

SKRIPSI

ANALISIS PERHITUNGAN RETENSI OPTIMAL UNTUK  
REASURANSI *STOP-LOSS* DENGAN MENGGUNAKAN  
*VALUE AT RISK* (VAR)



Elizabeth Aileen Lie

NPM: 2017710018

PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2021



**FINAL PROJECT**

**ANALYSIS OF OPTIMAL RETENTION CALCULATION FOR  
STOP-LOSS REINSURANCE USING VALUE AT RISK (VAR)**



**Elizabeth Aileen Lie**

**NPM: 2017710018**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2021**



# LEMBAR PENGESAHAN

## ANALISIS PERHITUNGAN RETENSI OPTIMAL UNTUK REASURANSI *STOP-LOSS* DENGAN MENGGUNAKAN *VALUE AT RISK* (VAR)

Elizabeth Aileen Lie

NPM: 2017710018

Bandung, 17 Februari 2021

Menyetujui,

Pembimbing

Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Agus Sukmana, M.Sc.

Farah Kristiani, Ph.D.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra



## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **ANALISIS PERHITUNGAN RETENSI OPTIMAL UNTUK REASURANSI *STOP-LOSS* DENGAN MENGGUNAKAN *VALUE AT RISK* (VAR)**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 17 Februari 2021

Elizabeth Aileen Lie  
NPM: 2017710018



## ABSTRAK

Kerugian dapat dialami oleh perusahaan asuransi jika terjadi peristiwa yang tak terduga. Hal ini dapat terjadi ketika klaim yang diajukan lebih besar dari premi yang diperoleh perusahaan asuransi. Reasuransi merupakan salah satu upaya perusahaan asuransi untuk mengalihkan risiko kerugian yang dimilikinya kepada perusahaan reasuransi. Reasuransi *stop-loss* merupakan salah satu jenis reasuransi dimana perusahaan reasuransi akan menanggung sebagian atau seluruh kerugian yang dialami perusahaan asuransi jika kerugian yang dialami melebihi batas yang telah ditentukan (retensi). Untuk meminimumkan kerugian yang dialami perusahaan asuransi, maka perlu dilakukan penentuan retensi optimal. Pada skripsi ini dibahas pengoptimalan retensi dengan metode *Value at Risk*. Metode *Value at Risk* yang digunakan merupakan metode untuk mengukur peluang terjadinya suatu kerugian perusahaan asuransi lebih kecil dibandingkan retensi. Keberadaan retensi yang optimal telah dijamin dan dibuktikan. Selain itu dibahas juga penerapan metode *Value at Risk* kepada data simulasi dan data riil, serta pengaruh perubahan parameter terhadap besar retensi optimal. Dari penerapan metode *Value at Risk* terhadap data simulasi dan data riil, dapat disimpulkan bahwa metode *Value at Risk* telah terjamin dalam penentuan retensi optimal. Perubahan parameter utama yaitu *safety loading* terhadap retensi optimal berjalan searah. Semakin besar nilai *safety loading* semakin besar retensi, sehingga semakin kecil nilai jual reasuransi *stop-loss*.

**Kata-kata kunci:** Reasuransi, Reasuransi Stop-loss, Optimasi VaR



## ABSTRACT

Losses can be experienced by insurance companies if an unexpected event occurs. This can occur when the claim submitted is greater than the premium obtained by the insurance company. Reinsurance is one of the insurance companies efforts to transfer the risk of their losses to the reinsurance company. Stop-loss reinsurance is one type of reinsurance in which the reinsurer will cover some or all of the losses suffered by the insurer if the loss experienced exceeds a predetermined limit (retention). To minimize the losses suffered by the insurance company, we have to determine the optimal retention. This final project discusses the optimization of retention using the Value at Risk method. The Value at Risk method measures the probability of an insurance company loss occurring smaller than retention. The existence of optimal retention has been guaranteed and proven. The application of the Value at Risk method is also applied to simulation data and real data, as well as the effect of changing parameters on optimal retention. From the application of the Value at Risk method, it can be concluded that the Value at Risk method has been guaranteed in determining optimal retention. Changes in the main parameters, namely safety loading against optimal retention, go one way. The greater the safety loading value, the greater the retention, so the smaller the stop-loss reinsurance selling value.

**Keywords:** Reinsurance, Stop-loss Reinsurance, VaR optimization



*Untuk Papa, Mama, Adik, dan Teman-temanku tercinta.*



## KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas berkat dan tuntunan-Nya penulis dapat merealisasikan skripsi ini dengan baik. Skripsi berjudul "Analisis Perhitungan Retensi Optimal untuk Reasuransi Stop-Loss dengan menggunakan Value at Risk (VAR)" disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains (FTIS), Universitas Katolik Parahyangan (UNPAR), Bandung.

Penulisan skripsi ini tidak luput dari hambatan dan kesulitan. Oleh karena itu penulis berterimakasih kepada semua pihak yang telah membantu serta mendukung penulis dalam penyelesaian skripsi ini. Penulis berterimakasih kepada:

- Papa dan Mama yang selalu memberikan dukungan, doa, motivasi, dan perhatian kepada penulis, serta Edbert dan keluarga besar atas dorongan dan motivasi yang diberikan.
- Bapak Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI selaku dosen pembimbing yang telah sabar memberikan arahan, ilmu, dan saran selama proses penyusunan skripsi.
- Bapak Agus Sukmana, M.Sc. dan Ibu Farah Kristiani, Ph.D. selaku dosen penguji yang telah sabar memberikan arahan, ilmu, dan saran selama proses sidang skripsi dan revisi.
- Ibu Dr. Erwinna Chendra selaku dosen wali yang telah memberi arahan, saran, selama proses perkuliahan di UNPAR.
- Seluruh dosen FTIS khususnya dosen Program Studi Matematika yang telah memberikan ilmu, saran, dan arahan selama perkuliahan.
- Seluruh staf Tata Usaha FTIS yang telah banyak memberikan segala bentuk bantuan administratif selama perkuliahan.
- Seluruh pekarya FTIS yang telah banyak memberikan kenyamanan dalam penggunaan sarana dan prasarana selama perkuliahan.
- Gladys Aquila yang selalu siap mendengarkan cerita, serta memberikan dukungan, hiburan dan semangat selama perkuliahan.
- Nathania Adelia yang selalu memberikan hiburan, dukungan, dan semangat selama perkuliahan.
- Helena Nadine Hapsari yang selalu memberikan motivasi, dukungan, dan semangat selama perkuliahan.
- Teman-teman "PEKSY MAT UNPAR" (Kenzo, Nico, Yofrin) yang telah memberikan, dukungan, serta hiburan.
- Bastian, Kevin, Alvita, Tiffany, dan Octa yang telah memberikan hiburan, semangat, dan motivasi.
- Teman-teman "Seperjuangan Skripsi 2017" yang telah membantu, memberi semangat, dan menguatkan selama pengambilan mata kuliah skripsi.
- Teman-teman Matematika angkatan 2015, 2016, 2017, 2018, dan 2019 yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa masih ada kekurangan dalam penyusunan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis dengan terbuka menerima segala saran dan kritik yang membangun dari pembaca untuk penyempurnaan skripsi ini. Penulis berharap agar skripsi ini dapat bermanfaat dan memberikan inspirasi bagi pembaca.

Bandung, Februari 2021

Penulis

# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xxi</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Batasan Masalah . . . . .	2
1.5 Sistematika Pembahasan . . . . .	3
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>5</b>
2.1 Reasuransi . . . . .	5
2.2 Peubah Acak . . . . .	6
2.3 Distribusi Eksponensial . . . . .	8
2.4 Distribusi Normal . . . . .	10
2.5 Deductible and Policy Limit . . . . .	12
2.6 Value at Risk . . . . .	13
2.7 Metode Penaksiran Maximum Likelihood . . . . .	13
<b>3 MENGHITUNG RETENSI OPTIMAL</b>	<b>17</b>
3.1 Penggunaan Retensi Optimal pada Reasuransi <i>Stop-Loss</i> . . . . .	17
3.2 Optimasi <i>Value at Risk</i> . . . . .	18
3.3 Hubungan $VaR_T$ , Premi, dan Cadangan . . . . .	19
3.4 Retensi Optimal . . . . .	19
3.5 Batas Toleransi Kerugian . . . . .	26
<b>4 SIMULASI</b>	<b>29</b>
4.1 Contoh Numerik . . . . .	29
4.1.1 Simulasi A . . . . .	29
4.1.2 Simulasi B . . . . .	29
4.1.3 Simulasi C . . . . .	30
4.1.4 Simulasi D . . . . .	31
4.1.5 Pengaruh Nilai <i>Safety Loading</i> terhadap Besar Retensi . . . . .	31
4.1.6 Pengaruh Nilai <i>Safety Loading</i> terhadap Nilai <i>Value at Risk</i> Total Kerugian . . . . .	32
4.1.7 Pengaruh Nilai <i>Safety Loading</i> terhadap Batas Atas Toleransi Kerugian . . . . .	32
4.2 Aplikasi Data Asuransi Umum Indonesia . . . . .	33
<b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>39</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	39

5.2 Saran . . . . .	40
<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>41</b>

## DAFTAR GAMBAR

2.1	Grafik <i>pdf</i> Peubah Acak $X$ Berdistribusi Eksponensial . . . . .	9
2.2	Grafik <i>pdf</i> Peubah Acak $X$ Berdistribusi Normal . . . . .	12
3.1	Grafik $S_X(x)$ untuk $\alpha \leq S_X(d)$ . . . . .	20
3.2	Grafik $S_X(x)$ untuk $\alpha > S_X(d)$ . . . . .	20
3.3	Grafik $VaR_T(d, \alpha)$ untuk $d > S_X^{-1}(\alpha)$ . . . . .	23
3.4	Grafik $VaR_T(d, \alpha)$ untuk $0 < d < S_X^{-1}(\alpha)$ . . . . .	25
3.5	Grafik $VaR_T(d, \alpha)$ untuk $0 < d < \infty$ . . . . .	25
4.1	Grafik Hasil Simulasi $d$ vs $VaR_T(d, \alpha)$ . . . . .	31
4.2	Grafik $\rho$ vs $d$ . . . . .	32
4.3	Grafik $\rho$ vs $VaR_T(d, \alpha)$ . . . . .	32
4.4	Grafik $\rho$ vs $\alpha^*$ . . . . .	33
4.5	Grafik Fungsi Padat Peluang Data Kerugian AUI . . . . .	34
4.6	Grafik Fungsi Survival Data Kerugian AUI . . . . .	34
4.7	Grafik Data Kerugian AUI terhadap <i>pdf</i> Distribusi Normal . . . . .	35
4.8	QQ-Plot Data Kerugian AUI . . . . .	36
4.9	Grafik $d$ vs $VaR_T(d, \alpha)$ untuk Data Kerugian AUI . . . . .	37



## DAFTAR TABEL

4.1	Tabel $VaR_T(d, \alpha)$ untuk Berbagai Nilai $d$ . . . . .	30
4.2	Tabel Laporan Kerugian Asuransi Umum Indonesia . . . . .	33
4.3	Tabel $VaR_T(d, \alpha)$ untuk Berbagai Nilai $d$ , Data Kerugian AUI . . . . .	37



# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Risiko adalah bahaya atau konsekuensi yang dapat terjadi di masa depan akibat sebuah proses yang sedang berlangsung saat ini. Risiko dapat dialami oleh siapa saja setiap waktu, oleh karena itu manusia tidak dapat menghindari adanya risiko. Ada berbagai jenis risiko, contohnya risiko kesehatan, kebangkrutan, kerusakan, kerugian finansial dan lain-lain. Sebagian besar risiko pada akhirnya akan berimbas pada aspek kehidupan manusia, salah satunya permasalahan finansial.

Untuk mengatasi risiko terdapat tiga perlakuan risiko yaitu menerima risiko, meminimumkan risiko, atau mengalihkan risiko. Untuk sebagian orang mungkin bersedia untuk menerima risiko / menanggung risiko, namun biasanya pelaku risiko lebih memilih untuk mengalihkan atau meminimumkan risiko. Salah satu upaya dalam mengalihkan atau meminimumkan risiko finansial adalah asuransi.

Asuransi merupakan perjanjian antara dua belah pihak, yaitu pihak penanggung biasanya adalah perusahaan asuransi dan pihak tertanggung disebut nasabah atau klien. Perjanjian ini biasa disebut sebagai polis asuransi. Dalam perjanjian polis pihak penanggung akan menerima seluruh risiko yang dialami pihak tertanggung sesuai jangka waktu yang telah disepakati. Sebagai imbalannya pihak tertanggung akan membayar sejumlah uang secara rutin dalam jangka waktu yang telah disepakati juga.

Secara umum asuransi dibagi menjadi 2 jenis yaitu asuransi jiwa (*life insurance*) dan asuransi umum (*non-life insurance*). Asuransi jiwa merupakan asuransi yang berfokus pada kehidupan klien atau nasabah. Asuransi jiwa memfokuskan penanggungan sebagian / seluruh kerugian keuangan nasabah yang disebabkan oleh kematian nasabah / klien. Yang tergolong dalam asuransi jiwa adalah asuransi kematian, dana pensiun, dan lain-lain. Sedangkan asuransi umum tidak memproteksi subjek namun segala bentuk kerugian yang dialami nasabah akibat kerusakan objek miliknya. Yang tergolong dalam asuransi umum adalah asuransi kendaraan, asuransi kebakaran, asuransi pengangkutan, dll.

Setelah perkenalan secara umum kepada dunia asuransi, sekarang akan dilihat melalui kacamata perusahaan asuransi. Perusahaan asuransi memiliki banyak nasabah. Oleh karena itu penataan keuangan perusahaan asuransi harus diperkirakan dengan tepat agar perusahaan asuransi dapat membayar klaim asuransi yang diajukan oleh nasabah jika sewaktu-waktu nasabah mengalami kerugian. Namun tidak menutup kemungkinan perusahaan asuransi dapat mengalami kerugian yang besar akibat klaim yang diajukan tidak sesuai prediksi awal. Hal tersebut dapat disebabkan oleh kerugian yang sangat besar oleh satu/beberapa klaim, banyaknya jumlah klaim yang diajukan dalam satu periode tertentu, mau pun keduanya. Karena alasan tersebut perusahaan asuransi mencari cara untuk meminimumkan atau mengalihkan risiko tersebut. Perusahaan asuransi mengalihkan atau meminimumkan risiko kerugiannya dengan membuat perjanjian asuransi dengan perusahaan reasuransi. Inilah yang disebut reasuransi, yaitu mengalihkan tanggung jawab penjaminan kerugian nasabah kepada orang lain, dalam hal ini perusahaan reasuransi.

Dalam sistem reasuransi, perusahaan asuransi membayarkan sejumlah iuran/premi kepada perusahaan reasuransi. Sama halnya dengan asuransi pada umumnya, perusahaan reasuransi akan

menjamin kerugian yang dialami perusahaan asuransi sesuai dengan perjanjian polis reasuransi. Terdapat beberapa jenis reasuransi, salah satunya adalah reasuransi *stop-loss*.

Reasuransi *Stop-Loss* merupakan perjanjian proteksi oleh perusahaan reasuransi terhadap perusahaan asuransi ketika perusahaan asuransi mengalami kerugian lebih dari batas yang telah ditentukan dalam suatu periode tertentu. Batas yang telah ditentukan ini disebut retensi.

Retensi menjadi kunci utama dalam perhitungan prediksi kerugian yang akan dialami oleh perusahaan asuransi. Retensi yang optimal dapat meminimalkan kerugian perusahaan asuransi. Tujuan dari penulisan skripsi adalah memecahkan masalah penentuan besar retensi yang optimal. Dalam praktiknya, pengoptimalan retensi tidak bisa digunakan hanya untuk keuntungan satu pihak saja, misal perusahaan asuransi saja atau perusahaan reasuransi saja. Pengoptimalan retensi dilakukan untuk menjaga kedua belah pihak agar sama-sama diuntungkan, baik pihak perusahaan asuransi maupun perusahaan reasuransi.

Terdapat dua metode untuk menentukan retensi optimal, yaitu metode optimasi *Value at Risk* (VaR) dan metode optimasi *Conditional Tail Expectation* (CTE).

Perhitungan retensi optimal pada umumnya dapat menggunakan metode optimasi VaR, sedangkan untuk versi yang lebih kompleks digunakan metode optimasi CTE.

Penggunaan metode optimasi CTE kurang tepat bila digunakan pada skripsi ini karena, dengan perhitungan retensi optimal menggunakan metode optimasi CTE tidak memungkinkan untuk menganalisis nilai-nilai parameter yang mempengaruhi besar retensi optimal [1]. Oleh karena itu pada skripsi akan dibahas metode optimasi VaR. Ini bertujuan agar bisa dilihat dan dianalisis semua parameter-parameter yang mempengaruhi perhitungan retensi optimal.

Akan dilakukan simulasi untuk menganalisa metode optimasi VaR serta nilai-nilai parameter yang memegang peranan penting dalam metode tersebut. Penentuan retensi optimal bertujuan agar perusahaan asuransi dan perusahaan reasuransi sama-sama diuntungkan.

## 1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dari skripsi ini adalah :

1. Bagaimana cara mencari retensi optimal dan *Value at Risk* yang minimal dengan metode optimasi VaR?
2. Bagaimana cara mengaplikasikan metode optimasi VaR menggunakan simulasi?
3. Bagaimana pengaruh parameter terhadap besar retensi optimal?
4. Bagaimana cara mengaplikasikan metode optimasi VaR menggunakan data riil?

## 1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Mengetahui cara mencari retensi optimal dan *Value at Risk* yang minimal dengan metode optimasi VaR.
2. Mengetahui cara mengaplikasikan metode optimasi VaR menggunakan simulasi.
3. Menganalisa pengaruh parameter terhadap besar retensi optimal.
4. Mengetahui cara mengaplikasikan metode optimasi VaR menggunakan data riil.

## 1.4 Batasan Masalah

Batasan Masalah dalam skripsi ini adalah:

1. Metode yang digunakan hanya metode Value at Risk.
2. Besar proteksi perusahaan reasuransi adalah 100 persen dari sisa kerugian diatas batas retensi.

---

## 1.5 Sistematika Pembahasan

### **Bab 1 : Pendahuluan**

Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, dan sistematika pembahasan.

### **Bab 2 : Landasan Teori**

Bab ini membahas teori-teori yang mendukung skripsi ini, antara lain: konsep dasar reasuransi *stop-loss*, *deductible* dan *policy limit*, *Value at Risk*, metode penaksiran *Maximum Likelihood*.

### **Bab 3 : Value at Risk Optimization**

Bab ini membahas perhitungan retensi optimal dengan metode *Value at Risk*.

### **Bab 4 : Simulasi**

Bab ini membahas aplikasi perhitungan retensi optimal dengan metode *Value at Risk* menggunakan data simulasi dan data asli, kemudian menganalisa pengaruh *safety loading* terhadap besar retensi.

### **Bab 5 : Kesimpulan**

Bab ini berisi kesimpulan dari isi skripsi dan saran untuk pengembangan topik yang dapat digunakan untuk penelitian selanjutnya.