentu, seperti tercantum pada Tabel 2. Adanya sifat probabilistik tersebut membawa kepada suatu situasi tidak adanya jaminan bahwa kendala yang ada dapat dipenuhi. Kendala yang ada tetap dapat dipenuhi, namun hanya dengan peluang minimal tertentu. Dalam kasus Dakota Furnitur di atas, misalnya, kendala ketersediaan kayu (15) harus dapat terpenuhi dengan peluang setidaknya 0.9.

Menggunakan fungsi tujuan awal (14) dan kendala (18')-(20'), diperoleh solusi untuk Dakota Furnitur berupa keputusan memproduksi kursi sebanyak 9.5632 unit, dan tidak memproduksi baik meja tulis maupun meja makan. Keputusan ini memberikan pendapatan sebesar $191.2644.

Keputusan tersebut memungkinkan Dakota Furnitur untuk memenuhi ketiga kendala dengan probabilitas setidaknya 0.9 (ketersediaan kayu), 0.95 (jam buruh penyelesaian), dan 0.99 (jam buruh perkayuan).

Solusi optimal dari persoalan awal tanpa modifikasi seperti model (14)-(17) menghasilkan nilai fungsi tujuan sebesar $280. Sementara solusi optimal dari model modifikasi hanya menghasilkan nilai fungsi tujuan sebesar $191.2644. Keunggulan Model Pemrograman Linear Probabilistik memang tidak terletak pada nilai fungsi tujuan yang dicapainya, namun terletak pada kemampuannya untuk lebih menggambarkan situasi nyata, yaitu situasi dimana tidak adanya jaminan bahwa kendala dapat dipenuhi secara pasti.

PENUTUP

Dalam dunia nyata, seringkali tak ada jaminan bahwa pengambil keputusan akan secara pasti dapat memenuhi kendala yang dihadapinya. Pada situasi semacam ini Model Pemrograman Linear Probabilistik memiliki kemampuan untuk lebih menggambarkan situasi yang lebih mendekati dunia nyata, sebab model ini mampu merepresentasikan suatu situasi dimana kendala yang dihadapi tak dapat dipenuhi *secara pasti*, melainkan hanya dapat dipenuhi dengan suatu probabilitas minimal tertentu.

Terbuka kesempatan bagi penelitian lebih lanjut dengan melibatkan jenis distribusi peluang lain, artinya selain distribusi normal, pada parameter pemrograman linear.

DAFTAR PUSTAKA

Susanto, S., dan Adianto, H. 2005. **Pemodelan dan Penyelesaian Pemrogram-an Linear dengan Koefisien Fungsi Objektif Berbentuk Bilangan Kabur Segitiga**. Jurnal Ekonomi&Komputer Edisi Agustus 2005, halaman 85-93.

Susanto, S. dan Suryadi, D. (2006[1]). **Pemodelan Masalah Transportasi dengan Koefisien Ongkos Kabur**. Jurnal KajianTeknik dan Sistem Industri INASEA (Industrial and Systems Engineering Assessment Journal), Vol 7, Nomor 1, April 2006, halaman 29-44, Penerbit Universitas Bina Nusantara, Jakarta,

Susanto, S. dan Suryadi, D. (2006[2]). **Pemodelan Masalah Penugasan (Assignment Problem) dengan Koefisien Ongkos Kabur**. Jurnal Matematika & Komputer, Nomor 1/Tahun XXII, Edisi April 2006, hal. 13-24, Penerbit Universitas Gunadarma, Depok.

Wang, L.X. 1997. **A Course in Fuzzy Systems and Control**. London: Prentice Hall International.

Winston,W. L. 2003. **Operations Research: Applications and Algorithms**. Ed ke-4. California: International Thomson Publishing.

petunjuk
penulisan naskah

sekretariat@staff.gunadarma.ac.id

1. Naskah merupakan hasil penelitian, berupa gagasan, kajian aplikasi teori, tinjauan kepustakaan, obituari tokoh ilmuwan, ditulis dalam bahasa Indonesia atau bahasa Inggris, belum pernah diterbitkan dan tidak sedang diajukan ke jurnal atau majalah lain.

2. Naskah diketik 1 1/2 spasi pada kertas A4, dengan huruf Arial berukuran 10, berkisar antara 10-18 halaman, termasuk tabel, grafik, diagram, foto (sedapat mungkin discan/dipindai), gambar, dan daftar pustaka. Cetakan naskah disertai file berformat *.doc (via disket atau e-mail), dikirim ke alamat berikut:
Lembaga Penelitian
Universitas Gunadarma
Kampus Depok, Gedung 4, Lantai 1
Jl. Margonda Raya 100,
Pondok Cina Depok 16424
Telepon : (021) 78881112 pes : 455
e-mail :
sekretariat@staff.gunadarma.ac.id

3. Naskah yang ditulis dalam Bahasa Indonesia menggunakan kalimat sederhana, mudah dipahami, tidak menimbulkan penafsiran ganda, dan terhindar dari pemakaian istilah bahasa asing, kecuali jika tidak memiliki terjemahan baku dalam Bahasa Indonesia (ditandai dengan huruf miring atau tanda dalam kurung setelah diterjemahkan).
Contoh: *accountibility* menjadi akuntabilitas (*accountability*).

4. Penulisan hasil penelitian memiliki urutan sebagai berikut :
   - Judul;
   - Nama penulis tanpa gelar/ sebutan;
   - Perguruan Tinggi atau instansi tempat penulis bekerja;
   - Alamat korespondensi penulis (alamat instansi dan e-mail);
   - Abstrak, maksimum 200 kata, diakhiri dengan tiga hingga lima "kata" kunci.
   - Pendahuluan (latar belakang, tujuan, masalah, manfaat)
   - Tinjauan Pustaka
   - Metode Penelitian
   - Hasil dan pembahasan
   - Penutup (kesimpulan dan saran)
   - Daftar Pustaka

5. Gagasan, kajian, aplikasi teori, tinjauan kepustakaan, obituari tokoh ilmuwan, resensi ditulis dalam bentuk esai, dengan urutan sama dengan hasil penelitian tanpa Metode Penelitian.

6. Daftar pustaka disusun menurut abjad, tidak diberi nomor, dengan urutan :
Buku teks:
Nama penulis. Judul Buku. Penerbit. Kota tempat penerbit. Tahun.
Jurnal:
Nama Penulis. Judul Tulisan. Judul Jurnal / Publikasi. Organisasi penerbit jurnal / publikasi. Volume. Nomor halaman yang dicuplik. Tahun.
Situs Internet:
Nama penulis/Organisasi. Judul Situs. alamat URL. Tanggal akses. Tahun.
Buku elektronik (CD):
Nama penulis. Judul Tulisan. Judul CD. Organisasi penerbit. Volume. Nomor halaman yang dicuplik. Tahun.