

SKRIPSI

**PERHITUNGAN PELUANG KEBANGKRUTAN DENGAN
ASUMSI BESAR KLAIM BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL
DAN BERDISTRIBUSI WEIBULL**



Paulus Yofrin L. Kabosu

NPM: 2017710047

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2021**

FINAL PROJECT

**CALCULATION OF RUIN PROBABILITY ASSUMING THE
CLAIM SIZE IS EXPONENTIALLY DISTRIBUTED AND
WEIBULL DISTRIBUTED**



Paulus Yofrin L. Kabosu

NPM: 2017710047

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2021**

LEMBAR PENGESAHAN

PERHITUNGAN PELUANG KEBANGKRUTAN DENGAN ASUMSI BESAR KLAIM BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL DAN BERDISTRIBUSI WEIBULL

Paulus Yofrin L. Kabosu

NPM: 2017710047

Bandung, 9 Februari 2021

Menyetujui,

Pembimbing

Dr. Ferry Jaya Permana

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Dr. Erwinna Chendra

Agus Sukmana, M.Sc.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

PERHITUNGAN PELUANG KEBANGKRUTAN DENGAN ASUMSI BESAR KLAIM BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL DAN BERDISTRIBUSI WEIBULL

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 9 Februari 2021

Paulus Yofrin L. Kabosu
NPM: 2017710047

ABSTRAK

Setiap perusahaan memiliki risiko mengalami kebangkrutan termasuk perusahaan asuransi. Perusahaan asuransi menerima premi dari pemegang polis dan akan membayar klaim kepada peserta asuransi ketika tertanggung mengalami kerugian sesuai dengan ketentuan polis. Risiko yang dihadapi adalah besar surplus awal dan jumlah premi yang diterima oleh perusahaan lebih kecil dari klaim yang diajukan peserta asuransi. Untuk menghindari risiko kebangkrutan, perusahaan asuransi perlu menghitung peluang terjadinya kebangkrutan. Dalam skripsi akan digunakan simulasi untuk mengestimasi peluang terjadinya kebangkrutan dalam suatu waktu terbatas dengan proses klaim berdistribusi Poisson majemuk dan besar klaim berdistribusi Weibull atau eksponensial. Distribusi Weibull dan eksponensial digunakan karena distribusi eksponensial merupakan kasus khusus dari distribusi Weibull. Peluang kebangkrutan untuk asumsi besar klaim berdistribusi eksponensial akan diestimasi dengan menggunakan rumus eksplisit dan hasilnya akan dibandingkan dengan simulasi, sedangkan peluang kebangkrutan untuk asumsi besar klaim berdistribusi Weibull akan diestimasi dengan menggunakan simulasi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa estimasi peluang kebangkrutan untuk besar klaim berdistribusi eksponensial memiliki kesalahan relatif yang cukup kecil terhadap hasil estimasi peluang kebangkrutan dengan menggunakan rumus eksplisit untuk panjang interval pengamatan yang cukup besar. Hasil simulasi juga menunjukkan bahwa estimasi peluang kebangkrutan untuk besar klaim berdistribusi eksponensial memiliki kesalahan relatif yang cukup besar terhadap hasil estimasi peluang kebangkrutan dengan menggunakan rumus eksplisit untuk panjang interval pengamatan yang cukup kecil. Untuk asumsi besar klaim berdistribusi Weibull dengan mean yang sama besar, hasil simulasi menunjukkan bahwa estimasi peluang kebangkrutan memiliki nilai yang berbeda-beda sesuai dengan variansi dari besar klaim tersebut. Semakin besar variansi dari besar klaim, hasil estimasi peluang kebangkrutan yang diperoleh akan semakin besar.

Kata-kata kunci: Peluang kebangkrutan, distribusi Poisson, distribusi eksponensial, distribusi Weibull, proses Poisson majemuk

ABSTRACT

Every company has a risk of bankruptcy, including insurance companies. The insurance company receives the premium from the policy holder and will pay claims to the insurance participant when the insured suffers a loss in accordance with the policy provisions. The risks faced are the amount of initial surplus and the amount of premium received by the company is smaller than the claims submitted by insurance participants. To avoid the risk of bankruptcy, insurance companies need to calculate the probability of ruin. In this thesis, a simulation will be used to estimate the probability of ruin in a limited time with a compound Poisson distributed claim process and a Weibull or exponential distribution of claims size. Weibull and exponential distributions are used because the exponential distribution is a special case of the Weibull distribution. The probability of ruin for the assumption that the claim size is exponentially distributed will be estimated using an explicit formula and the results will be compared with the simulation, while the probability of bankruptcy for the assumption that the claim size is Weibull distributed will be estimated using a simulation. The simulation results show that the estimated probability of ruin for the assumption that the claim size is exponentially distributed has a small relative error to the estimation results of the probability of ruin using an explicit formula for a large enough observation interval. The simulation results also show that the estimated ruin probability for the assumption that the claim size is exponentially distributed has a large relative error to the estimated ruin probability using an explicit formula for a fairly small length of the observed interval. For the assumption that the claim size is Weibull distributed with the same mean, the simulation results show that the estimated probability of ruin has different values according to the variance of the claim size data.

Keywords: Ruin probability, Poisson distribution, exponential distribution, Weibull distribution, compound Poisson process

Untuk Bapa, Mama, Kakak Yan, Kakak Melki dan Arni . . .

KATA PENGANTAR

Pujia syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena hanya atas rahmat dan berkat-Nya, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **'Perhitungan Peluang Kebangkrutan dengan Asumsi Besar Klaim Berdistribusi Eksponensial dan Berdistribusi Weibull'**. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat yang wajib dipenuhi untuk menyelesaikan studi strata-1 Program Studi Matematika, fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung.

Selama masa kuliah maupun penyusunan skripsi, penulis mendapat banyak bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan limpah terima kasih kepada:

1. Bapak dan Mama yang selalu mendoakan, mendukung dan memberi semangat sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini dengan baik. Juga kepada kakak Yan, Melki dan adik Arni yang selalu mendukung dan mendoakan penulis.
2. Bapak Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI selaku dosen pembimbing yang telah dengan sabar membimbing penulis, memberikan ilmu, saran dan nasihat sehingga skripsi ini dapat selesai.
3. Ibu Farah Kristiani, Ph.D selaku dosen wali yang telah dengan sabar mendengar keluh kesah penulis selama proses perkuliahan ini.
4. Ibu Dr. Erwinna Chendra selaku penguji-1 dan Bapak Agus Sukmana, M.Sc. selaku penguji-2. Terima kasih atas kritik dan saran dalam proses penyelesaian skripsi ini.
5. Bapak Liem Chin , M.Si. selaku koordinator skripsi. Terima kasih untuk informasi yang telah disampaikan selama proses penulisan skripsi ini.
6. Seluruh dosen dan Tata Usaha FTIS, khususnya dosen program studi Matematika. Terima kasih atas ilmu dan bimbingannya selama proses perkuliahan ini.
7. Teman-teman "Leher patah": Sebastian, Kevin dan Anes yang menemani, menghibur dan memberikan dukungan selama masa perkuliahan.
8. Teman-teman "Teman Azkeu": Sebastian, Kevin, Anes, Sheryl, Ananda, Marry, Corry, Gika, Monika, Sheila, Christo, Edwin yang telah memberikan dukungan selama masa perkuliahan ini.
9. Teman-teman seperjuangan skripsi dari angkatan 2017: Elizabeth, Nicolas, Maria, Ananda, Ronald, Ivander, Atta, Alvita dan Nadine. Terima kasih sudah berbagi suka duka dalam proses penyelesaian skripsi.
10. Teman-teman angkatan 2017: Sebastian, Kevin, Anes, Sheryl, Ananda, Marry, Corry, Gika, Monika, Sheila, Christo, Edwin, Elizabeth, Nicolas, Maria, Ronald, Ivander, Atta, Alvita, Nadine, Gladys, Thania, Octa, Felix, Jevan, Jelo, Gezia, Tiffany, Enrico, Kenzo, Felisha, Fifi, Billy, Anthony, Nadiyah, Zephania, Delvi, Tasya, Marini, Intan, Ryu, Aldo, Farrel dan David.

Terima kasih untuk segala kebersamaan yang pernah dilewati bersama.

11. Teman-teman Matematika UNPAR angkatan 2014, 2015, 2016, 2018 dan 2019 yang tidak dapat disebutkan satu persatu.
12. Untuk semua pihak yang telah berjasa dalam penulisan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, oleh karena itu penulis dengan terbuka menerima kritik dan saran agar skripsi ini dapat menjadi lebih baik. Penulis berharap skripsi ini dapat berguna bagi semua pihak yang membaca.

Bandung, Februari 2021

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Teori Kebangkrutan	5
2.2 Distribusi	5
2.2.1 Distribusi Poisson	5
2.2.2 Distribusi Eksponensial	7
2.2.3 Distribusi Weibull	9
2.3 Fungsi Surplus Kontinu	10
2.4 Proses Poisson dan Distribusi Waktu Antar Kedatangan Klaim	10
2.5 Proses Poisson Majemuk	11
2.6 Relative Security Loading (θ)	12
2.7 Adjustment Coefficient (R)	12
3 PELUANG KEBANGKRUTAN	15
3.1 Model Klasik Peluang Kebangkrutan	15
3.2 Peluang Kebangkrutan untuk Besar Klaim Berdistribusi Eksponensial dengan parameter $\beta > 0$	18
4 SIMULASI PELUANG KEBANGKRUTAN	21
4.1 Prosedur Simulasi Peluang Kebangkrutan	21
4.1.1 Ilustrasi Tidak Terjadinya Kebangkrutan	22
4.1.2 Ilustrasi Terjadinya Kebangkrutan	23
4.2 Simulasi Peluang Kebangkrutan $\psi(u)$ untuk Besar Klaim Berdistribusi Eksponensial	24
4.2.1 Analisis Parameter Terhadap Peluang Kebangkrutan	27
4.3 Simulasi Peluang Kebangkrutan $\psi(u)$ untuk Besar Klaim Berdistribusi Weibull	32
4.3.1 Analisis Parameter Terhadap Peluang Kebangkrutan	34
5 KESIMPULAN DAN SARAN	41
5.1 Kesimpulan	41
5.2 Saran	41

DAFTAR GAMBAR

2.1	Fungsi massa peluang dari peubah acak X yang berdistribusi Poisson dengan $\lambda=6$	7
2.2	Fungsi padat peluang dari peubah acak X dengan berbagai nilai β	8
2.3	Fungsi massa peluang dari peubah acak X yang berdistribusi Weibull	9
2.4	Fungsi surplus kontinu	10
2.5	<i>Adjustment coefficient</i>	14
4.1	Perbandingan nilai peluang kebangkrutan untuk berbagai interval pengamatan (T)	26
4.2	Analisis parameter u terhadap $\psi(u)$	28
4.3	Analisis parameter θ terhadap $\psi(u)$	29
4.4	Analisis parameter β terhadap $\psi(u)$	30
4.5	Analisis parameter λ terhadap $\psi(u)$	31
4.6	Peluang kebangkrutan untuk berbagai nilai k	33
4.7	Peluang kebangkrutan untuk berbagai nilai $\text{Var}(X)$	34
4.8	Analisis parameter T terhadap $\psi(u)$	36
4.9	Analisis parameter λ terhadap $\psi(u)$	37
4.10	Analisis parameter k terhadap $\psi(u)$	38
4.11	Analisis parameter α terhadap $\psi(u)$	39

DAFTAR TABEL

4.1	Ilustrasi ketika tidak terjadi kebangkrutan	23
4.2	Ilustrasi ketika kebangkrutan terjadi	24
4.3	Perbandingan nilai peluang kebangkrutan untuk berbagai interval pengamatan (T)	26
4.4	Analisis parameter u terhadap $\psi(u)$	28
4.5	Analisis parameter θ terhadap $\psi(u)$	29
4.6	Analisis parameter β terhadap $\psi(u)$	30
4.7	Analisis parameter λ terhadap $\psi(u)$	31
4.8	Peluang kebangkrutan untuk berbagai nilai k	33
4.9	Analisis parameter T terhadap $\psi(u)$	35
4.10	Analisis parameter λ terhadap $\psi(u)$	36
4.11	Analisis parameter k terhadap $\psi(u)$	37
4.12	Analisis parameter α terhadap $\psi(u)$	38

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), bangkrut adalah menderita kerugian besar hingga jatuh (tentang perusahaan, toko dan sebagainya) dan kebangkrutan adalah perihal (keadaan) bangkrut dari perusahaan karena tidak mampu membayar utang-utangnya dan sebagainya [1]. Setiap perusahaan memiliki kemungkinan untuk mengalami kebangkrutan termasuk perusahaan asuransi. Perusahaan asuransi akan menerima premi dari pemegang polis dan akan membayar klaim kepada pemegang polis ketika tertanggung mengalami kerugian sesuai dengan ketentuan polis. Perusahaan akan terhindar dari kebangkrutan jika besar modal awal dan akumulasi dari premi yang diterima lebih kecil dari besar klaim pemegang polis. Sebaliknya, perusahaan akan mengalami kebangkrutan ketika besar klaim pemegang polis lebih dari besar modal awal dan akumulasi premi yang telah terkumpul.

Untuk menghindari risiko kebangkrutan, perusahaan asuransi perlu menghitung peluang terjadinya kebangkrutan. Besarnya peluang kebangkrutan dipengaruhi oleh seberapa banyak klaim terjadi dan seberapa besar klaim tersebut harus dibayar. Dalam model yang akan digunakan, jumlah klaim yang harus dibayar oleh perusahaan asuransi akan mengikuti proses Poisson majemuk. Artinya, jumlah klaim yang diajukan dalam suatu interval waktu tertentu akan mengikuti distribusi Poisson, sedangkan untuk besarnya klaim yang dibayarkan mengikuti distribusi Weibull atau distribusi eksponensial.

Dalam pemodelan peluang kebangkrutan, distribusi eksponensial sangat sering digunakan untuk memodelkan besar klaim. Penggunaan distribusi eksponensial memberikan keuntungan yaitu nilai dari peluang kebangkrutan dapat dihitung secara matematis. Tetapi penggunaan distribusi eksponensial seringkali kurang baik. Distribusi eksponensial hanya memiliki 1 (satu) parameter sehingga parameter model dapat dicocokkan dengan parameter sampel dilakukan hanya dengan mencocokkan momen pertama (mean), akibatnya distribusi eksponensial seringkali tidak dapat memodelkan data atau sampel dengan tepat. Sebagai contoh, sampel yang memiliki nilai mean yang sama tetapi nilai variansi yang berbeda akan dimodelkan menggunakan distribusi eksponensial yang sama. Akibatnya estimasi peluang kebangkrutan dengan asumsi besar klaim berdistribusi eksponensial seringkali lebih tinggi atau lebih rendah dari nilai peluang kebangkrutan yang sebenarnya. Distribusi eksponensial merupakan kasus khusus dari distribusi Weibull untuk parameter *shape* bernilai 1 (satu). Distribusi Weibull memiliki 2 (dua) parameter sehingga dapat mencocokkan sampel dan model dengan lebih baik.

Menaksir peluang terjadinya kebangkrutan sangat penting bagi suatu perusahaan, termasuk perusahaan asuransi. Dengan mengetahui peluang kebangkrutan, perusahaan dapat membuat perencanaan terlebih dahulu untuk menghindari risiko yang akan dihadapi yaitu kebangkrutan. Pada skripsi ini akan dibahas bagaimana cara mengestimasi peluang kebangkrutan dengan menggunakan asumsi besar klaim berdistribusi eksponensial dan berdistribusi Weibull.

Walaupun distribusi Weibull dapat memodelkan data dengan lebih baik dibanding distribusi eksponensial, tetapi penggunaan distribusi Weibull untuk memodelkan besar klaim memiliki kelemahan yaitu peluang kebangkrutan tidak dapat diperoleh secara eksplisit. Pada skripsi ini akan

diestimasi peluang kebangkrutan untuk besar klaim berdistribusi Weibull menggunakan simulasi.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas dalam skripsi yaitu:

1. Bagaimanakah cara mengestimasi peluang kebangkrutan untuk besar klaim berdistribusi eksponensial?
2. Bagaimanakah cara mengestimasi peluang kebangkrutan untuk besar klaim berdistribusi Weibull?
3. Bagaimanakah perbandingan hasil estimasi peluang kebangkrutan untuk besar klaim berdistribusi eksponensial yang diperoleh dari rumus eksplisit dan simulasi?
4. Bagaimanakah pengaruh parameter terhadap peluang kebangkrutan?
5. Bagaimanakah perbandingan kelebihan dan kekurangan dari asumsi besar klaim berdistribusi eksponensial dan berdistribusi Weibull?

1.3 Tujuan

Tujuan dari skripsi yaitu:

1. Mengestimasi peluang kebangkrutan untuk kasus besar klaim berdistribusi eksponensial dengan menggunakan rumus eksplisit dan simulasi.
2. Mengestimasi peluang kebangkrutan untuk kasus besar klaim berdistribusi Weibull dengan menggunakan simulasi.
3. Membandingkan hasil estimasi peluang kebangkrutan untuk besar klaim berdistribusi eksponensial yang diperoleh dari rumus eksplisit dan simulasi.
4. Mengamati pengaruh parameter terhadap nilai peluang kebangkrutan untuk kasus besar klaim berdistribusi eksponensial dan berdistribusi Weibull.
5. Membandingkan kelebihan dan kekurangan dari asumsi besar klaim berdistribusi eksponensial dan berdistribusi Weibull.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam skripsi yaitu:

1. Laju pembayaran premi per satuan waktu bernilai konstan c .
2. Jumlah klaim pada interval waktu tertentu berdistribusi Poisson.

1.5 Sistematika Pembahasan

Bab 1: Pendahuluan

Bab ini berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, dan sistematika pembahasan.

Bab 2: Landasan Teori

Bab ini berisi penjelasan tentang peluang kebangkrutan, distribusi yang digunakan untuk memodelkan peluang kebangkrutan dan proses Poisson majemuk.

Bab 3: Peluang Kebangkrutan

Bab ini berisi penjelasan persamaan umum peluang kebangkrutan dan rumus eksplisit yang digunakan untuk mengestimasi peluang kebangkrutan untuk besar klaim yang berdistribusi eksponensial.

Bab 4: Simulasi

Bab ini berisi penjelasan prosedur dalam melakukan simulasi peluang kebangkrutan, perbandingan hasil simulasi dengan hasil eksplisit peluang kebangkrutan untuk besar klaim berdistribusi eksponensial dan simulasi peluang kebangkrutan untuk besar klaim berdistribusi Weibull.

Bab 5: Kesimpulan dan Saran

Bab ini berisi kesimpulan dan saran yang dapat digunakan dalam penelitian selanjutnya.